

循环移位离散 Chirp-Fourier 变换

郭永明 水鹏朗

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 离散 Fourier 变换(DFT)具有循环移位的特性。同样,源于 DFT 的离散 Chirp-Fourier 变换(DCFT)也具有循环移位的特性。该文提出了循环移位 DCFT 的概念,并根据这一概念给出了一种新的 chirp 信号的检测方法。该方法充分利用了 chirp 信号和噪声的特点,即 chirp 信号的调频率和初始频率不随时间变化而噪声的调频率和初始频率随时间随机变化,因此该方法具有更好的检测性能。与 DCFT 方法相比,实验结果表明,在低信噪比下该文提出的 chirp 信号的检测方法达到了良好的效果。

关键词: 信号检测; 离散 Chirp-Fourier 变换(DCFT); 循环移位; 线性调频信号; 调频率

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)08-1882-04

Circularly Shifting Discrete Chirp-Fourier Transform

Guo Yong-ming Shui Peng-lang

(National Lab. of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: The Discrete Fourier Transform (DFT) has circular shift properties. Similarly, the Discrete Chirp-Fourier Transform (DCFT) motivated by DFT also has circular shift properties. This paper introduces the circular shift of DCFT and proposes a new method to detect chirp. The new method utilities not only the chirp characteristic, but also the noise characteristic, i.e., chirp rates and initial frequencies of chirp are invariant in time, whereas chirp rates and initial frequencies of noise are random in time, therefore, it has better detection performance. Comparing with DCFT, some experimental results are provided to demonstrate the better performance of the detection method proposed by this paper in low Signal-to-Noise ratio (SNR) environments.

Key words: Signal detection; Discrete Chirp-Fourier Transform(DCFT); Circular shift; Chirp; Chirp rate

1 引言

线性调频信号(chirp)的检测和调频率参数估计是一个广泛研究的问题。在合成孔径雷达(SAR)和逆合成孔径雷达(ISAR)中,雷达返回信号是 chirp 信号。chirp 信号的调频率包含了关于运动目标的速度和位置的重要信息,因此在许多应用中 chirp 信号的检测和调频率参数估计具有重要意义。

近几十年来产生了许多 chirp 信号的检测方法。Wigner 分布(WD)具有最好的时频聚集性,在检测纯 chirp 信号时具有良好的性能;但是在检测多分量 chirp 信号时,由于 WD 存在交叉项干扰,因此很难完成检测^[1]。dechirp 方法类似于 WD 检测方法^[2]。随后发展的 Wigner-Hough 变换(WHT)进一步改善了 chirp 信号的检测与调频率估计的性能,但是仍然没有解决检测多分量 chirp 信号的问题^[3,4]。离散 Chirp-Fourier 变换(DCFT)的方法虽然能够对多分量 chirp 信号进行检测,并估计调频率,不存在交叉项,具有良好的性能。但是这种方法具有很大的局限性,即进行 DCFT 的信号点数只能是素数,被估计的 chirp 信号的调频率和初始频率只能是整数或近似整数,这在实际应用中受到了极大的限制^[5]。

在 DCFT 出现之后,为了克服 DCFT 的缺点,不同的修正 DCFT(MDCFT)的方法提了出来^[6-8]。MDCFT 虽然解决了 DCFT 的一些缺点,但是代价是分辨力的降低和良好的数学性质的损失^[7,8]。

本文提出了循环移位 DCFT 的概念,并在利用循环移位 DCFT 基础上,充分利用了 chirp 信号和噪声的不同特点,即 chirp 信号的调频率和初始频率不随时间变化而噪声的调频率和初始频率随时间随机变化,给出了一种多分量 chirp 信号的检测和调频率参数估计的方法,它能够在低信噪比下有良好的效果。

本文组织如下:在第2节中论述了 DCFT 的定义,并讨论了循环移位 DCFT;在第3节中,根据循环移位 DCFT,提出的一种多分量 chirp 信号的检测和调频率参数估计的方法;第4节给出了该方法的仿真结果,及与 DCFT 检测方法的对比结果;第5节是结束语。

2 循环移位 DCFT

信号 $x(n)$ 的 DCFT 定义如下

$$\text{DCFT}[x(n)] \triangleq X_c(k, l) \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{-ln^2 - kn},$$
$$0 \leq k, l \leq N-1 \quad (1)$$

