

## 基于 DOA 矩阵法的矢量传感器阵列二维波达方向估计

季 飞 余 华 谢泽明 张 军 朱一成  
(华南理工大学电子与信息学院 广州 510640)

**摘 要:** DOA 矩阵法是一种二维波达方向估计方法, 该方法具有分辨率较高、计算量较少的特点。该文将 DOA 矩阵法扩展至矢量传感器阵列的波达方向估计, 推导出相应的计算公式, 分析了算法计算复杂度。算法分析表明, 相对于 ESPRIT 算法, DOA 矩阵法计算复杂度大大降低。Monte Carlo 仿真结果表明, 与 ESPRIT 算法相比, DOA 矩阵法估计的均方根偏差和均方根标准方差相对大一些, 所需的最低快拍数也增加。

**关键词:** 波达方向估计; 电磁矢量传感器阵列; DOA 矩阵法

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)08-1886-04

## A DOA Matrix Algorithm for 2-D Direction Finding Estimation with Electromagnetic Vector Sensor Arrays

Ji Fei Yu Hua Xie Ze-ming Zhang Jun Zhu Yi-cheng

(School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** DOA-matrix method is one of eigenstructure-based algorithms dealing with the estimation of the 2-D Direction-Of-Arrival(DOA) for multiple narrowband sources. In this paper, the DOA-matrix subspace method is extended for DOA estimation with an array of electromagnetic vector sensors. The detailed algorithm is deduced and the algorithm computational complexity is analyzed. Compared with ESPRIT method, this method can decrease much computational complexity. Monte Carlo simulation results show that the RMS bias and the RMS standard deviation from DOA-matrix method are larger than that from ESPRIT method. The DOA-matrix method also needed more snapshots in the simulation.

**Key words:** DOA estimation; Electromagnetic vector sensor arrays; DOA-matrix method

### 1 引言

基于极化敏感电磁矢量传感器的参数估计是近十几年来阵列信号处理领域的一个新的研究方向。所谓电磁矢量传感器, 通常由共点配置、极化选择方向相互正交的 3 个电偶极子和 3 个磁偶极子组成, 如图 1 所示, 它可以同时感应入射电磁场的 3 个电场瞬态分量和 3 个磁场瞬态分量, 可看作一个特殊的六元极化敏感阵列。许多学者对矢量传感器信号处理算法做了大量的研究, 研究初期, 人们对电磁矢量传感器的研究主要集中于多目标源的 DOA 和极化角的估计, 采用的算法则是古典阵列信号处理算法 ESPRIT<sup>[1]</sup>。后来, 人们陆续将研究扩展至频率估计、目标跟踪、宽度非高斯源等, 并采用了 MUSIC 算法和最大似然法<sup>[2-5]</sup>。最大似然估计法同时适应于信号相干与不相干情况, 但当应用于矢量传感器时, 计算更加复杂, 需要多维最优求解。MUSIC 和 ESPRIT 均是超分辨率的子空间法, 但当 MUSIC 算法用于求解矢量传感器阵列问题时, 存在求多维谱峰搜索的困难。当 ESPRIT 算法被用于求解矢量传感器阵列问题时, 仍保持了计算量相

对较少的优点。

DOA 矩阵法是由殷勤业提出的二维波达方向估计方法<sup>[6]</sup>, 作者利用双平行线阵定义了 DOA 矩阵, 通过对 DOA 矩阵的特征分解, 得到信号源的二维方位估计。该方法具有分辨率较高、计算量较少的特点, 从理论上可以证明, 著名的 ESPRIT 方法只是 DOA 矩阵方法的特例<sup>[7]</sup>。文献[8]提出了时空 DOA 矩阵方法, 该方法在保持原 DOA 矩阵方法优点的前提下, 不需要双平行线阵或匹配子阵。文献[9]则利用高阶累积量建立了虚拟累量域波达方向矩阵, 从而求出信号源的方位角和俯仰角, 该方法对高斯噪声不敏感。

本文将 DOA 矩阵法推广到矢量传感器阵列, 推导了矢量传感器阵列波达方向估计的 DOA 矩阵算法, 分析了计算复杂度, 然后进行了 Monte Carlo 仿真, 并与 ESPRIT 算法进行了对比。

