

## 二维 fBm 分形分层介质粗糙面电磁波透射特征研究

任新成<sup>①</sup> 郭立新<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(延安大学物理与电子信息学院 延安 716000)

<sup>②</sup>(西安电子科技大学理学院 西安 710071)

**摘 要:** 该文运用微扰法研究了平面波入射分层介质粗糙面的电磁波透射问题, 推导出不同极化状态的透射波散射系数公式。采用二维 fBm 分形粗糙面来模拟实际的分层介质粗糙面, 结合其功率谱导出了平面波入射时的透射系数计算公式。通过数值计算得到了 HH 极化状态下二维 fBm 分形分层介质粗糙面透射系数随透射波的散射角变化的曲线, 分形特征、基本特征、随频率变化的特征。结果表明分维、底层介质介电常数、中间介质介电常数和厚度、粗糙面参数及入射波频率对透射系数的影响是非常复杂的。

**关键词:** 电磁波透射; 二维 fBm 分形粗糙面; 分层介质; 微扰法; 透射系数

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)01-0233-05

## Study on Characteristics of Electromagnetic Wave Transmission from 2-D FBm Fractal Rough Surface of Layered Medium

Ren Xin-cheng<sup>①</sup> Guo Li-xin<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(College of Physics and Electronic Information, Yanan University, Yanan 716000, China)

<sup>②</sup>(School of Science, Xidian University, Xian 710071, China)

**Abstract:** The electromagnetic wave transmission with plane wave incidence on the rough surface of layered medium is studied, the formulae of the transmission coefficient for different polarization is derived using the small perturbation method. A 2-D fBm fractal rough surface is presented for describing natural rough surface of layered medium, the curves of the transmission coefficient of the HH polarization with varying of the scattering angle of transmission wave are obtained by numerical implementation, the fractal characteristics, the basic characteristics, and the characteristics with varying of frequency of the incidence wave are obtained by numerical calculating. The numerical results show that the influence of the fractal dimension, the permittivity of substrate medium, the permittivity and the mean layer thickness of intermediate medium, the rms and the correlation length of the rough surface, and the incident frequency on the transmission coefficient is very complex.

**Key words:** Electromagnetic wave transmission; 2-D fBm fractal rough surface; Layered medium; Small perturbation method; Transmission coefficient

### 1 引言

近几十年来, 粗糙面电磁散射一直是一个十分活跃, 有着大量实际应用, 且为多学科领域共同研究的热门课题<sup>[1-5]</sup>。由于自然界许多粗糙面下方都是分层介质, 不难想象分层介质粗糙面电磁散射在诸多工程、技术和科学问题中是颇有价值的。在近几十年中, 研究粗糙面电磁散射新的解析方法不断得到丰富和发展, 这些方法有小斜率近似法<sup>[6]</sup>、双尺度方法<sup>[7]</sup>、基尔霍夫近似法<sup>[8]</sup>和微扰法<sup>[9]</sup>等。

在过去的粗糙面电磁散射的研究中, 研究粗糙面, 包括分形粗糙面上方的介质中的电磁散射居多<sup>[10,11]</sup>, 而研究粗糙面下方介质中的电磁波透射问题则相对较少<sup>[12,13]</sup>, 不仅如此, 所研究的粗糙面大多为两种介质的分界面, 而实际的粗

糙面有许多是其下方有两种或两种以上的介质, 本文研究由 3 种介质组成的分层介质粗糙面的电磁波透射问题, 而且入射到分层介质粗糙面的电磁波为平面波。

### 2 公式推导

考虑电磁波在两个半空间的分界面(粗糙面)上发生的电磁散射, 分界面用方程  $z = f(\mathbf{r})$  ( $\mathbf{r} = \{x, y\}$ ) 描述。不失一般性, 我们假设粗糙面上方 ( $z > f(\mathbf{r})$ ) 均匀半空间介质(介质 1) 的介电常数和磁导率分别为  $\epsilon_0 = 1, \mu_0 = 1$ , 粗糙面下方 ( $z < f(\mathbf{r})$ ) 均匀半空间介质的介电常数为  $\epsilon(z)$ , 随机函数  $f(\mathbf{r})$  具有零均值且在空间上是统计均匀的, 即  $\langle f(\mathbf{r}) \rangle = 0$ 。

