# 带相关噪声的观测融合稳态 Kalman 滤波算法及其全局最优性

邓自立　顾　磊　冉陈键
(黑龙江大学自动化系　哈尔滨　150080)

**摘　要**：对于带相关的输入白噪声和观测白噪声及相关观测白噪声的多传感器线性离散定常随机系统，用加权最小二乘(WLS)法提出了一种加权观测融合稳态 Kalman 滤波算法，可处理状态、白噪声和信号融合滤波、平滑、预报问题。基于稳态信息滤波器证明了它完全功能等价于集中式观测融合稳态 Kalman 滤波算法，因而它具有渐近全局最优性，且可减少计算负担。一个跟踪系统仿真例子验证了它的功能等价性。

**关键词**：多传感器信息融合；加权观测融合；相关噪声；稳态 Kalman 滤波；渐近全局最优性
**中图分类号**：TP391　**文献标识码**：A　**文章编号**：1009-5896(2009)03-0556-05

# Measurement Fusion Steady-State Kalman Filtering Algorithm with Correlated Noises and Global Optimdity

Deng Zi-li　Gu Lei　Ran Chen-jian
(*Department of Automation*, *Heilongjiang University*, *Harbin* 150080, *China*)

**Abstract**: For the multisensor linear discrete time-invariant stochastic control systems with correlated input and measurement white noises, and with correlated measurement white muses, a weighted measurement fusion steady-state Kalman filtering algorithm is presented by using the Weighted Least Squares(WLS)method. It can handle the fused filtering , smoothing and prediction problems for the state, white noise and signal. Based on the steady-state information filter, it is proved that it is completely functionally equivalent to the centralized measurement fusion steady-state Kalman filtering algorithm, so that it has asymptotic global optimality, and can reduced the computational burden. A simulation examples for tracking systems verifies its functional equivalence.

**Key words**: Multisensor information fusion; Weighted measurement fusion; Correlated noises; Steady-state Kalman filtering; Asymptotic global optimality

## 1　引言

多传感器信息融合技术广泛应用于军事、国防、目标跟踪、GPS 定位、机器人、信号处理、通信、控制等领域，目前成为备受人们关注的热门领域。对于基于 Kalman 滤波的融合，两类基本的融合方法是状态融合和观测融合[1,2]。状态融合方法包括集中式和分布式融合方法，近年来已广泛被研究[3−5]，集中式状态融合方法简单地合并所有观测方程为一个增广的观测方程，然后与状态方程联立，应用一个单个 Kalman 滤波器得到全局最优状态估计。分布式状态融合方法用加权局部 Kalman 滤波器得到全局最优或次优融合 Kalman 滤波器。观测融合方法也分为集中式和分布式(加权)融合方法。集中式观测融合方法相同于集中式状态融合方法。加权观测融合方法直接加权局部观测得到一个加权融合观测方程，然后与状态方程联立，应用一个单一 Kalman 滤波器得到最终融合状态估计。在一定条件下[1]用加权观测融合方法可获得全局最优状态估计。通常，用集中融合方法得到的观测方程的观测向量维数远大于用加权观测融合方法得到的融合观测方程的观测向量维数，因而采用加权观测融合方法可明显减少计算负担。

文献[1,2]在假设各传感器具有相同观测阵下，证明了用一种加权观测融合方法得到的 Kalman 滤波器和预报器恒同于用集中式融合方法得到的 Kalman 滤波器和预报器，因而具有全局最优性。这叫“部分功能等价性”问题。但没有证明是否用加权观测融合方法得到的 Kalman 平滑器、白噪声估值器和有关信号估值器也具有全局最优性。这类问题叫“完全功能等价性”问题。文献[6]进一步证明了其完全功能等价性。上述功能等价性研究的局限性之一是都假设各传感器观测噪声是彼此不相关的，另一局限性是假设输入噪声和观测噪声是不相关的。文献[7]指出在许多情形下观测噪声是相关的，例如各传感器有公共的背景噪声(干扰噪声)。虽然文献[8,9]提出了带相关观测白噪声观测融合 Kalman 滤波算法，但仍假设输入白噪声和观测白噪声是不相关的。本文对带相同观测阵和相关观测噪声以及相关的输入噪声和观测噪声的多传感器系统，用加权最小二乘(WLS)法最优观测融合准则提出一种加权观测融合稳态 Kalman 滤波方法，并将

2007-12-19 收到，2008-04-14 改回
国家自然科学基金(60374026)和黑龙江大学自动控制重点实验室(F04-01)资助课题

证明它同集中式稳态 Kalman 滤波方法是完全功能等价的，因而具有渐近全局最优性。

## 2　带相同观测阵和相关噪声的一种加权观测融合算法

考虑带相同观测阵和相关噪声的多传感器线性离散时不变随机控制系统

$$\boldsymbol{x}(t+1)=\boldsymbol{\Phi x}(t)+\boldsymbol{Bu}(t)+\boldsymbol{\Gamma w}(t) \tag{1}$$

$$\boldsymbol{y}_i(t)=\boldsymbol{Hx}(t)+\boldsymbol{v}_i(t),\quad i=1,\cdots,L \tag{2}$$

$$\boldsymbol{x}_c(t)=\boldsymbol{Cx}(t) \tag{3}$$

其中 $t$ 为离散时间，$\boldsymbol{x}(t)\in R^n$ 为状态，$\boldsymbol{u}(t)\in R^p$ 为已知控制，$\boldsymbol{y}_i(t)\in R^m$ 为第 $i$ 个传感器的观测，$\boldsymbol{v}_i(t)$ 为观测噪声，$\boldsymbol{w}(t)\in R^r$ 为输入白噪声，$\boldsymbol{x}_c(t)\in R^q$ 为是由 $\boldsymbol{x}(t)$ 线性变换产生的信号。$\boldsymbol{\Phi}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{\Gamma}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 是已知的适当维数常阵。