### 2 数学模型

$K$  个不相关全极化横电磁平面波在均匀各向同性媒质中传播, 入射到一个  $M+1$  阵元等间距的电磁矢量传感器线性阵列, 如图 2 所示。单矢量传感器对第  $k$  个电磁信号的空间响应可表示为<sup>[1]</sup>

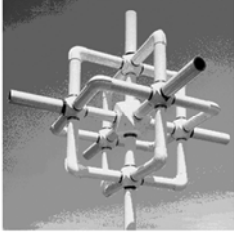


图 1 电磁矢量传感器单元

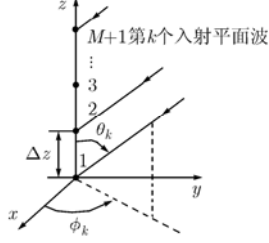


图 2 矢量传感器阵列示意图

$$\mathbf{a}_k \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_k \\ \mathbf{h}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{xk} \\ e_{yk} \\ e_{zk} \\ h_{xk} \\ h_{yk} \\ h_{zk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \gamma_k \cos \theta_k \cos \phi_k e^{j\eta_k} - \cos \gamma_k \sin \phi_k \\ \sin \gamma_k \cos \theta_k \sin \phi_k e^{j\eta_k} + \cos \gamma_k \cos \phi_k \\ -\sin \gamma_k \sin \theta_k e^{j\eta_k} \\ -\cos \gamma_k \cos \theta_k \cos \phi_k - \sin \gamma_k \sin \phi_k e^{j\eta_k} \\ -\cos \gamma_k \cos \theta_k \sin \phi_k + \sin \gamma_k \cos \phi_k e^{j\eta_k} \\ \cos \gamma_k \sin \theta_k \end{bmatrix}, \quad k=1,2,\dots,K \quad (1)$$

式中  $0 \leq \theta_k < \pi$  是第  $k$  个入射信号的仰角,  $0 \leq \phi_k < 2\pi$  是方位角,  $0 \leq \gamma_k < \pi/2$  是极化辐角,  $-\pi \leq \eta_k < \pi$  是极化相位差。

则第  $k$  个入射信号的传播方向可由归一化的坡印廷矢量来表征<sup>[1]</sup>:

$$\mathbf{p}_k = \frac{\mathbf{e}_k}{\|\mathbf{e}_k\|} \times \frac{\mathbf{h}_k^*}{\|\mathbf{h}_k\|} = \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \\ w_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_k \cos \phi_k \\ \sin \theta_k \sin \phi_k \\ \cos \theta_k \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 ‘\*’ 表示复共轭, ‘×’ 表示两个矢量叉乘。  $u_k, v_k, w_k$  分别表示第  $k$  个信号沿  $x$  轴,  $y$  轴和  $z$  轴的方向余弦。

这里假定矢量传感器位于  $z$  轴上, 实际上矢量传感器位于哪个轴并不影响本文算法。以位于原点的矢量传感器为参考点, 第  $m$  个矢量传感器的总的输出矢量为

$$\mathbf{z}_m(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k s_k(t) q_m(\theta_k, \phi_k) + \mathbf{n}_m(t), \quad m=1,2,\dots,M+1 \quad (3)$$

其中

$$q_m(\theta_k, \phi_k) = e^{j2\pi m \Delta z w_k / \lambda} = e^{j2\pi m \Delta z \cos \theta_k / \lambda} \quad (4)$$

$\mathbf{n}_m(t)$  代表第  $m$  个矢量传感器上产生的  $6 \times 1$  复值零均值加性白噪声矢量,  $s_k(t)$  代表第  $k$  个信号源的基带包络。这里假定加性白噪声互不相关, 与信号  $s_k(t)$  也互不相关。利用  $M+1$  个线性阵列配置, 可以产生两个不同的子阵, 第 1 个子阵列由第 1 个传感器到第  $M$  个传感器构成, 第 2 个子阵列由第 2 个传感器到第  $M+1$  个传感器构成。这两个子阵列的输出信号可由下式表示:

$$\mathbf{X}(t) = [\mathbf{z}_1(t), \mathbf{z}_2(t), \dots, \mathbf{z}_M(t)]^T = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}_1 \quad (5)$$

