

基于矩生成函数的协同中继传输误符号率性能分析

丁 盛 严 凯 王 莹 冠 刘 海 涛

(中国科学院上海微系统与信息技术研究所无线传感网与通信重点实验室 上海 200050)

摘 要: 多中继协同分集技术在慢衰落无线环境下可以提供巨大的性能增益。该文从接收端平均误符号率的角度,分析了独立的瑞利衰落信道下,采用放大转发的多中继协同最大比合并检测方案和多节点侦听,单中继转发的机会中继方案的性能;并基于矩生成函数推导出两种方案下 M-PSK 和 M-QAM 调制信号平均误符号率的闭合表达式。经蒙特卡罗仿真验证,该表达式在中高信噪比下与仿真的实际结果非常吻合。同时也可以看出机会中继的分集增益与协同侦听的节点数成正比,误符号率性能优于使用最大比合并检测的多中继协同方案。

关键词: 协同分集;放大转发;最大比合并;机会中继;矩生成函数

中图分类号: TN914.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)03-0675-04

SER Performance Analysis for Cooperative Relay Transmission Using Moment Generating Functions

Ding Sheng Yan Kai Wang Ying-guan Liu Hai-tao

(Key Laboratory of Wireless Sensor Network & Communication, Shanghai Institute of
Microsystem and Information Technology, CAS, Shanghai 200050, China)

Abstract: Cooperative diversity with multi-relay provides dramatic gains in slow fading wireless environments. In terms of average Symbol-Error Rate(SER) at the destination, the performances of multi-relay cooperative transmission with Maximal Ratio Combining(MRC) detection and opportunistic relaying with multi-node listening were analyzed, one relay retransmitting in Amplify-and-Forward(AF) networks under independent Rayleigh slow fading channels. The closed-form expressions of SER for M-PSK and M-QAM modulations are also derived based on Moment Generating Function(MGF). Monte Carlo simulation results show that all the SER formulas proposed are tight bounds particularly at medium and high SNR. Moreover, it can be seen that the opportunistic relaying, whose diversity gains are proportional to the number of cooperative listening nodes, and performs better in SER than multi-relay cooperation using MRC detection algorithm.

Key words: Cooperative diversity; Amplify-and-Forward(AF); Maximal Ratio Combining(MRC); Opportunistic relaying; Moment Generating Function(MGF)

1 引言

无线环境的多径衰落特性将严重降低通信系统的传输性能。Sendonaris^[1,2]提出的协同分集技术可以有效地对抗多径和阴影衰落,它使一定区域内的单天线用户共享各自的天线构成虚拟天线阵列,形成多条独立的传输链路来实现分布式的空间分集,在不增加系统发射功率和带宽的基础上,可以大幅度提高衰落信道的容量和传输的可靠性。

Laneman^[3]证明了协同分集增益和参与协同的中继节点数成正比,并提出了重复编码和分布式空时编码的空间分集方案。但是重复编码方案随着中继节点数的增多,会降低系统的频谱效率,传输时延变大。此外,在协同网络中实现分布式空时编码很困难。例如,参与协同的中继节点数往往是不确定或变化的,而空时码是为固定的发射天线数设计的,

这就需要中继节点之间交互信息来确定空时编码方案,协议很复杂。而且多中继协同通信的相干接收需要跟踪各个发射接收对不同的载波相位,增加了接收机的复杂度。

为了解决这些问题,Blotsas^[4]提出了多节点协同侦听,单中继转发数据的机会中继方案。结合广播信道的RTS/CTS握手协议和侦听节点中的定时装置,机会中继可以分布式地实现最优中继节点的选择。文献[5-7]在此基础上从中断概率的角度分析了机会中继的分集阶数,并证明其和多中继协同传输的分集阶数相同。接收端信号的平均错误率也是衡量系统性能的一个重要指标,由于得到错误率的闭合表达式比较困难,从错误率角度分析多中继协同和机会中继的研究很少。