如图 1 所示, 现有一频率为  $\omega$ 、波矢为  $\mathbf{k}_i$  ( $\mathbf{k}_i = \{k_i \sin \theta_i, 0, -k_i \cos \theta_i\}$ ,  $k_i = \omega/c$ ) 的单一频率(忽略时谐因子  $\sim e^{-i\omega t}$ ) 平面电磁波以入射角  $\theta_i$  从介质 1 入射到两个半无限介质的粗糙分界面  $S_r$  上。

根据电场和磁场的边界条件, 电场和磁场的切向分量在

2007-09-27 收到, 2008-11-04 改回

国家自然科学基金(60571058)和高等学校博士学科点专项科研基金(20070701010)资助课题

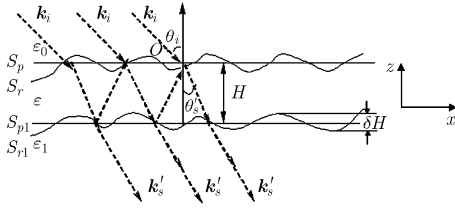


图1 粗糙面电磁波透射问题几何示意图

粗糙边界  $S_r$  上连续, 即

$$\mathbf{N} \times (\mathbf{H}^{(2)} - \mathbf{H}^{(1)})_{S_r} = \mathbf{N} \times (\mathbf{E}^{(2)} - \mathbf{E}^{(1)})_{S_r} = 0 \quad (1)$$

式(1)中  $\mathbf{E}^{(2)}$  和  $\mathbf{H}^{(2)}$  分别为下半空间  $z < f(\mathbf{r})$  的电场和磁场,  $\mathbf{E}^{(1)}$ ,  $\mathbf{H}^{(1)}$  分别为上半空间  $z > f(\mathbf{r})$  的电场和磁场,  $\mathbf{N}$  为粗糙面  $S_r$  的法线方向的单位矢量, 并且指向上方, 可以表示为

$$\mathbf{N} = (\mathbf{n} - \mathbf{s})(1 + s^2)^{-1/2} \quad (2)$$

式(2)中  $\mathbf{n}$  为水平面(粗糙面  $S_r$  的平均平面)  $S_p$  ( $z = 0$ ) 法线方向的单位矢量,  $\mathbf{s}(\mathbf{r}) = \nabla_r f(\mathbf{r})$  是表面斜度的矢量场, 这里  $\nabla_r = \{\partial/\partial x, \partial/\partial y\}$ . 假定粗糙面  $S_r$  的斜度与水平面  $S_p$  相比较足够小, 我们可以将边界条件式(1)展开为  $f(\mathbf{r})$  和  $\mathbf{s}(\mathbf{r})$  的级数, 仅保留一阶项则为<sup>[5]</sup>

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{n} \times \Delta \mathbf{H})_{S_p} &= (\mathbf{s} \times \Delta \mathbf{H})_{S_p} - f \left( \mathbf{n} \times \frac{\partial \Delta \mathbf{H}}{\partial z} \right)_{S_p} \\ (\mathbf{n} \times \Delta \mathbf{E})_{S_p} &= (\mathbf{s} \times \Delta \mathbf{E})_{S_p} - f \left( \mathbf{n} \times \frac{\partial \Delta \mathbf{E}}{\partial z} \right)_{S_p} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)中  $\Delta \mathbf{H} = \mathbf{H}^{(2)} - \mathbf{H}^{(1)}$ ,  $\Delta \mathbf{E} = \mathbf{E}^{(2)} - \mathbf{E}^{(1)}$ , 此时, 可以用下式描述这一衍射问题。

$$\mathbf{H}^{(1,2)} = \mathbf{H}_0^{(1,2)} + \mathbf{H}_1^{(1,2)}, \quad \mathbf{E}^{(1,2)} = \mathbf{E}_0^{(1,2)} + \mathbf{E}_1^{(1,2)} \quad (4)$$