其中 N 为质数, $W_N = \exp(j2\pi/N)$, l 表示二次频率(即调频率), k 表示线性频率(即频率)。它的逆变换(IDCFT)为

$$\text{IDCFT}[X_c(k,l)] \triangleq x(n) \equiv W_N^{ln^2} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_c(k,l) W_N^{-kn}, \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (2)$$

从式(1)中可以看到, 信号 $x(n)$ 通过去调频率, 然后进行 Fourier 变换就得到 DCFT。这种方法与传统的 chirp 信号检测方法类似, 如 dechirp 方法^[2]。

2.1 循环移位

(1)一维循环移位 设 $x(n)$ 为有限长序列, 长度为 N , 则 $x(n)$ 的周期延拓信号 $\tilde{x}(n)$ 定义为

$$\tilde{x}(n) \triangleq x(\text{mod}(n,N)) \quad (3)$$

这里 $\text{mod}(\cdot, N)$ 表示取 N 的余数。当 $0 \leq n \leq N-1$ 时, $\tilde{x}(n) = x(n)$ 。如果将 $\tilde{x}(n)$ 反向平移 m 个单位后取主值区, 得到 $x(n)$ 的循环移位为

$$x_{cs}(n) \triangleq \tilde{x}(n+m)R_N(n) \quad (4)$$

其中 $R_N(n)$ 表示矩形窗函数。下面将一维循环移位推广到二维循环移位。二维循环移位类似一维循环移位, 首先固定一维, 然后对另一维进行循环移位。

(2)二维循环移位 设 $x(k,l)$ 为有限二维 $N \times N$ 的方阵, 则 $x(k,l)$ 沿 k 轴方向的周期延拓信号为

$$\tilde{x}(k,l) \triangleq x(\text{mod}(k,N),l) \quad (5)$$

当 $0 \leq k \leq N-1$ 时, $\tilde{x}(k,l) = x(k,l)$ 。如果将 $\tilde{x}(k,l)$ 沿 k 轴反向平移 m 个单位后取主值区, 得到 $x(k,l)$ 的循环移位为

$$x_{cs}(k,l) \triangleq \tilde{x}(\text{mod}(k+m,N),l)R_N(k) \quad (6)$$

2.2 循环移位 DCFT

根据上面的循环移位, 可以得到时域信号循环移位的 DCFT 和 DCFT 的循环移位。通过这两种循环移位, 可以建立一种在低信噪比下 chirp 信号检测的有效方法。

定理 1 如果 $x_{cs}(n)$ 是有限 N 点信号 $x(n)$ 的循环移位, 那么 $x_{cs}(n)$ 的 DCFT 能量是 $x(n)$ 的 DCFT 能量沿频率轴方向的循环移位, 即

$$|\text{DCFT}[x_{cs}(n)]|^2 = |X_c(\text{mod}(k-2lm,N),l)R_N(k)|^2 \quad (7)$$

证明

$$\begin{aligned} |\text{DCFT}[x_{cs}(n)]|^2 &= \left| \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n+m)R_N(n)W_N^{-ln^2-kn} \right|^2 \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n'=m}^{N-1+m} x(n')W_N^{-l(n'-m)^2-k(n'-m)} \right|^2 \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{N}} W_N^{-lm^2+km} \sum_{n'=0}^{N-1} x(n')W_N^{-ln'^2-n'(k-2lm)} \right|^2 \\ &= |X_c(\text{mod}(k-2lm,N),l)|^2 \end{aligned}$$

这里 $n' = n + m$, m 为延迟时间, $0 \leq k, l \leq N-1$ 。

在图 1 中, 信号 $x(n) = W_{37}^{10n^2+10n}$, 横坐标为 l , 纵坐标为 k 。在 (k,l) 平面上, 与图 1 (a)相比较, $|\text{DCFT}[\tilde{x}(n+1)R_N(n)]|^2$ 循环移位到 $k = \text{mod}(10+2 \times 10 \times 1, 37) = 30$, l 坐标保持不变; $|\text{DCFT}[\tilde{x}(n+2)R_N(n)]|^2$ 循环移位到