**假设 1**　$\boldsymbol{w}(t)$ 和 $\boldsymbol{v}_i(t)$ ( $i=1,\cdots,L$ )是零均值相关噪声，它们的方差阵和相关阵分别为 $\boldsymbol{Q}$ , $\boldsymbol{R}_{ij}$ , $\boldsymbol{S}$ 。

$$\mathrm{E}\left\{\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}(t)\\ \boldsymbol{v}_i(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(k) & \boldsymbol{v}_j^{\mathrm{T}}(k)\end{bmatrix}\right\}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{S}\\ \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}_{ij}\end{bmatrix}\delta_{tk} \tag{4}$$

其中 E 为数学期望，T 为转置号，$\delta_{tt}=1,\ \delta_{tk}=0,\ (t\neq k)$ 。这里 $\boldsymbol{S}$ 为 $\boldsymbol{w}(t)$ 和 $\boldsymbol{v}_i(t)$ 的共同的相关阵。

**假设 2**　各传感器有相同的观测阵 $\boldsymbol{H}$ , $\mathrm{rank}\boldsymbol{H}=m$ ,即 $\boldsymbol{H}$ 为行满秩矩阵[10]。还假设

$$\boldsymbol{R}^{(0)}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{11} & \cdots & \boldsymbol{R}_{1L}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \boldsymbol{R}_{L1} & \cdots & \boldsymbol{R}_{LL}\end{bmatrix}>0 \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{R}_{ii}(t)=\boldsymbol{R}_i(t)$ 是第 $i$ 个传感器观测噪声 $\boldsymbol{v}_i(t)$ 的方差阵，$\boldsymbol{R}_{ij}(t)=\boldsymbol{R}_{ji}^{\mathrm{T}}(t)$ ( $i,j=1,\cdots,L$ , $i\neq j$ )，是第 $i$ 个传感器观测噪声 $\boldsymbol{v}_i(t)$ 与第 $j$ 个传感器观测噪声 $\boldsymbol{v}_j(t)$ 的互协方差阵。

**假设 3**　观测融合系统是完全可观，完全可控的。

### 2.1 集中式观测融合算法

用增广观测向量方法有集中式观测融合方程

$$\boldsymbol{y}^{(0)}(t)=\boldsymbol{H}^{(0)}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{v}^{(0)}(t) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{H}^{(0)}=[\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{y}^{(0)}(t)=[\boldsymbol{y}_1^{\mathrm{T}}(t),\cdots,\boldsymbol{y}_L^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{v}^{(0)}(t)=[\boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}}(t),\cdots,\boldsymbol{v}_L^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

而 $\boldsymbol{w}(t)$ 与 $\boldsymbol{v}^{(0)}(t)$ 的相关阵为

$$\boldsymbol{S}^{(0)}=\mathrm{E}[\boldsymbol{w}(t)\boldsymbol{v}^{(0)\mathrm{T}}(t)]=[\boldsymbol{S},\cdots,\boldsymbol{S}]=\boldsymbol{Se}^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}=[\boldsymbol{I}_m,\cdots,\boldsymbol{I}_m] \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{H}^{(0)}$ 由式(7)定义，白噪声 $\boldsymbol{v}^{(0)}(t)$ 由式(9)定义其方差阵 $\boldsymbol{R}^{(0)}$ 。对系统式(1)和式(6)应用标准稳态 Kalman 滤波算法[11]可得集中式稳态 Kalman 滤波器 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(0)}(t\mid t)$ 和预报器 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(0)}(t\mid t-1)$ 及相应稳态误差方差阵 $\boldsymbol{P}^{(0)}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}^{(0)}$ 。

### 2.2 加权观测融合算法(I)

式(2)可看成是对 $\boldsymbol{Hx}(t)$ 的观测方程，于是有观测模型

$$\boldsymbol{y}^{(0)}(t)=\boldsymbol{eHx}(t)+\boldsymbol{v}^{(0)}(t) \tag{12}$$

于是应用加权最小二乘(WLS)[11]法可得 $\boldsymbol{Hx}(t)$ 的 Gauss-Markov 估值为

$$\boldsymbol{y}^{(\mathrm{I})}(t)=(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e})^{-1}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{y}^{(0)}(t) \tag{13}$$

将式(12)代入式(13)有加权观测融合方程为

$$\boldsymbol{y}^{(\mathrm{I})}(t)=\boldsymbol{Hx}(t)+\boldsymbol{v}^{(\mathrm{I})}(t) \tag{14}$$