这里  $\mathbf{E}_0^{(1)}, \mathbf{H}_0^{(1)}$  ( $\mathbf{E}_0^{(2)}, \mathbf{H}_0^{(2)}$ ) 分别是粗糙面上方(下方)半空间对应于通过平面边界  $S_p$  反射(折射)且未受扰动的电场和磁场, 它们满足一致性边界条件

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_0^{(2)} - \mathbf{H}_0^{(1)})_{S_p} = \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_0^{(2)} - \mathbf{E}_0^{(1)})_{S_p} = 0 \quad (5)$$

$\mathbf{E}_1^{(1)}, \mathbf{H}_1^{(1)}$  ( $\mathbf{E}_1^{(2)}, \mathbf{H}_1^{(2)}$ ) 分别是关于  $f(\mathbf{r})$  和  $\mathbf{s}(\mathbf{r})$  的一阶近似、修正的散射电场和磁场, 即上(下)半空间的散射场, 它们满足非一致性边界条件

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{n} \times \Delta \mathbf{H}_1)_{S_p} &= (\mathbf{s} \times \Delta \mathbf{H}_0)_{S_p} - f \left( \mathbf{n} \times \frac{\partial \Delta \mathbf{H}_0}{\partial z} \right)_{S_p} \\ (\mathbf{n} \times \Delta \mathbf{E}_1)_{S_p} &= (\mathbf{s} \times \Delta \mathbf{E}_0)_{S_p} - f \left( \mathbf{n} \times \frac{\partial \Delta \mathbf{E}_0}{\partial z} \right)_{S_p} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

这里  $\Delta \mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_0^{(2)} - \mathbf{H}_0^{(1)}$ ,  $\Delta \mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_1^{(2)} - \mathbf{H}_1^{(1)}$ ,  $\Delta \mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_0^{(2)} - \mathbf{E}_0^{(1)}$ ,  $\Delta \mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_1^{(2)} - \mathbf{E}_1^{(1)}$ 。

我们首先考虑在介质1中传播的、入射在粗糙面  $S_r$  上的单一频率水平极化平面电磁波(TE波), 在波矢  $\mathbf{k}_i$  的方向上有

$$\mathbf{E}_{in}^{(1)} = \mathbf{P}_0 e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} = \mathbf{P}_0 e^{i(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - k_z z)} \quad (7)$$

这里  $\mathbf{R} = \{\mathbf{r}, z\}$  是三维矢径,  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{e}_y = (0, 1, 0)$  是单位极化矢量,  $\mathbf{k} = \{k_x, 0, 0\}$  是入射波矢  $\mathbf{k}_i = \{k_x, -k_z\}$  在平面  $z = 0$  上的二维投影,  $k_z = \sqrt{k_i^2 \mu_0 \varepsilon_0 - k^2} = k_i \cos \theta_i$ 。

根据斯涅耳折射定律, 下半空间 ( $z < 0$ ) 的总的零阶电场  $\mathbf{E}_0^{(2)}$  为

$$\mathbf{E}_0^{(2)} = \mathbf{P}_0 e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} T_h (e^{-ik_z z} + R'_h e^{ik_z z}) \quad (8)$$

式(8)中  $T_h$  为折射系数,  $R'_h$  为反射系数。

根据麦克斯韦方程组可得下半空间 ( $z < 0$ ) 的总的零阶磁场  $\mathbf{H}_0^{(2)}$  为

$$\mathbf{H}_0^{(2)} = \frac{1}{ik_i} \nabla \mathbf{E}_0^{(2)} \quad (9)$$

在下面的推导中, 假定下半空间介质的介电常数  $\varepsilon(z)$  随  $z$  的变化是缓慢的, 并且在平均平面  $S_p$  ( $z = 0$ ) 附近, 即在粗糙面下方的一个薄层内  $\varepsilon(z)$  是一个常数, 忽略  $\varepsilon(z)$ ,  $T_h$  和  $R'_h$  的变化, 可得

$$\mathbf{H}_0^{(2)} = \frac{1}{k_i} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} T_h [(k'_i \times \mathbf{P}_0) e^{-ik'_i z} + R'_h (k'_i \times \mathbf{P}_0) e^{ik'_i z}]_{z \rightarrow 0} \quad (10)$$