本文将分析瑞利衰落信道下放大转发协同中继传输的接收端平均误符号率(SER),并利用矩生成函数(MGF)推导出 M-PSK 和 M-QAM 调制信号的 SER 闭合表达式。蒙特

卡罗仿真结果表明本文提出的对于多中继协同和机会中继的 SER 表达式在中高信噪比区域和仿真结果非常吻合,同时也比较了最大比合并(MRC)的多中继协同和机会中继两种方案的 SER 性能。

2 系统模型

考虑如图 1 所示的半双工网络模型。标号{S, D, $k=1, 2, \dots, R$ }分别代表单天线的信源节点, 信宿节点和第 k 个邻居节点。假设 $S \rightarrow D$, $S \rightarrow k$, $k \rightarrow D$ 间的链路为相互独立的平坦瑞利衰落信道, 系数分别是 h , f_k 和 g_k , 是零均值的复高斯随机变量, 在一个完整的传输过程中保持不变。所有节点处的噪声分布相同, 均为独立的循环对称零均值, 方差是 N_0 的复高斯随机变量。信源以功率 P_s 广播发送单位平均能量的信号 \mathbf{x} , 信宿节点和信源周围处于侦听模式的邻居节点接收到的信号分别为

$$\mathbf{y}_{sd} = \sqrt{P_s} h \mathbf{x} + \mathbf{n}_{sd}, \quad \mathbf{y}_{sk} = f_k \mathbf{x} + \mathbf{n}_{sk}, \quad k = 1, 2, \dots, R \quad (1)$$

当侦听到信源信号的邻居节点作为中继转发数据时, 采用放大转发协议, 放大系数为

$$\beta_k = \sqrt{\frac{P_k}{P_s |f_k|^2 + N_0}}, \quad k = 1, 2, \dots, R \quad (2)$$

信宿接收到来自中继的转发信号为

$$\mathbf{y}_{kd} = g_k (\beta_k \mathbf{y}_{sk}) + \mathbf{n}_{kd}, \quad k = 1, 2, \dots, R \quad (3)$$

如图 1 所示, 多中继协同传输即是所有侦听到信源信号的邻居节点都作为中继参与协同转发, 本文考虑不同中继分时向信宿进行重复编码转发。机会中继传输即是以一定的机制来选择最强的一个邻居节点作为中继来转发数据, 具体实现协议见文献[4]。

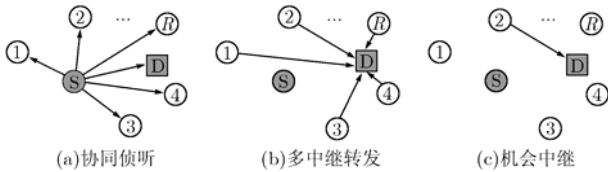


图 1 多中继协同传输和机会中继传输系统模型

3 性能分析

采用相干检测的 M 阶调制信号平均 SER 与接收端信噪比的 MGF 有如下的关系^[8], 对于 M-PSK 调制信号, 接收端平均 SER 为

$$P(E) = \frac{1}{\pi} \int_0^{(M-1)\pi/M} M \left(\frac{\eta_{\text{PSK}}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (4)$$

对于 M-QAM 调制信号, 接收端平均 SER 为

$$P(E) = \frac{4}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \int_0^{\pi/2} M \left(\frac{\eta_{\text{QAM}}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta - \frac{4}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right)^2 \int_0^{\pi/4} M \left(\frac{\eta_{\text{QAM}}}{\sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (5)$$