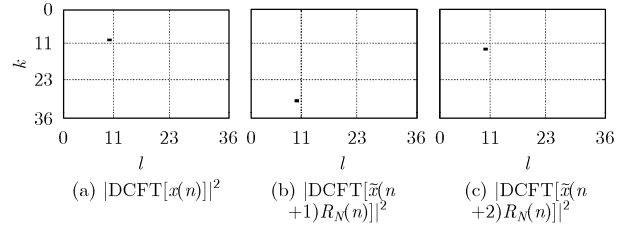


图 1 $|\text{DCFT}|^2$ 的循环移位

$k = \text{mod}(10+2 \times 10 \times 2, 37) = 13$, l 坐标保持不变。

根据二维循环移位式(6), 我们可以得到在 (k,l) 平面上 $X_c(k,l)$ 的循环移位。

定理 2 在 (k,l) 平面上, $0 \leq k, l \leq N-1$, $X_c(k,l)$ 沿 k 轴反向循环移位 $2ml_0$ 个频率单位后有

$$|X_{cs}(k,l)|^2 = |X_c(\text{mod}(k+2ml_0,N),l)|^2 \quad (8)$$

式(8)是显然的。但是这种显然, 却能够根据 chirp 信号和噪声的不同特点, 即 chirp 信号的调频率不随时间变化而噪声的调频率随时间随机变化, 通过整个 (k,l) 平面上的循环移位, 造成调频信号和噪声的不同移位, 有效地在低信噪比下检测出信号。下面分别说明循环移位对 chirp 信号和噪声造成的不同的影响。

对于参数为 l_0, k_0 的 chirp 信号 $x(n)$, 经过循环移位 m 个时间单位, 其 DCFT 能量为 $|X_c(\text{mod}(k-2ml_0,N),l)|^2$, 那么在 (k,l) , $0 \leq k, l \leq N-1$ 平面上沿 k 轴反向循环移位 $2ml_0$ 有^[5]

$$\begin{aligned} &|X_c(\text{mod}(k-2ml_0+2ml_0,N),l)|^2 \\ &= |X_c(k,l)|^2 = \begin{cases} N, & l = l_0, k = k_0 \\ 1, & l \neq l_0 \\ 0, & l = l_0, k \neq k_0 \end{cases} \quad (9) \end{aligned}$$

对于噪声 $z(n)$, 经过循环移位 m 个时间单位, 其 DCFT 能量为 $|Z_c(\text{mod}(k-2ml,N),l)|^2$, 那么在 (k,l) , $0 \leq k, l \leq N-1$ 平面上沿 k 轴反向循环移位 $2ml_0$ 有

$$\begin{aligned} &|Z_c(\text{mod}(k-2ml+2ml_0,N),l)|^2 \\ &= |Z_c(\text{mod}(k+2m(l_0-l),N),l)|^2 \neq |Z_c(k,l)|^2 \quad (l \neq l_0) \quad (10) \end{aligned}$$

从式(9), 式(10)可以知道, 对于一个延迟 m 的 chirp 信号, 如果它的 DCFT 能量进行循环移位, 当且仅当在频率轴反向循环移位 $2ml_0$ 个单位时, 正好等于这个 chirp 信号的 DCFT 能量分布。对于噪声情况却不是这样。这里需要注意的是 chirp 信号的调频率不随时间变化, 等于 l_0 ; 而噪声可以认为是每时刻的调频率和初始频率是随机的, 因此噪声在 (k,l) 平面上表现出随机特性。

3 在 chirp 信号检测中的应用

一直以来, 人们希望能够在低信噪比下同时检测出不同的调频率的多分量 chirp 信号, 并准确估计这些 chirp 的调频率参数, 因此产生了许多方法, 如 WD 方法, dechirp 方法,