将式(8)和式(10)代入一致性边界条件式(5), 可以得到菲涅耳反射和折射系数的表达式为

$$R_h = \frac{R_{0h} + R'_h}{1 + R_{0h} R'_h}, \quad T_h = \frac{1 + R_{0h}}{1 + R_{0h} R'_h} \quad (11)$$

这里  $R_{0h}$  为从两种均匀介质(介电常数分别为  $\varepsilon_0 = 1$  和  $\varepsilon$ ) 构成的水平分界面反射时通常的菲涅耳反射系数, 表示为

$$R_{0h} = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i}} \quad (12)$$

由式(8)和式(10)可以得到边界条件式(6)右端零阶散射场的差值  $\Delta \mathbf{H}_0, \Delta \mathbf{E}_0$  和它们的法向导数如下

$$\left. \begin{aligned} \Delta \vec{\mathbf{H}}_0 \Big|_{z=0} &= \Delta \mathbf{E}_0 \Big|_{z=0} = 0 \\ \left( \vec{\mathbf{n}} \times \frac{\partial \Delta \vec{\mathbf{H}}_0}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} &= -i \mathbf{P}_0 k_i (\varepsilon - 1) (1 + R_h) e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}} \\ \left( \mathbf{n} \times \frac{\partial \Delta \mathbf{E}_{0\perp}}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

将透射场按平面波展开, 并且对坐标  $\mathbf{r}$  应用傅里叶变换, 由式(6)可得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n} \times \left( \frac{\vec{\mathbf{H}}^{(2)}}{k'_z} - \frac{\vec{\mathbf{H}}^{(1)}}{k_z} \right) &= \tilde{f}(\mathbf{q}_\perp) k_i (\varepsilon - 1) \cdot (1 + R_h(\theta_i)) \mathbf{P}_0 = \mathbf{J}_H^h \\ \mathbf{n} \times \left( \frac{\vec{\mathbf{E}}^{(2)}}{k'_z} - \frac{\vec{\mathbf{E}}^{(1)}}{k_z} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由此可得水平极化波的透射振幅为

$$(\mathbf{P} \cdot \vec{\mathbf{E}}'_s) = \frac{k'_z k_i (\mathbf{P} \cdot \mathbf{J}_H^h)}{k_z [1 + R'_h(\theta_s)] + k'_z [1 - R'_h(\theta_s)]} \quad (15)$$

由式(14)定义的表面电流  $\mathbf{J}_H^h$  在矢量  $\mathbf{P}$  上的投影为

$$(\mathbf{P} \cdot \mathbf{J}_H^h) = \tilde{f}(\mathbf{q}_\perp) k_i (\varepsilon - 1) (1 + R_h(\theta_i)) \cos \varphi \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)可得

$$(\mathbf{P} \cdot \vec{\mathbf{E}}'_s) = \tilde{f}(\mathbf{q}_\perp) \frac{(\varepsilon - 1) k'_z}{2k_z} k_i^2 T_h(\theta_s) [1 + R_h(\theta_i)] \cos \varphi \quad (17)$$

式(17)给出了水平极化入射波条件下透射波的振幅。类似地, 可以推出垂直极化入射波条件下透射波的振幅为

$$(\mathbf{P} \cdot \vec{\mathbf{H}}'_s) = -\frac{\varepsilon k'_z k_i [\mathbf{P} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{J}_H^h)]}{\varepsilon k_z [1 + R'_v(\theta_s)] + k'_z [1 - R'_v(\theta_s)]} \quad (18)$$

考虑到式(14)表面电流的定义可得

$$[\mathbf{P} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{J}_H^h)] = \tilde{f}(\mathbf{q}_\perp) k_i (\varepsilon - 1) (1 + R_h(\theta_i)) \sin \varphi \quad (19)$$

由此可得到式(18)的最终形式为

$$(\mathbf{P} \cdot \tilde{\mathbf{H}}_s') = -\tilde{f}(\mathbf{q}_\perp) \frac{\varepsilon - 1}{2} k_i k'_s T_v(\theta_s) [1 + R_h(\theta_i)] \sin \varphi \quad (20)$$