其中 $\eta_{\text{PSK}} = \sin^2(\pi/M)$, $\eta_{\text{QAM}} = 3/2(M-1)$ 。求接收端平均

SER 的问题就转化为求接收信噪比的 MGF。

3.1 多中继协同

当有多个中继协同传输时, 采用 MRC 检测算法的性能最优。对于信源信宿直接传输信号的分集合并系数为 h^*/N_0 , 通过第 k 个中继传输信号的分集合并系数为 $\frac{\sqrt{P_s} \beta_k f_k^* g_k^*}{N_0 (1 + \beta_k^2 |g_k|^2)}$ 。

所以接收端的合并信噪比为

$$\gamma_{MR} = \frac{P_s |h|^2}{N_0} + \sum_{k=1}^R \frac{P_s P_k |f_k|^2 |g_k|^2}{N_0 (P_s |f_k|^2 + P_k |g_k|^2 + N_0)} \quad (6)$$

在高传输信噪比下, 式(6)可以简化近似为

$$\gamma_{MR} = \gamma_{sd} + \sum_{k=1}^R \gamma_k \approx \gamma_{sd} + \sum_{k=1}^R \frac{\gamma_{sk} \gamma_{kd}}{\gamma_{sk} + \gamma_{kd}} \quad (7)$$

γ_{sd} 是信源信宿间直达信号的信噪比, γ_k 是通过第 k 个中继到达信宿信号的信噪比。其中 $\gamma_{sd} = P_s |h|^2 / N_0$, $\gamma_{sk} = P_s |f_k|^2 / N_0$, $\gamma_{kd} = P_k |g_k|^2 / N_0$, 均是相互独立的指数分布随机变量, 它们的参数分别为 $\bar{\gamma}_{sd}^{-1}$, $\bar{\gamma}_{sk}^{-1}$ 和 $\bar{\gamma}_{kd}^{-1}$, 是各自统计平均值的倒数。

所以信宿接收到信源直接发出信号信噪比 γ_{sd} 的 PDF 为

$$f_{\gamma_{sd}}(x) = \frac{1}{\bar{\gamma}_{sd}} e^{-x/\bar{\gamma}_{sd}} U(x) \quad (8)$$

$U(\cdot)$ 是单位阶越响应函数。由上式可得 γ_{sd} 的 MGF 为

$$M_{\gamma_{sd}}(x) = \int_0^\infty f_{\gamma_{sd}}(x) e^{-sx} dx = \frac{1}{1 + s\bar{\gamma}_{sd}} \quad (9)$$

文献[9]推导出了两个独立的指数分布随机变量调和平均值的统计分布状态, 从中可以得出 γ_k 的 PDF 为

$$f_{\gamma_k}(x) = \frac{2xe^{-x(\frac{1}{\bar{\gamma}_{sk}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{kd}})}}{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}} \cdot \left[\frac{\bar{\gamma}_{sk} + \bar{\gamma}_{kd}}{\sqrt{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} K_1 \left(\frac{2x}{\sqrt{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} \right) + 2K_0 \left(\frac{2x}{\sqrt{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} \right) \right] U(x) \quad (10)$$

其中 $K_1(\cdot)$ 是第二类一阶修正贝塞尔函数^[10], $K_0(\cdot)$ 是第二类一阶修正贝塞尔函数^[10]。根据文献[11]中的公式(6.621.3)可得 γ_k 的 MGF 为

$$M_{\gamma_k}(s) = \int_0^\infty f_{\gamma_k}(x) e^{-sx} dx = \frac{4\sqrt{\pi}}{\Gamma(2.5) \bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd} \left(1/\bar{\gamma}_{sk} + 1/\bar{\gamma}_{kd} + 2/\sqrt{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}} + s \right)^2} \cdot \left[\frac{4(1/\bar{\gamma}_{sk} + 1/\bar{\gamma}_{kd})}{\left(1/\bar{\gamma}_{sk} + 1/\bar{\gamma}_{kd} + 2/\sqrt{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}} + s \right)} \cdot {}_2F_1 \left[3, \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{1/\bar{\gamma}_{sk} + 1/\bar{\gamma}_{kd} - 2/\sqrt{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}} + s}{1/\bar{\gamma}_{sk} + 1/\bar{\gamma}_{kd} + 2/\sqrt{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}} + s} \right] + {}_2F_1 \left[2, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1/\bar{\gamma}_{sk} + 1/\bar{\gamma}_{kd} - 2/\sqrt{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}} + s}{1/\bar{\gamma}_{sk} + 1/\bar{\gamma}_{kd} + 2/\sqrt{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}} + s} \right] \right] \quad (11)$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 是伽马函数^[10], ${}_2F_1(\cdot; \cdot; \cdot; \cdot)$ 是高斯超几何分布^[10]。根据独立随机变量和的 MGF 是各随机变量 MGF 的