其中 $\boldsymbol{v}^{(\mathrm{I})}(t)$ 为观测误差

$$\boldsymbol{v}^{(\mathrm{I})}(t)=(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e})^{-1}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{v}^{(0)}(t) \tag{15}$$

它有最小误差方差阵

$$\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})}=(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e})^{-1} \tag{16}$$

加权观测融合观测方程式(14)可写为

$$\boldsymbol{y}^{(\mathrm{I})}(t)=\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{v}^{(\mathrm{I})}(t) \tag{17}$$

$$\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})}=\boldsymbol{H} \tag{18}$$

应用式(10)，$\boldsymbol{w}(t)$ 与 $\boldsymbol{v}^{(\mathrm{I})}(t)$ 的相关阵为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}&=\mathrm{E}[\boldsymbol{w}(t)\boldsymbol{v}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}(t)]=\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e})^{-1}\\&=\boldsymbol{Se}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e})^{-1}=\boldsymbol{S}\end{aligned} \tag{19}$$

对系统式(1)和式(17)应用标准稳态 Kalman 滤波算法可得到加权观测融合稳态 Kalman 滤波器 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(\mathrm{I})}(t\mid t)$ 和预报器 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(\mathrm{I})}(t\mid t-1)$ 及其相应稳态误差方差阵 $\boldsymbol{P}^{(\mathrm{I})}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}^{(\mathrm{I})}$ 。

## 3　加权观测融合算法的部分功能等价性

融合观测方程式(6)和式(17)有统一的形式

$$\boldsymbol{y}^{(i)}(t)=\boldsymbol{H}^{(i)}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{v}^{(i)}(t),\ \ i=0,\mathrm{I} \tag{20}$$

则系统式(1)和式(20)的 Kalman 滤波器和预报器分别为[12]

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\mid t)=\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\mid t-1)+\boldsymbol{K}_f^{(i)}\varepsilon^{(i)}(t) \tag{21}$$

$$\varepsilon^{(i)}(t)=\boldsymbol{y}^{(i)}(t)-\boldsymbol{H}^{(i)}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\mid t-1) \tag{22}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t+1\mid t)=\boldsymbol{\Phi}^{(i)}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\mid t)+\boldsymbol{Bu}(t)+\boldsymbol{\Gamma S}^{(i)}\boldsymbol{R}^{(i)-1}\boldsymbol{y}^{(i)}(t) \tag{23}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}=\boldsymbol{\Phi}^{(i)}\boldsymbol{P}^{(i)}\boldsymbol{\Phi}^{(i)\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma Q}^{(i)}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}} \tag{24}$$

$$\boldsymbol{P}^{(i)}=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)}]\boldsymbol{\Sigma}^{(i)} \tag{25}$$

$$\boldsymbol{K}_f^{(i)}=\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}[\boldsymbol{H}^{(i)}\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}^{(i)}]^{-1} \tag{26}$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{(i)}=\boldsymbol{\Phi}-\boldsymbol{\Gamma S}^{(i)}\boldsymbol{R}^{(i)-1}\boldsymbol{H}^{(i)} \tag{27}$$

$$\boldsymbol{Q}^{(i)}=\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{S}^{(i)}\boldsymbol{R}^{(i)-1}\boldsymbol{S}^{(i)\mathrm{T}} \tag{28}$$

带初值 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(0\mid 0)$ ，$\boldsymbol{P}^{(i)}(0\mid 0)$ ，$i=0,\mathrm{I}$ 。

**定义**　$\boldsymbol{P}^{(i)-1}=(\boldsymbol{P}^{(i)})^{-1}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}^{(i)-1}=(\boldsymbol{\Sigma}^{(i)})^{-1}$ 为信息矩阵，$\hat{\boldsymbol{z}}^{(i)}(t\mid t)=(\boldsymbol{P}^{(i)})^{-1}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\mid t)$ 和 $\hat{\boldsymbol{z}}^{(i)}(t\mid t-1)=(\boldsymbol{\Sigma}^{(i)})^{-1}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\mid t-1)$ 为稳态信息滤波器和预报器，则有系统式(1)和式(20)在信息滤波器形式下的 Kalman 滤波器和预报器分别为[11]

$$\hat{\boldsymbol{z}}^{(i)}(t\mid t)=\hat{\boldsymbol{z}}^{(i)}(t\mid t-1)+\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(i)-1}\boldsymbol{y}^{(i)}(t) \tag{29}$$

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{z}}^{(i)}(t+1\mid t)=&\ \boldsymbol{\Sigma}^{(i)-1}\boldsymbol{\Phi}^{(i)}\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}\hat{\boldsymbol{z}}^{(i)}(t\mid t)+\boldsymbol{\Sigma}^{(i)-1}\boldsymbol{Bu}(t)\\&+\boldsymbol{\Sigma}^{(i)-1}\boldsymbol{\Gamma S}^{(i)}\boldsymbol{R}^{(i)-1}\boldsymbol{y}^{(i)}(t)\end{aligned} \tag{30}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}=\boldsymbol{\Phi}^{(i)}\boldsymbol{P}^{(i)}\boldsymbol{\Phi}^{(i)\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Gamma}^{(i)}\boldsymbol{Q}^{(i)}\boldsymbol{\Gamma}^{(i)\mathrm{T}} \tag{31}$$

$$\boldsymbol{P}^{(i)-1}=\boldsymbol{\Sigma}^{(i)-1}+\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(i)-1}\boldsymbol{H}^{(i)} \tag{32}$$