所以透射系数为

$$\sigma'_h(k'_s, k_i) = \lim_{S_p \rightarrow \infty} \frac{(2\pi)^2}{S} \langle (\mathbf{P} \cdot \tilde{\mathbf{E}}')^2 \rangle \text{Re} \sqrt{\varepsilon} \quad (21)$$

$$\sigma'_v(k'_s, k_i) = \lim_{S_p \rightarrow \infty} \frac{(2\pi)^2}{S} \langle (\mathbf{P} \cdot \tilde{\mathbf{H}}')^2 \rangle \frac{\text{Re} \sqrt{\varepsilon}}{|\varepsilon|} \quad (22)$$

对于水平极化入射波, 运用式(17)和式(20)可以得到式(21)和式(22)的统一的、相似的形式<sup>[5]</sup>

$$\sigma_{\alpha\beta}^0(k_s, k_i) = \pi k_i^4 |\varepsilon - 1|^2 |f'_{\alpha\beta}|^2 W_f(\mathbf{q} - \mathbf{k}) \text{Re} \sqrt{\varepsilon} \quad (23)$$

这里下标  $\alpha$  和  $\beta$  分别表示透射波和入射波的极化状态,  $W_f(\mathbf{q} - \mathbf{k})$  是粗糙表面的空间功率谱密度, 它是粗糙表面自相关函数的傅里叶变换,  $\mathbf{q} - \mathbf{k} = k'_s \sin \theta'_s \cos \phi - k_i \sin \theta_i$ 。

对于非磁性分层介质 ( $\mu = 1$ ) 构成的粗糙边界, 式(23)中的一组因子  $f'_{\alpha\beta}$  用显式表示即为

$$\left. \begin{aligned} f'_{hh} &= \sqrt{\varepsilon} T_h(\theta_s) [1 + R_h(\theta_i)] \frac{\cos \theta'_s}{\cos \theta_s} \cos \phi \\ f'_{hv} &= -T_v(\theta_s) [1 + R_h(\theta_i)] \cos \theta'_s \sin \phi \\ f'_{vh} &= T_v(\theta_s) \left\{ [1 - R_v(\theta_i)] \cos \theta_i \cos \varphi + \frac{1}{\varepsilon} [1 + R_v(\theta_i)] \sin \theta_i \tan \theta_s \right\} \\ &\quad \cdot \cos \theta'_s \\ f'_{vv} &= \sqrt{\varepsilon} T_h(\theta_s) [1 - R_v(\theta_i)] \frac{\cos \theta'_s}{\cos \theta_s} \cos \theta_i \sin \phi \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

这里  $R_h$  和  $R_v$  分别表示从水平面  $S_p$  ( $z = 0$ ) 下方介质 ( $z < 0$ ) 进入水平面上方 ( $z > 0$ ) 半空间水平极化和垂直极化的镜反射系数,  $\theta_i$  为入射角,  $\theta_s$  为介质1中的散射角,  $\theta'_s$  为介质2中的散射角,  $\phi$  为透射波的方位角。对于一般的任意分层介质的情形, 镜反射系数  $R_h$  和  $R_v$  分别具有如下形式

$$R_h = \frac{R_{0h} + R'_h}{1 + R_{0h} R'_h}, \quad R_v = \frac{R_{0v} + R'_v}{1 + R_{0v} R'_v} \quad (25)$$

这里  $R_{0h}$  和  $R_{0v}$  分别为从两种均匀介质 (介电常数分别为  $\varepsilon_0 = 1$  和  $\varepsilon$ ) 构成的水平分界面反射时的菲涅耳反射系数, 表示为

$$R_{0h} = \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}, \quad R_{0v} = \frac{\varepsilon \cos \theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \quad (26)$$