积这一性质可得 γ_{MR} 的 MGF 是

$$M_{\gamma_{MR}}(s) = M_{\gamma_{sd}}(s) \prod_{k=1}^R M_{\gamma_k}(s) \quad (12)$$

3.2 机会中继

采用机会中继时, 每次传输过程只有一个邻居节点作为中继转发数据, 接收端信噪比为

$$\gamma_{OR} = \frac{P_s |h|^2}{N_0} + \max_{k=1,2,\dots,R} \left\{ \frac{P_s P_r |f_k|^2 |g_k|^2}{N_0 (P_s |f_k|^2 + P_r |g_k|^2 + N_0)} \right\} \quad (13)$$

同样在高传输信噪比下, 式(13)可简化近似为

$$\gamma_{OR} = \gamma_{sd} + \max_{k=1,2,\dots,R} \{\gamma_k\} \approx \gamma_{sd} + \max_{k=1,2,\dots,R} \left\{ \frac{\gamma_{sk} \gamma_{kd}}{\gamma_{sk} + \gamma_{kd}} \right\} \quad (14)$$

其中 γ_{sd} 和 γ_{sk} 的定义与多中继协同方案下相同。这里的 γ_k 是当第 k 个侦听节点作为唯一中继, 以功率 P_r 转发的信号到达信宿的信噪比。为了和多中继协同方案在相同的传输总功率下比较, 令 $P_r = \sum_{k=1}^R P_k$, 所以 $\gamma_{kd} = P_r |g_k|^2 / N_0$, 是参数为 $\bar{\gamma}_{kd}^{-1}$ 的指数分布随机变量。

从文献[9]中还可以得出 γ_k 的 CDF 为

$$F_{\gamma_k}(x) = 1 - \frac{2x}{\sqrt{\gamma_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} e^{-x \left(\frac{1}{\gamma_{sk}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{kd}} \right)} K_1 \left(\frac{2x}{\sqrt{\gamma_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} \right) \quad (15)$$

令 $\hat{\gamma}_k = \max_{k=1,2,\dots,R} \{\gamma_k\}$, 是被选中中继的最强侦听节点到

信宿的等效信噪比, 它的 CDF 为

$$\begin{aligned} F_{\hat{\gamma}_k}(x) &= \Pr \left(\max_{k=1,2,\dots,R} \{\gamma_k\} < x \right) = \prod_{k=1}^R \Pr(\gamma_k < x) \\ &= \prod_{k=1}^R \left[1 - \frac{2x}{\sqrt{\gamma_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} e^{-x \left(\frac{1}{\gamma_{sk}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{kd}} \right)} K_1 \left(\frac{2x}{\sqrt{\gamma_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