由式(21)–式(32)可以得出，在相同初值下，只要

$$\boldsymbol{H}^{(0)\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{H}^{(0)}=\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})} \tag{33}$$

$$\boldsymbol{H}^{(0)\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{y}^{(0)}(t)=\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{y}^{(\mathrm{I})}(t) \tag{34}$$

$$\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{y}^{(0)}(t)=\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{y}^{(\mathrm{I})}(t) \tag{35}$$

$$\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{H}^{(0)}=\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})} \tag{36}$$

$$\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{S}^{(0)\mathrm{T}}=\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}} \tag{37}$$

就能保证上述两种观测融合 Kalman 滤波器 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\,|\,t)$, $i=0,\mathrm{I}$, 和预报器 $\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t+1\,|\,t)$, $i=0,\mathrm{I}$, 分别是数值上恒同的。

**定理 1** (加权观测融合方法的部分功能等价性) 带相同观测阵和相关噪声的多传感器系统式(1)-式(3)在假设 1- 假设 3 下，加权观测融合稳态 Kalman 滤波器和预报器及它们的稳态误差方差阵分别在数值上是恒同于集中式融合稳态 Kalman 滤波器和预报器及其稳态误差方差阵，即

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(0)}(t\,|\,t)=\hat{\boldsymbol{x}}^{(\mathrm{I})}(t\,|\,t),\ \ \forall t \tag{38}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(0)}(t\,|\,t-1)=\hat{\boldsymbol{x}}^{(\mathrm{I})}(t\,|\,t-1),\ \ \forall t \tag{39}$$

$$\boldsymbol{P}^{(0)}=\boldsymbol{P}^{(\mathrm{I})} \tag{40}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(0)}=\boldsymbol{\Sigma}^{(\mathrm{I})} \tag{41}$$

只要它们有相同的初值

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(0)}(0\,|\,0)=\hat{\boldsymbol{x}}^{(\mathrm{I})}(0\,|\,0) \tag{42}$$

**证明** 由式(6)-式(19)，注意 $\boldsymbol{H}^{(0)}=\boldsymbol{e}\boldsymbol{H}$ ，则有

$$\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})}=\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{e}\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})}=\boldsymbol{H}^{(0)\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{H}^{(0)} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{y}^{(\mathrm{I})}(t)&=\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e})^{-1}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{y}^{(0)}(t)\\&=\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{y}^{(0)}(t)=\boldsymbol{H}^{(0)\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{y}^{(0)}(t)\end{aligned} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{y}^{(\mathrm{I})}(t)&=\boldsymbol{S}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e})^{-1}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{y}^{(0)}(t)\\&=\boldsymbol{S}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{y}^{(0)}(t)=\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{y}^{(0)}(t)\end{aligned} \tag{45}$$

$$\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e}\boldsymbol{H}=\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{H}^{(0)} \tag{46}$$

$$\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{e}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{S}^{(0)\mathrm{T}} \tag{47}$$

这证明了式(33)-式(37)，即证明了加权观测融合方法的部分功能等价性式(38)-式(42)成立。注意，带初始时刻 $t_0=0$ 的时变 Kalman 滤波器在线性最小方差意义下是最优的，而相应的稳态 Kalman 滤波器是次优的，文献[13,14]证明了它渐近于时变最优 Kalman 滤波器。带初始时刻 $t_0=0$ 的集中式时变 Kalman 滤波器和预报器是全局最优的[5]，因而集中式稳态 Kalman 滤波器和预报器是渐近全局最优的[13]。 证毕

## 4 加权观测融合算法的完全功能等价性

统一的观测融合系统式(1)和式(20)的稳态 Kalman 平滑器为[12]

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\,|\,t+N)=\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\,|\,t)+\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_x^{(i)}(j)\varepsilon^{(i)}(t+j) \tag{48}$$

其中 $i=0,\mathrm{I}$ ， $N>0$ ， 新息过程 $\varepsilon^{(i)}(t)$ 为

$$\varepsilon^{(i)}(t)=\boldsymbol{y}^{(i)}(t)-\boldsymbol{H}^{(i)}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\,|\,t-1) \tag{49}$$

稳态平滑增益为[9,12]

$$\boldsymbol{K}_x^{(i)}(j)=\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}(\boldsymbol{\Psi}_p^{(i)\mathrm{T}})^{j}\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(i)-1} \tag{50}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_p^{(i)}=\boldsymbol{\Phi}^{(i)}[\boldsymbol{I}_n-\boldsymbol{K}_f^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)}] \tag{51}$$

$$\boldsymbol{K}_f^{(i)}=\boldsymbol{P}^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(i)-1} \tag{52}$$

$$\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(i)}=\boldsymbol{H}^{(i)}\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}^{(i)} \tag{53}$$