$R'$  为中介质下方介质 (底层介质) 的反射系数 ( $R' = 0$  对应于下半空间 ( $z < 0$ ) 是介电常数为常数的均匀介质)。

现在考虑最简单的分层结构介质, 也就是粗糙面上方为自由空间, 下方为由两层介质构成的空间, 具有复介电常数  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$  的平均厚度为  $H$  的均匀层, 覆盖在复介电常数为  $\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + i\varepsilon''_1$  的均匀底层上。具有这种结构的反射系数  $R_h$  和  $R_v$  即为式(11)给出的一般方程, 且  $R'$  可以表示为下面的形式

$$\left. \begin{aligned} R'_h(\theta) &= R_{1h}(\theta) \exp(2ikH\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}) \\ R'_v(\theta) &= R_{1v}(\theta) \exp(2ikH\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式中  $R_1(\theta)$  为从介电常数为  $\varepsilon$  和  $\varepsilon_1$  的两种介质表面  $z = -H$  反射时的菲涅耳反射系数, 表达式为

$$\left. \begin{aligned} R_{1h}(\theta) &= \frac{\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} - \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \theta}}{\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} + \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \theta}} \\ R_{1v}(\theta) &= \frac{\varepsilon_1 \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} - \varepsilon \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \theta}}{\varepsilon_1 \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} + \varepsilon \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \theta}} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

### 3 二维 fBm 分形粗糙面模型与微扰法近似

fBm 是一类具有分形特征的高斯随机函数, 其模拟是基于高度起伏相关函数所对应的功率谱采用 Monte Carlo 方法进行的, 对于一个二维 fBm 分形粗糙面, 其功率谱满足

$$W_f = S_0 f^{-\alpha} \quad (29)$$

其中

$$\alpha = 2 + 2H = 8 - 2D \quad (30)$$

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \\ &= \sqrt{(-k'_s \sin \theta'_s \cos \phi + k_i \sin \theta_i)^2 + (-k'_s \sin \theta_s \sin \phi)^2} \end{aligned} \quad (31)$$

$S_0$  为一常数 ( $S_0 > 0$ )。

如果粗糙表面高度起伏可以用上述分形函数来表示, 则根据第2节中所述微扰法, 将式(29)代入式(23), 可得经过二维 fBm 分形分层介质粗糙面散射进入下半空间的电磁波的单位非相干散射截面为

$$\sigma_{\alpha\beta}^0(k_s, k_i) = \pi k_i^4 |\varepsilon - 1|^2 |f'_{\alpha\beta}|^2 S_0 f^{-\alpha} \text{Re} \sqrt{\varepsilon} \quad (32)$$

这样就可以得到二维 fBm 分形分层介质粗糙面电磁波透射的散射系数如下

$$\sigma = 10 \lg_{10} \sigma_{\alpha\beta}^0(k_s, k_i) \quad (33)$$

在以下数值计算过程中, 主要考虑发生在  $x-z$  平面的电磁散射, 则在图1所示坐标系下,  $\phi = 0$ , 此时根据微扰法近似<sup>[1]</sup>, 因  $k'_s = \sqrt{\varepsilon} k_i$ , 上述各式中  $f$  应为

$$f = -\sqrt{\varepsilon} k_i \sin \theta'_s + k_i \sin \theta_i \quad (34)$$

以下数值计算时, 入射频率取为 10 GHz, 入射角取为  $30^\circ$ 。

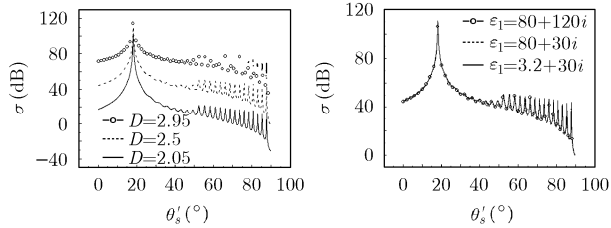
## 4 数值计算结果和讨论

### 4.1 分维对透射系数的影响

根据式(33), 通过数值计算可以得到在  $\varepsilon = 1.6 + 0.01i$ ,  $\varepsilon_1 = 80 + 30i$ ,  $H = 10\lambda$  ( $\lambda$  为入射波长, 下文不再说明) 时, 不同分维  $D$  对应的  $\sigma$  随透射波的散射角  $\theta'_s$  变化的曲线如图2所示。由图2可以看出, 在其它参数一定的条件下, 对应于不同分维  $D$  的曲线区别是很明显的, 这说明分维  $D$  对透射系数的影响很大, 分维  $D$  越大, 透射系数  $\sigma$  就越大。