由式(16)可得 $\hat{\gamma}_k$ 的 PDF 为

$$\begin{aligned} f_{\hat{\gamma}_k}(x) &= \frac{d}{dx} F_{\hat{\gamma}_k}(x) = \sum_{k=1}^R \frac{2}{\bar{\gamma}_{sk} \bar{\gamma}_{kd}} x e^{-x \left(\frac{1}{\gamma_{sk}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{kd}} \right)} \\ &\times \left[\frac{\bar{\gamma}_{sk} + \bar{\gamma}_{kd}}{\sqrt{\gamma_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} K_1 \left(\frac{2x}{\sqrt{\gamma_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} \right) + 2K_0 \left(\frac{2x}{\sqrt{\gamma_{sk} \bar{\gamma}_{kd}}} \right) \right] \\ &\times \prod_{j=1, j \neq k}^R \left[1 - \frac{2x}{\sqrt{\gamma_{sj} \bar{\gamma}_{jd}}} e^{-x \left(\frac{1}{\gamma_{sj}} + \frac{1}{\bar{\gamma}_{jd}} \right)} K_1 \left(\frac{2x}{\sqrt{\gamma_{sj} \bar{\gamma}_{jd}}} \right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

由于式(17)非常复杂, 无法求出 $\hat{\gamma}_k$ 的 MGF 的闭合表达式, 本文使用数值积分中的高斯-拉盖尔积分(Gauss-Laguerre quadrature)来估计 $\hat{\gamma}_k$ 的 MGF 近似表达式为

$$M_{\hat{\gamma}_k}(s) = \int_0^\infty f_{\hat{\gamma}_k}(x) e^{-sx} dx = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^n w_i f_{\hat{\gamma}_k} \left(\frac{x_i}{s} \right) \quad (18)$$

其中 x_i 是相关拉盖尔多项式的零点, n 是零点的个数, w_i 是一组权重^[10]。根据式(9)和式(18)可得 γ_{OR} 的 MGF 是

$$M_{\gamma_{OR}}(s) = M_{\gamma_{sd}}(s) M_{\hat{\gamma}_k}(s) \quad (19)$$

4 数值仿真

假设信源发射功率和所有中继转发的总功率相同, $P_s = P_r = P$ 。多中继协同传输时各中继不能交互信息, 以相同的功率转发, 即 $P_k = P/R (k=1,2,\dots,R)$ 。总传输的信噪比为 $\gamma = P/N_0$, 这里不考虑路径损耗, 所以 $\bar{\gamma}_{sd} = \bar{\gamma}_{sk} = \gamma$, 多中

继协同时 $\bar{\gamma}_{kd} = \gamma/R$, 机会中继时 $\bar{\gamma}_{kd} = \gamma$ 。

图 2 给出了在 BPSK 调制下, 参与协同传输的中继数 $R=1,2,4$ 时, 多中继协同传输的蒙特卡罗仿真与式(4), 式(12)的分析结果的比较, 图 3 给出了在 4QAM 调制下, 协同侦听节点数 $R=2,4,6$ 时, 机会中继传输的蒙特卡罗仿真与式(5), 式(19)的分析结果的比较, 其中 $M_{\hat{\gamma}_k}(s)$ 采用八阶高斯拉盖尔积分近似。从两幅图中可以看出, 本文得出的 SER 表达式在中高信噪比区域和实际仿真结果非常吻合, 验证了闭合表达式的正确性。同时可以看出协同中继传输的分集增益和协同转发中继节点数或协同侦听节点数成正比。

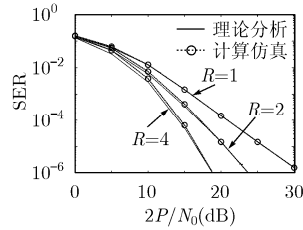


图 2 BPSK 调制下多中继协同最大比合并 SER 表达式和仿真结果比较

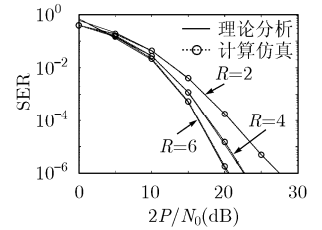


图 3 4QAM 调制下机会中继 SER 表达式和仿真结果比较

图 4 应用本文的 SER 闭合表达式比较了 16QAM 调制下, $R=2,5,10,20$ 时多节点协同传输和机会中继传输两种方案的 SER 性能。从图中可以看出, 两种方案的曲线斜率相同, 有相同的分集增益, 随着中继节点数的增多, 机会中继的性能越来越优于多中继协同传输。