WHT 方法, DCFT 方法, MDCFT 方法等等。但是这些方法的基本思想都是对信号去调频率后, 累加能量, 然后对累加的能量阈值来检测信号。对于低信噪比下不同的调频率的多分量 chirp 信号的检测和参数估计, 这些方法都遇到了很多的困难。由于循环移位 DCFT, 因此给解决这一问题提供了可能。根据上述定理, 以及 chirp 信号和噪声的不同循环移位特性, 可以构造一种方法来检测 chirp 信号。这种方法的主要思想是: 根据定理 1, 调频率为 l_0 和初始频率为 k_0 的 chirp 信号 $x(n)$ 循环移位 m 个时间单位后的 DCFT 能量在 (k, l) 平面上沿 k 轴方向循环移位了 $\text{mod}(k - 2ml_0, N)$ 个频率单元, 因此根据定理 2 沿 k 轴反向循环移位 $\text{mod}(2ml_0, N)$ 个频率单元后可以得到 $x(n)$ 的 DCFT 能量。这样经过 M 次不同的时间延迟 $x(n - m)$ 的 DCFT 和沿 k 轴反向循环移位的 DCFT 能量与 $x(n)$ 的 DCFT 能量在 (k, l) 点叠加后值变为原来的 M 倍, 平均后其大小保持不变。这种循环移位过程对于噪声来说确实不同。经过沿 k 轴反向循环移位的 $z(n - m)$ 的 DCFT 能量与 $z(n)$ 的 DCFT 能量在 (k, l) 点叠加, 相当于两个随机值的叠加, 即平均, 因此经过 M 次平均后噪声能量的方差可以有效地减小 M 倍, 这样可以有效降低噪声的影响, 检测出 chirp 信号。

基于以上的考虑, 本文提出了一种在低信噪比下多分量 chirp 信号的检测和调频率参数估计的方法。方法主要步骤为

第 1 步 将周期为 N 的信号 $x(n)$ 延拓一个周期, 使其成为具有长度为 $2N$ 的两个周期的信号 $\tilde{x}(n)$ 。

第 2 步 将信号 $\tilde{x}(n)$ 和 $\tilde{x}(n)$ 延迟时间 m 所得到的信号 $\tilde{x}(n + m)$ 序列, $m = 1, 2, \dots, M - 1, M \leq N - 1$, 分别进行 DCFT 并取模平方, 得到 $|X_c(k, l)|^2$ 和 $M - 1$ 个 $|X'_c(\text{mod}(k - 2ml, N), l)|^2$ 。

第 3 步 将 $M - 1$ 个 $|X'_c(\text{mod}(k - 2ml, N), l)|^2$ 分别沿 k 轴反向循环移位 $\text{mod}(2mi, N)$, $i = 1, 2, \dots, M - 1$, 得到新的 $M - 1$ 个 $|X'_c(k, l)|^2$ 。

第 4 步 平均 $|X_c(k, l)|^2$ 和 $M - 1$ 个 $|X'_c(k, l)|^2$, 如果 $i = l$, 则获得检测结果, 估计出调频率和初始频率参数, 如图 2 所示。

4 仿真结果

仿真 1 信号 $x(n) = W_N^{10n^2 + 10n} + z(n), N = 67, \text{SNR} = -7\text{dB}, z(n)$ 为高斯白噪声。在低信噪比下 DCFT 方法

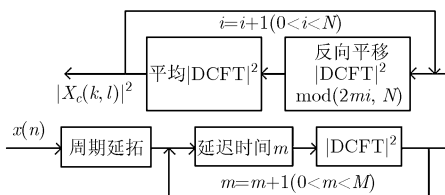


图 2 基于循环移位 DCFT 的检测方法

很难检测出信号。但利用本文提出的方法很好地检测到了 chirp 信号, 如图 3 和图 4。

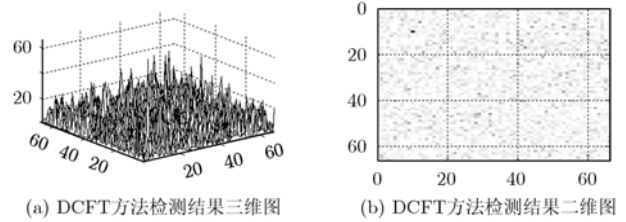


图 3 DCFT 方法检测的结果

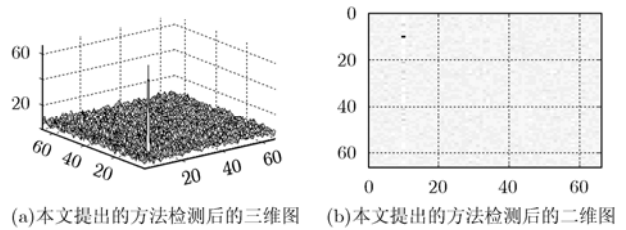


图 4 利用本文提出的方法平均 10 次后检测的结果

仿真 2 多分量 chirp 信号 $x(n) = \sum_{i=1}^2 W_N^{l_i n^2 + k_i n} + z(n),$

$N = 67, l_1 = 10, k_1 = 10, l_2 = 10, k_2 = 20, \text{SNR} = -4\text{dB}, z(n)$ 为高斯白噪声。在低信噪比下 DCFT 方法很难检测出信号。但利用本文提出的方法很好地检测到了多分量 chirp 信号, 如图 5 和图 6。