稳态平滑误差方差阵为

$$\boldsymbol{P}^{(i)}(N)=\boldsymbol{P}^{(i)}-\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{K}_x^{(i)}(j)\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(i)}\boldsymbol{K}_x^{(i)\mathrm{T}}(j) \tag{54}$$

其中定义 $\boldsymbol{P}^{(i)}(0)=\boldsymbol{P}^{(i)}$ 。稳态输入白噪声估值器为[12]

$$\begin{aligned}&\hat{\boldsymbol{w}}^{(i)}(t\,|\,t+N)=\sum_{j=0}^{N}\boldsymbol{K}_w^{(i)}(j)\varepsilon^{(i)}(t+j),\ N\geq 0,\\&\hat{\boldsymbol{w}}^{(i)}(t\,|\,t+N)=0,\ N<0\end{aligned} \tag{55}$$

其中

$$\boldsymbol{K}_w^{(i)}(0)=\boldsymbol{S}^{(i)}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(i)-1} \tag{56}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_w^{(i)}(j)=&[-\boldsymbol{S}^{(i)}\boldsymbol{K}_f^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}^{(i)\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}^{(i)}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{S}^{(i)}\boldsymbol{J}^{(i)\mathrm{T}}]\\&\cdot(\boldsymbol{\Psi}_p^{(i)\mathrm{T}})^{j-1}\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(i)-1},\ \ \boldsymbol{J}^{(i)}=\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{S}^{(i)}\boldsymbol{R}^{(i)-1}\end{aligned} \tag{57}$$

相应的稳态误差方差阵为

$$\boldsymbol{P}_w^{(i)}(N)=\boldsymbol{Q}^{(i)}-\sum_{j=0}^{N}\boldsymbol{K}_w^{(i)}(j)\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(i)}\boldsymbol{K}_w^{(i)\mathrm{T}}(j),\ \ N\geq 0 \tag{58}$$

$$\boldsymbol{P}_w^{(i)}(N)=\boldsymbol{Q}\ ,\quad N<0 \tag{59}$$

由式(27)和式(46)引出 $\boldsymbol{\Phi}^{(0)}=\boldsymbol{\Phi}^{(\mathrm{I})}$ 。由式(52)和式(43)引出 $\boldsymbol{K}_f^{(0)}\boldsymbol{H}^{(0)}=\boldsymbol{K}_f^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})}$ 。从而由式(51)引出

$$\boldsymbol{\Psi}_p^{(0)}=\boldsymbol{\Psi}_p^{(\mathrm{I})} \tag{60}$$

应用式(26)和式(53)有

$$\boldsymbol{K}_f^{(i)}=\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(i)-1} \tag{61}$$

这引出

$$\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(i)-1}\varepsilon^{(i)}(t)=\boldsymbol{\Sigma}^{(i)-1}\boldsymbol{K}_f^{(i)}\varepsilon^{(i)}(t) \tag{62}$$

应用式(49)及式(52)有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_f^{(i)}\varepsilon^{(i)}(t)&=\boldsymbol{K}_f^{(i)}\boldsymbol{y}^{(i)}(t)-\boldsymbol{K}_f^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\,|\,t-1)\\&=\boldsymbol{P}^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{(i)-1}\boldsymbol{y}^{(i)}(t)-\boldsymbol{P}^{(i)}\boldsymbol{H}^{(i)\mathrm{T}}\\&\quad\cdot\boldsymbol{R}^{(i)-1}\boldsymbol{H}^{(i)}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\,|\,t-1)\end{aligned} \tag{63}$$

于是应用式(39)，式(40)，式(43)，式(44)引出

$$\boldsymbol{K}_f^{(0)}\varepsilon^{(0)}(t)=\boldsymbol{K}_f^{(\mathrm{I})}\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t) \tag{64}$$

从而应用式(41)和式(64)，由式(62)引出

$$\boldsymbol{H}^{(0)\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(0)-1}\varepsilon^{(0)}(t)=\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(\mathrm{I})-1}\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t) \tag{65}$$

于是应用定理 1，式(50)和式(65)引出

$$\boldsymbol{K}_x^{(0)}(j)\varepsilon^{(0)}(t+j)=\boldsymbol{K}_x^{(\mathrm{I})}(j)\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t+j) \tag{66}$$

$$\boldsymbol{K}_x^{(0)}(j)\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(0)}\boldsymbol{K}_x^{(0)\mathrm{T}}(j)=\boldsymbol{K}_x^{(\mathrm{I})}(j)\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{K}_x^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}(j) \tag{67}$$

进而应用定理 1 和式(48)、式(54)引出

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(0)}(t\,|\,t+N)=\hat{\boldsymbol{x}}^{(\mathrm{I})}(t\,|\,t+N) \tag{68}$$

$$\boldsymbol{P}^{(0)}(N)=\boldsymbol{P}^{(\mathrm{I})}(N) \tag{69}$$

注意，对 $N=0$ ，有 $\hat{\boldsymbol{w}}^{(i)}(t\,|\,t)=\boldsymbol{K}_w^{(i)}(0)\varepsilon^{(i)}(t)=\boldsymbol{S}^{(i)}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(i)-1}\cdot\varepsilon^{(i)}(t)$ ，且注意 $\boldsymbol{H}^{(0)}=\boldsymbol{e}\boldsymbol{H}$ ， $\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})}=\boldsymbol{H}$ ，则由式(65)有

$$\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(0)-1}\varepsilon^{(0)}(t)=\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(\mathrm{I})-1}\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t) \tag{70}$$