### 4.2 底层介质介电常数对透射系数的影响

图3给出了在  $\varepsilon = 1.6 + 0.01i$ ,  $H = 10\lambda$ ,  $D = 2.5$  的情况下, 不同底层介质介电常数  $\varepsilon_1$  下计算出的  $\sigma$  随散射角  $\theta'_s$  的变

图2 不同 $D$ 对应的透射系数角分布图3 不同 $\epsilon_1$ 对应的透射系数角分布

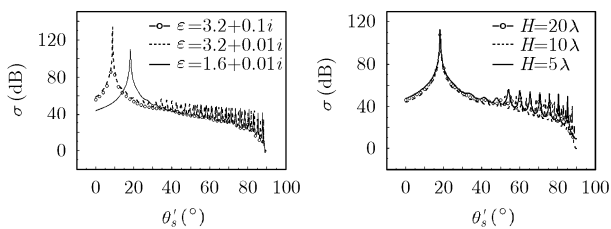
化曲线。不难看出,在其它参数一定的条件下,对应于不同 $\epsilon_1$ 的曲线几乎是重合的,这说明底层介质介电常数 $\epsilon_1$ 对透射系数的影响不大。

#### 4.3 中间层介质介电常数对透射系数的影响

图4给出了在 $\epsilon_1 = 80 + 30i$ ,  $H = 10\lambda$ ,  $D = 2.5$ 的情况下,不同中间层介质介电常数 $\epsilon$ 下计算出的 $\sigma$ 随散射角 $\theta'_s$ 的变化曲线。不难看出,在其它参数和 $\epsilon$ 的虚部一定的条件下, $\epsilon$ 的实部越大,透射系数角分布曲线随散射角变化出现的振荡越早,振荡的频率越大,振荡的振幅相当,并且在散射角变化的大部分范围内,散射系数越大;在其它参数和 $\epsilon$ 的实部一定的条件下, $\epsilon$ 的虚部越大,曲线振荡的越迟,振荡的振幅越小,振荡的频率相当。这一结论对环境遥感等雷达工程问题来说是颇有价值的。

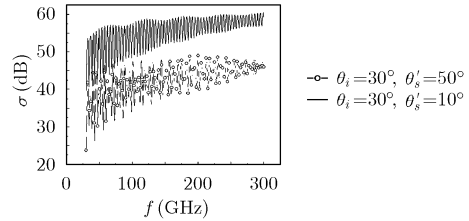
#### 4.4 中间层厚度对透射系数的影响

图5计算了 $\epsilon_1 = 80 + 30i$ ,  $\epsilon = 1.6 + 0.01i$ ,  $D = 2.5$ 时,不同中间层介质厚度 $H$ 对应的 $\sigma$ 随散射角 $\theta'_s$ 的变化曲线。不难看出,在其它参数一定的条件下, $H$ 越大,曲线振荡的频率越大、振幅越小,并且当 $H$ 增大到原来的两倍时,曲线振荡的频率也增大到原来的两倍,这一结果在 $30^\circ < \theta'_s < 70^\circ$ 的范围内是近似成立的,对于平面波入射二维fBm分形分层介质粗糙面的电磁逆散射问题具有重要的意义。

图4 不同 $\epsilon$ 下透射系数角分布 图5 不同 $H$ 下透射系数角分布

#### 4.5 入射频率对透射系数的影响

为了进一步研究透射系数 $\sigma$ 随入射频率 $f$ 变化的规律,本文对此亦进行了数值计算,图6给出了数值计算结果,计算时各种参数的取值如下: $\theta_i = 30^\circ$ ,  $D = 2.5$ ,  $\epsilon_1 = 80 + 30i$ ,  $\epsilon = 1.6 + 0.01i$ ,  $H = 10\lambda$ ,  $\theta'_s$ 分别为 $10^\circ$ (小于折射角)和 $50^\circ$ (大于折射角),由此可得二维fBm分形分层介质粗糙面透射系数随频率变化的特征。由图6可以看出:不管是

图6  $\sigma$ 随入射频率 $f$ 的变化曲线

$\theta'_s$ 小于折射角、还是 $\theta'_s$ 大于折射角, $\sigma$ 随入射频率 $f$ 的变化均是振荡的,但 $\theta'_s = 10^\circ$ 对应的透射系数大于 $\theta'_s = 50^\circ$ 对应的透射系数。