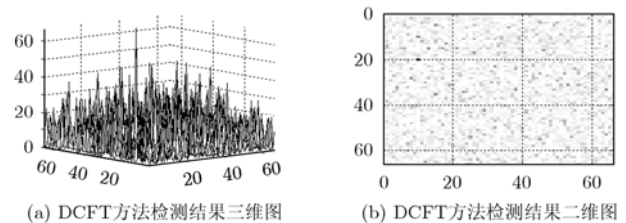


图 5 DCFT 方法检测的结果

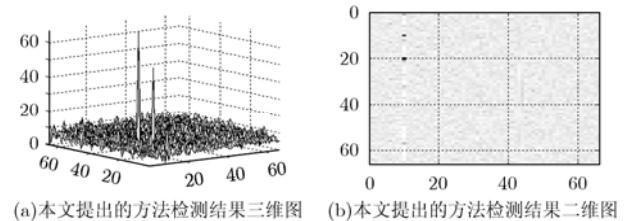


图 6 利用本文提出的方法平均 10 次后检测的结果

5 结束语

本文讨论了循环移位 DCFT 的概念, 在此基础上提出了一种多分量 chirp 信号的检测和方法。与 DCFT 方法对比, 仿真结果表明该方法在低信噪比下对多分量 chirp 信号的检测和调频率参数估计具有良好的检测性能。此外, 该方法检

测性能的好坏与平均次数有关(不超过 N), 平均的次数越多, 检测性能越好, 但伴随的计算量也越大。由于该方法是基于 DCFT 的, 因此 DCFT 的缺陷在该方法中仍然存在。

参 考 文 献

- [1] Kay S and Boudreaux-Bartels G. On the optimality of the Wigner distribution for detection. IEEE, International Conference on ICASSP'85 Proc., Tampa, Florida, 1985, 10: 1017-1020.
- [2] Li Wei-ping. Wigner distribution method equivalent to dechirp method for detecting a chirp signal. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1987, ASSP- 35(8): 1210-1211.
- [3] Barbarossa S. Analysis of multicomponent LFM signal by a combined Wigner-Hough transform. *IEEE Trans. on SP*, 1995, 43(6): 1511-1515.
- [4] He You, Su Feng, and Qu Chang-wen. A novel multiple LFM signals detection method. IEEE, International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology Proceedings, Beijing, China, 2004: 818-821.
- [5] Xia Xiang-gen. Discrete chirp-Fourier transform and its application to chirp rate estimation. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(11): 3122-3133.
- [6] Fan Ping-yi and Xia Xiang-gen. Tow modified discrete chirp Fourier transform schemes. *Science in China (Series F)*, 2001, 44(5): 329-341.
- [7] 孙泓波, 郭欣, 顾红, 苏卫民, 刘国岁. 修正离散 Chirp-Fourier 变换及其在 SAR 运动目标检测中的应用. *电子学报*, 2003, 31(1): 25-28.
Sun Hong-bo, Guo Xin, Gu Hong, Su Wei-min, and Liu Guo-sui. Modified discrete chirp-Fourier transform and its Application to SAR moving target detection. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(1): 25-28.
- [8] 李军显, 孙愿升, 刘岩. 一种修正离散 Chirp-Fourier 变换在雷达成像中的应用. *弹箭与制导学报*, 2005, 25(3): 105-108.
Li Jun-xian, Sun Yuan-sheng, and Liu Yan. A modified discrete chirp-Fourier transform and its application to SAR image. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2005, 25(3): 105-108.

郭永明: 男, 1966 年生, 博士生, 研究方向为信号与信息处理、信号检测。

水鹏朗: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多媒体信号处理、数字信号和图像处理、小波和多速率滤波器组理论、数据压缩、分形理论和超宽带雷达信号处理。