$$\mathbf{Y}(t) = [\mathbf{z}_2(t), \mathbf{z}_3(t), \dots, \mathbf{z}_{M+1}(t)]^T = \mathbf{A}\Phi\mathbf{S} + \mathbf{N}_2 \quad (6)$$

$$\mathbf{S} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_K(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}(\theta_k, \phi_k) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} e^{j2\pi \Delta x w_k / \lambda} \\ \vdots \\ e^{j2\pi M \Delta x w_k / \lambda} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{N}_1 \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1(t) \\ \vdots \\ \mathbf{n}_M(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}_2 \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_2(t) \\ \vdots \\ \mathbf{n}_{M+1}(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{q}(\theta_1, \phi_1) \otimes \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{q}(\theta_K, \phi_K) \otimes \mathbf{a}_K] \quad (8)$$

式中  $\mathbf{A}, \mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$  均是  $6M \times K$  矩阵, 上标 ‘T’ 为矩阵转置算子,  $\otimes$  表示 Kronecker 乘积。  $\Phi$  是一个对角的  $K \times K$  矩阵, 可由下式表示:

$$\Phi = \text{diag}\{\exp(j2\pi \Delta x w_1 / \lambda), \dots, \exp(j2\pi \Delta x w_K / \lambda)\} \quad (9)$$

### 3 适于矢量传感器的 DOA 矩阵算法

$X(t)$  的自相关矩阵可表示为

$$\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (10)$$

式中  $\mathbf{R}_{ss} = E(\mathbf{S}\mathbf{S}^H)$  为信号的协方差矩阵, 上标 ‘H’ 表示矩阵共扼转置算子,  $\sigma^2$  为加性白噪声的方差,  $\mathbf{I}$  表示  $6M \times 6M$  单位矩阵。

$\mathbf{Y}(t)$  和  $\mathbf{X}(t)$  的互相关函数矩阵为

$$\mathbf{R}_{yx} = E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\Phi\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^H \quad (11)$$

假定对所有  $i \neq j$  和  $i, j \in \{1, \dots, K\}$ , 有  $\{\theta_i, \phi_i, \gamma_i, \eta_i\} \neq \{\theta_j, \phi_j, \gamma_j, \eta_j\}$ , 容易证明  $\mathbf{A}$  是列满秩。因为假定信号源是互不相关的, 所以  $\mathbf{S}$  也是满秩的。

对  $\mathbf{R}_{xx}$  进行特征分解, 得到  $6M$  个特征值, 其中  $6M-K$  个最小特征值  $\lambda_i (i=1, \dots, 6M-K)$  对应于噪声方差, 则可求得噪声方差的估计值:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{6M-K} \sum_{i=1}^{6M-K} \lambda_i \quad (12)$$

产生以下矩阵:

$$\mathbf{R}_{xx0} = \mathbf{R}_{xx} - \hat{\sigma}^2\mathbf{I} \quad (13)$$

对  $\mathbf{R}_{xx0}$  进行特征分解, 其特征值为  $\nu_1 \geq \nu_2 \geq \dots \geq \nu_{6M}$ , 其对应的特征列向量为  $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_{6M}$ , 建立以下矩阵:

$$\mathbf{L} = \text{diag}\{\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_K\}, \quad \mathbf{U} = [\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_K] \quad (14)$$

得到以下矩阵:

$$\mathbf{R}_{xx0}^+ = \mathbf{U}\mathbf{L}\mathbf{U}^T \quad (15)$$

定义一个新的矩阵, 即所谓的 DOA-矩阵:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{yx}\mathbf{R}_{xx0}^+ \quad (16)$$

文献[6]已经证明, 如果  $\mathbf{A}$  是列满秩,  $\mathbf{S}$  是满秩, 则 DOA 矩阵  $\mathbf{R}$  的  $K$  个最大非零本征值等于  $\Phi$  的  $K$  个对角线元素,  $\mathbf{R}$  的  $K$  个最大非零本征值对应的本征矢量等于矩阵  $\mathbf{A}$  的  $K$  个列向量。