以上仅考虑发生在 $x-z$ 平面的电磁散射,即散射方位角 $\phi = 0^\circ$ ,因此式(24)中 $f'_{vh} = f'_{hv} = 0$ ,由式(24),式(33)经大量数值计算可知,VV极化的情形与HH极化的情形透射系数的特征是相似的。

## 5 结束语

本文基于微扰法得到了平面电磁波入射分层介质粗糙面上时透射系数的表达式,采用二维fBm分形粗糙面来模拟实际的介质粗糙面,结合fBm分形粗糙面的功率谱导出了透射系数计算公式,通过数值计算得到了fBm分形分层粗糙面透射系数的特征。当然本文只是研究了分维、底层介质介电常数、中间层介电常数和厚度及入射波频率对fBm分形分层介质粗糙面透射系数的影响,对于其它谱分布的分层介质粗糙面的透射问题还有待于作进一步地深入研究。

## 参考文献

- [1] Ulaby F T, Moore R K, and Fung A K. Microwave Remote Sensing [M]. London: Addison-Wesley Publishing, 1982, Vol.II: 236-358.
- [2] Fung A K. Microwave Scattering and Emission Models and Their Applications[M]. London: Artech House, 1994: 373-451.
- [3] Ogilvy J A. Theory of Wave Scattering from Random Rough Surface[M]. Bristol: institute of physics Publishing, 1991: 126-215.
- [4] Voronovich A G. Wave Scattering from Rough Surfaces[M]. 2nd ed, Berlin: Springer-Verlag, 1999: 111-138.
- [5] Bass F G and Fuks I M. Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces[M]. Oxford: Pergamon, 1979: 69-180.
- [6] Elfouhaily T M and Johnson J T. A new model for rough surface scattering[J]. *IEEE Trans. on GRS*, 2007, 45(7): 2300-2308.
- [7] Lyzenga D R. Comparison of windSat brightness temperatures with two-scale model predictions[J]. *IEEE Trans. on GRS*, 2006, 44(3): 549-559.
- [8] Du Yang, Kong J A, and Yan Wenzhe, et al. A statistical integral equation model for shadow-corrected EM scattering from a Gaussian rough surface[J]. *IEEE Trans. on ASP*, 2007,

- 55(6): 1843-1855.
- [9] Jones C D and Jackson D R. Small perturbation method of high-frequency bistatic volume scattering from marine sediments[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2001, 26(1): 84-93.
- [10] Sultan-Salem A K and Tyler G L. Validity of the Kirchhoff approximation for electromagnetic wave scattering from fractal surfaces[J]. *IEEE Trans. on. GRS*, 2004, 42(9): 1860-1870.
- [11] Liu Ye, Wei En-Bo, and Hong Jie-Li, *et al.* Microwave backscattering from the sea surface with breaking waves[J]. *Chinese Physics*, 2006, 15(9): 2175-2179.
- [12] 金亚秋, 李中新. 结合谱积分加速法的前后向迭代法数值计算分形粗糙介质面的透射和透射[J]. *电子学报*, 2002, 30(11): 1648-1653.
- Jin Ya-qiu and Li Zhong-xin. Bistatic scattering and transmitting through a fractal rough dielectric surface using the forward and backward method with spectrum acceleration algorithm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2002, 30(11): 1648-1653.
- [13] 李中新, 金亚秋. 双网格前后向迭代与谱积分法计算分形粗糙面的透射与透射[J]. *物理学报*, 2002, 51(7): 1403-1411
- Li Zhong-xin and Jin Ya-qiu. Investigation of bistatic scattering and transmission through fractal rough dielectric surfaces with the physics-based two-grids method in conjunction with the forward and backward method and spectrum acceleration algorithm[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(7): 1403-1411.
- 任新成: 男, 1967 年生, 副教授, 研究方向为电磁(光)波在复杂系统中的传播和散射.
- 郭立新: 男, 1968 年生, 教授, 研究方向为电磁波和光波在复杂介质中的传播和散射、目标电磁(光)散射特性研究、计算机电磁成像.