由假设 2 引出 $\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}$ 为列满秩阵，从而 $(\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}})^{-1}$ 存在，式(70)两边左乘 $\boldsymbol{H}$ ，有

$$\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(0)-1}\varepsilon^{(0)}(t)=\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_\varepsilon^{(\mathrm{I})-1}\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t) \tag{71}$$

式(71)两边左乘 $(\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}})^{-1}$ 引出关系

$$\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\varepsilon}^{(0)-1}\varepsilon^{(0)}(t)=\boldsymbol{Q}_{\varepsilon}^{(\mathrm{I})-1}\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t) \tag{72}$$

式(72)两边左乘 $\boldsymbol{S}$ 有

$$\boldsymbol{S}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_{\varepsilon}^{(0)-1}\varepsilon^{(0)}(t)=\boldsymbol{S}\boldsymbol{Q}_{\varepsilon}^{(\mathrm{I})-1}\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t) \tag{73}$$

由式(10)和式(19)引出

$$\widehat{\boldsymbol{w}}^{(0)}(t\mid t)=\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{Q}_{\varepsilon}^{(0)-1}\varepsilon^{(0)}(t)=\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{Q}_{\varepsilon}^{(\mathrm{I})-1}\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t)=\widehat{\boldsymbol{w}}^{(\mathrm{I})}(t\mid t) \tag{74}$$

$$\boldsymbol{P}_{w}^{(0)}(0)=\boldsymbol{P}_{w}^{(\mathrm{I})}(0) \tag{75}$$

在式(57)中注意，有式(27)，式(46)和式(28)，式(47)有 $\boldsymbol{\Phi}^{(0)}=\boldsymbol{\Phi}^{(\mathrm{I})},\boldsymbol{Q}^{(0)}=\boldsymbol{Q}^{(\mathrm{I})}$, 由式(40)，式(46)和式(52)有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{K}_{f}^{(0)\mathrm{T}}&=\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{H}^{(0)}\boldsymbol{P}^{(0)}\\&=\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{H}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{P}^{(\mathrm{I})}=\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{K}_{f}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{76}$$

且由式(47)和式(57)有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{J}^{(0)\mathrm{T}}&=\boldsymbol{S}^{(0)}\boldsymbol{R}^{(0)-1}\boldsymbol{S}^{(0)\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\\&=\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{R}^{(\mathrm{I})-1}\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{S}^{(\mathrm{I})}\boldsymbol{J}^{(\mathrm{I})\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{77}$$

于是应用式(57)，式(60)和式(65)有

$$\boldsymbol{K}_{w}^{(0)}(j)\varepsilon^{(0)}(t+j)=\boldsymbol{K}_{w}^{(\mathrm{I})}(j)\varepsilon^{(\mathrm{I})}(t+j) \tag{78}$$

由式(55)，式(58)和式(78)

$$\widehat{\boldsymbol{w}}^{(0)}(t\mid t+N)=\widehat{\boldsymbol{w}}^{(\mathrm{I})}(t\mid t+N),\ \ N\ge 1 \tag{79}$$

$$\boldsymbol{P}_{w}^{(0)}(N)=\boldsymbol{P}_{w}^{(\mathrm{I})}(N),\ \ N\ge 1 \tag{80}$$

由式(55)和式(59)，显然上两式对 $N<0$ 也成立。

又由式(3)有信号 $\boldsymbol{x}_c(t)$ 的融合器

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{c}^{(i)}(t\mid t+N)=\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\mid t+N) \tag{81}$$

稳态误差方差为

$$\boldsymbol{P}_{x_c}^{(i)}(N)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}^{(i)}(N)\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} \tag{82}$$

由式(68)和式(69)引出

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{c}^{(0)}(t\mid t+N)=\hat{\boldsymbol{x}}_{c}^{(\mathrm{I})}(t\mid t+N),\ \ \boldsymbol{P}_{x_c}^{(0)}(N)=\boldsymbol{P}_{x_c}^{(\mathrm{I})}(N) \tag{83}$$

上述推导概括为如下定理：

**定理 2**　(两种加权观测融合方法的完全功能等价性)带相关噪声和相同观测阵的多传感器系统式(1)–式(3)在假设 1－假设 3 下，加权观测融合方法与集中式观测融合方法是完全功能等价性，即在相同初值式(42)下，它们分别引出数值上恒同的稳态 Kalman 滤波器、预报器、平滑器、白噪声估值器和信号估值器及相应的误差方差阵。

注意，因为集中式观测融合稳态 Kalman 估值器是渐近全局最优的，故上述加权观测融合 Kalman 估值器也是渐近全局最优的。

## 5　数值仿真例子

**例 1**　考虑带相关噪声的 3 传感器跟踪系统

$$\boldsymbol{x}_c(t+1)=\boldsymbol{\Phi}_0\boldsymbol{x}_c(t)+\boldsymbol{\Gamma}_0 w_0(t) \tag{84}$$

$$y_i(t)=\boldsymbol{H}_0\boldsymbol{x}_c(t)+\boldsymbol{\eta}(t)+e_i(t),\quad i=1,2,3 \tag{85}$$