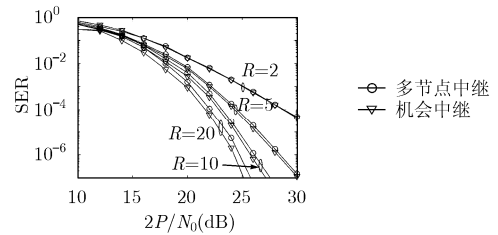


图 4 16QAM 调制下多中继协同 MRC 和机会中继 SER 性能比较

5 结束语

本文利用接收端信噪比的 MGF 分别推导出独立的瑞利平坦衰落信道下, 使用 MRC 检测的多中继协同方案和机会中继方案时, M-PSK 和 M-QAM 调制信号的 SER 闭合表达式。经蒙特卡罗仿真验证, 分析推导出的公式与实际仿真的结果在中高信噪比区域非常吻合。此公式适用于各阶调制信号, 各种功率分配方案, 任意中继节点数的协同中继传输情况。同时还可以看出机会中继虽然只有一个侦听节点作为中继转发信号, 但是达到的分集增益与所有侦听节点参与转发的 MRC 检测的情况相同, 且随着侦听节点数的增多, 机会中继的 SER 性能越来越优于多中继协同传输。

参考文献

- [1] Sendonaris A, Erkip E, and Aazhang B. User cooperation diversity-Part I: System description [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2003, 51(11): 1927–1938.
- [2] Sendonaris A, Erkip E, and Aazhang B. User cooperation diversity-Part II: Implementation aspects and performance analysis [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2003, 51(11): 1939–1948.
- [3] Laneman J N, Tse D N C, and Wornell G W. Cooperative diversity in wireless networks efficient protocols and outage behaviour [J]. *IEEE Trans. on Inf. Theory*, 2004, 50(12): 3062–3080.
- [4] Bletsas A, Khisti A, and Reed D P, *et al.* A simple cooperative diversity method based on network path selection [J]. *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 2006, 24(3): 659–672.
- [5] Bletsas A, Shin H, and Win M Z, *et al.* Cooperative diversity with opportunistic relaying [C]. Proc. IEEE Wireless Commun and Networking Conf. (WCNC), Las Vegas, USA, Apr. 5-7, 2006: 1034–1039.
- [6] Bletsas A, Shin H, and Win M Z, *et al.* Outage-optimal cooperative communications with regenerative relays [C]. Information Sciences and Systems Conf. (CISS), Princeton, NJ, USA, Mar. 22-24, 2006: 632–637.
- [7] Bletsas A, Shin H, and Win M Z, *et al.* Outage optimality of opportunistic amplify-and-forward relaying [J]. *IEEE Communications Letters*, 2007, 11(3): 261–263.
- [8] Simon M K and Alouini M S. Digital Communication Over Fading Channels [M]. New York: Wiley, 2000, chapter 9.2.3.
- [9] Hasna M O and Alouini M S. End-to-End performance of transmission systems with relays over Rayleigh-fading channels [J]. *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 2003, 2(6): 1126–1131.
- [10] Abramowitz M and Stegun I A. Handbook of Mathematical Function with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, 9th ed [M]. New York: Dover, 1970: 255, 376, 556, 923.
- [11] Gradshteyn I S and Ryzhik I M. Table of Integrals, Series, and Products, 5th ed[M]. San Diego, CA: Academic, 1994: 733.
- 丁 盛: 男, 1983年生, 博士生, 研究方向为虚拟MIMO、协同通信.
- 严 凯: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为多载波通信、信道估计.
- 王营冠: 男, 1970年生, 研究员, 研究方向为无线传感网信息处理.