其中 $\boldsymbol{x}_c(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\end{bmatrix}$，$y_i(t)$ 为第 $i$ 个传感器观测信号，$\boldsymbol{\Phi}_0=\begin{bmatrix}1&T_0\\0&1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{\Gamma}_0=\begin{bmatrix}0.5T_0^2\\T_0\end{bmatrix}$，$T_0$ 为采样周期，$\boldsymbol{H}_0=[1\ 0]$，假设 $w_0(t)$，$\boldsymbol{\xi}(t)$，$e_i(t)$ 是零均值、方差分别为 $\sigma_{w_0}^2,\sigma_{\xi}^2,\sigma_{e1}^2,\sigma_{e2}^2,\sigma_{e3}^2$ 相互独立的白噪声，$\boldsymbol{\eta}(t)$ 公共干扰噪声(有色背景噪声)

$$(1+pq^{-1})\boldsymbol{\eta}(t)=(1+rq^{-1})\boldsymbol{\xi}(t) \tag{86}$$

问题是求 $\boldsymbol{x}_c(t)$ 的加权观测融合稳态 Kalman 估值器 $\hat{\boldsymbol{x}}_c^{(i)}(t\mid t+N)$ 及其相应误差方差阵 $\boldsymbol{P}_{x_c}^{(i)}(N),N=0,1\ \ i=0,\mathrm{I}$ 。

系统式(84)–式(86)可化为增广状态空间模型

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_c(t+1)\\\boldsymbol{\beta}(t+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_0&0\\0&-p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_c(t)\\\boldsymbol{\beta}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}_0&0\\0&r-p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w_0(t)\\\boldsymbol{\xi}(t)\end{bmatrix} \tag{87}$$

$$y_i(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}_0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_c(t)\\\boldsymbol{\beta}(t)\end{bmatrix}+v_i(t),\quad i=1,2,3 \tag{88}$$

$$v_i(t)=\boldsymbol{\xi}(t)+e_i(t),\quad i=1,2,3 \tag{89}$$

$$\boldsymbol{\eta}(t)=\boldsymbol{\beta}(t)+\boldsymbol{\xi}(t) \tag{90}$$

令

$$\boldsymbol{x}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_c(t)\\\boldsymbol{\beta}(t)\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\Phi}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_0&0\\0&-p\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\Gamma}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Gamma}_0&0\\0&r-p\end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{w}(t)=\begin{bmatrix}w_0(t)\\\boldsymbol{\xi}(t)\end{bmatrix},\ \boldsymbol{H}=[\boldsymbol{H}_0\ 1] \tag{91}$$

于是状态空间模型式(91)–式(94)可化为

$$\boldsymbol{x}(t+1)=\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{w}(t) \tag{92}$$

$$y_i(t)=\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}(t)+v_i(t),\quad i=1,2,3 \tag{93}$$

$$\boldsymbol{x}_c(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) \tag{94}$$

$$v_i(t)=\boldsymbol{\xi}(t)+e_i(t),\quad i=1,2,3 \tag{95}$$

其中

$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{S}=\mathrm{E}[\boldsymbol{w}(t)v_i(t)]=\begin{bmatrix}0\\\sigma_{\xi}^2\end{bmatrix}$，$R_{ij}=\mathrm{E}[v_i(t)v_j(t)]=\sigma_{\xi}^2,\ i\ne j$ , $R_{ii}=\sigma_{\xi}^2+\sigma_{ei}^2,i=1,2,3$ 。可知此系统为带相同观测阵和相关噪声系统，故可以应用本文中结果求解。显然由式(94)有 $\hat{\boldsymbol{x}}_c^{(i)}(t\mid t+N)=\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{x}}^{(i)}(t\mid t+N)$ 。仿真中取 $T_0=0.1$ , $\sigma_{w_0}^2=1$ , $\sigma_{\xi}^2=0.25$ , $\sigma_{e1}^2=9$ , $\sigma_{e2}^2=4$ , $\sigma_{e3}^2=1$ , $p=0.4$, $r=1$ , $t=200$ 。采用集中式观测融合方法和加权观测融合方法(I)其在相同初值下其 Matlab 仿真结果如表 1，表 2 所示，可看到它们是功能等价的。

**表 1　集中式观测融合算法和加权观测融合算法(I)稳态 Kalman 滤波器比较**

<table>
<tr><th>$t$</th><th>$\hat{\boldsymbol{x}}_c^{(0)}(t\mid t)$</th><th>$\hat{\boldsymbol{x}}_c^{(\mathrm{I})}(t\mid t)$</th></tr>
<tr><td rowspan="2">50</td><td>−1.9430</td><td>−1.9430</td></tr>
<tr><td>−0.7666</td><td>−0.7666</td></tr>
<tr><td rowspan="2">100</td><td>−5.2115</td><td>−5.2115</td></tr>
<tr><td>−1.0961</td><td>−1.0961</td></tr>
<tr><td rowspan="2">200</td><td>−12.6093</td><td>−12.6093</td></tr>
<tr><td>−0.4805</td><td>−0.4805</td></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{P}_{x_c}^{(0)}(0)$</td><td colspan="2">$\begin{bmatrix}0.1357&0.0689\\0.0689&0.1174\end{bmatrix}$</td></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{P}_{x_c}^{(\mathrm{I})}(0)$</td><td colspan="2">$\begin{bmatrix}0.1357&0.0689\\0.0689&0.1174\end{bmatrix}$</td></tr>
</table>

表 2 集中式观测融合算法和加权观测融合算法(I)稳态 Kalman 平滑器比较

| $t$ | $\hat{\boldsymbol{x}}_0^{(0)}(t\mid t+1)$ | $\hat{\boldsymbol{x}}_0^{(1)}(t\mid t+1)$ |
|---|---|---|
| 50 | −1.9536 | −1.9536 |
| | −0.7714 | −0.7714 |
| 100 | −5.1519 | −5.1519 |
| | −1.0693 | −1.0693 |
| 200 | −12.5366 | −12.5366 |
| | −0.4478 | −0.4478 |
| $\boldsymbol{P}_{x_c}^{(0)}(1)$ | $\begin{bmatrix}0.1226 & 0.0629\\ 0.0629 & 0.1147\end{bmatrix}$ | |
| $\boldsymbol{P}_{x_c}^{(1)}(1)$ | $\begin{bmatrix}0.1226 & 0.0629\\ 0.0629 & 0.1147\end{bmatrix}$ | |

## 6 结束语

本文对带相同观测阵和相关观测噪声以及带相关的输入噪声和观测噪声的多传感器系统，在加权最小二乘 (WLS) 法最优观测融合准则下，得到了一个加权观测融合方程，将它与状态方程联立，提出了一种加权观测融合稳态 Kalman 滤波算法，并用稳态信息融合滤波器证明了同集中式融合稳态 Kalman 滤波算法相比，它们是完全功能等价的。它具有渐近全局最优性，且可减少计算负担。

## 参 考 文 献


[1] Gan Q and Harris C J. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman filter-based mutisensor data fusion. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(1): 273–279.

[2] Roecker J A and McGillen C D. Comparison of two-sensor tracking methods based on state vector fusion and measurement fusion. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1988, 21(4): 447–449.

[3] Li X R, Zhu Y M, and Wang J, *et al.*. Optimal linear estimation fusion-part I: Unified fusion rules. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2003, 49(9): 2192–2208.

[4] Hall D L and Llinas J. An introduction to multisensor data fusion. *Proc. IEEE*, 1997, 85(1): 6–23.

[5] Deng Z L, Gao Y, and Mao L, *et al.*. New approach to information fusion steady-state Kalman filtering. *Automatica*, 2005, 41(10): 1695–1707.

[6] 邓自立. 两种最优观测融合方法的功能等价性. 控制理论与应用, 2006, 23(2): 319–323.
Deng Zi-li. On functional equivalence of two measurement fusion methods. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 319–323.

[7] Roy S and Iltis R A. Decentralized linear estimation in correlated measurement noise. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 1991, 27(6): 939–941.

[8] 欧连军, 邱红专, 张洪钺. 多个相关测量的融合算法及其最优性. 信息与控制, 2005, 34(6): 690–695.
Ou Lian-jun, Qiu Hong-zhuan, and Zhang Hong-yue. Multiple correlated measurement fusion algorithm and its optimality. *Information and Control*, 2005, 34(6): 690–695.

[9] 惠玉松，顾磊，冉陈键，邓自立. 基于稳态Kalman滤波的相关观测融合算法及其功能等价性.科学技术与工程，2007, 7(19): 4809–4814.
Hui Yu-song, Gu Lei, Ran Chen-jian, and Deng Zi-li. Correlated measurements fusion methods based steady-state Kalman filtering and their functional equivalence. *Science Technology and Engineering*, 2007, 7(19): 4809–4814.

[10] Darouach M, Zasdzinshi M, and Onana A B, *et al.*. Kalman filteing with unknown inputs via optimal state estimation. *Int. J. Systerms*, 1995, 20(10): 2015–2028.

[11] Kailath T A, Sayed H, and Hassibi B. Linear Estimation, Upper Sddle River, New Jersey : Prentice-Hall, 2000: 41–333.

[12] 邓自立. 最优估计理论及其应用——建模、滤波、信息融合估计. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2005: 150–154.
Deng Zi-li. Optional Estimation Theory with Applications, Modeling, Filtering, and Information Fusion. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2005: 150–154.

[13] Chui C K and chen G. Kalman Filterig with Real Time Applications. New York: Spring-Verlag Berlin Heidelberg, 1987: 91–95.

[14] 邓自立. 信息融合滤波理论及其应用. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2007: 119–123.
Deng Zi-li. Information Fusion Filterig Theory with Applications. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2007: 119–123.



邓自立： 男，1938 年生，教授，博士生导师，研究方向为多传感器信息融合滤波.

顾　磊： 男，1983 年生，硕士生，研究方向为状态估计、信息融合.

冉陈键： 女，1981 年生，硕士生，研究方向为状态估计、信息融合.