假定  $\varepsilon_k (k=1, 2, \dots, K)$  是矩阵  $\mathbf{R}$  的  $K$  个最大非零本征值,  $\alpha_k (k=1, 2, \dots, K)$  是相对应的本征矢量, 则有

$$\varepsilon_k = \exp(j2\pi \Delta x \hat{w}_k / \lambda) \quad (17)$$

$$\alpha_k = \hat{\mathbf{q}}(\theta_k, \phi_k) \otimes \hat{\mathbf{a}}_k = \hat{\mathbf{q}}(\theta_k, \phi_k) \otimes \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_k \\ \hat{\mathbf{h}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{q}_1(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{e}}_k \\ \hat{q}_1(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{h}}_k \\ \vdots \\ \hat{q}_M(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{e}}_k \\ \hat{q}_M(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{h}}_k \end{bmatrix} \quad (18)$$

定义

$$\mathbf{b}_i(k) = \hat{q}_i(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{e}}_k, \mathbf{c}_i(k) = \hat{q}_i(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{h}}_k, i = 1, 2, \dots, M \quad (19)$$

注意到

$$\frac{\mathbf{b}_i(k)}{\|\mathbf{b}_i(k)\|} \times \frac{\mathbf{c}_i^*(k)}{\|\mathbf{c}_i(k)\|} = \frac{\hat{q}_i(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{e}}_k}{\|\hat{q}_i(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{e}}_k\|} \times \frac{\hat{q}_i^*(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{h}}_k}{\|\hat{q}_i(\theta_k, \phi_k) \hat{\mathbf{h}}_k\|} = \frac{\hat{\mathbf{e}}_k}{\|\hat{\mathbf{e}}_k\|} \times \frac{\hat{\mathbf{h}}_k}{\|\hat{\mathbf{h}}_k\|} \quad (20)$$

因此我们可以得到坡印廷矢量的 3 个分量的估计值,也即得到了入射波的 3 个方向余弦估计值:

$$\hat{\mathbf{p}}_k = \begin{bmatrix} \hat{u}_k \\ \hat{v}_k \\ \hat{w}_k \end{bmatrix} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{\mathbf{b}_i(k)}{\|\mathbf{b}_i(k)\|} \times \frac{\mathbf{c}_i^*(k)}{\|\mathbf{c}_i(k)\|} \quad (21)$$

入射角度的估计值可直接从方向余弦表达式中解出来,具体可参见文献[2].

### 4 算法计算量分析

无论是 DOA 矩阵法还是 ESPRIT 法,算法的主要计算量是体现在矩阵运算上。从以上算法说明可看出,要求出  $\Phi$  与  $A$  的估计值,DOA 矩阵法需要两次  $6M \times 1$  与  $1 \times 6M$  矩阵乘法,一次  $6M \times 6M$  矩阵的特征值求解,二次  $6M \times 6M$  矩阵的特征值和特征向量求解,一次三矩阵 ( $6M \times K$ ,  $K \times K$ ,  $K \times 6M$ ) 乘法,一次  $6M \times 6M$  与  $6M \times 6M$  的矩阵乘法。而基于矢量传感器阵列的 TLS-ESPRIT<sup>[1,10]</sup> 算法则需要一次  $12M \times 1$  与  $1 \times 12M$  的矩阵乘法,3 个矩阵 ( $12M \times 12M$ ,  $2K \times 2K$  和  $K \times K$ ) 的矩阵特征值与特征向量求解,1 个  $K \times K$  矩阵求逆,两次矩阵乘法 ( $2K \times 6M$  与  $6M \times 2K$  及  $K \times K$  与  $K \times K$ ),  $M$  次 3 矩阵 ( $6 \times K$ ,  $K \times K$  和  $K \times K$ ) 乘法,  $M$  次 2 矩阵 ( $6 \times K$  和  $K \times K$ ) 乘法。

一个 flop 就是一个浮点运算(即浮点加法或乘法),一个  $m \times n$  矩阵和  $n \times p$  矩阵相乘需要  $2mnp$  个 flop,而求一个  $n \times n$  方阵的特征值需要  $10n^3$  个 flop,求一个  $n \times n$  方阵的特征值和特征向量则需  $25n^3$  个 flop,一个  $n \times n$  方阵的逆矩阵则需要  $8n^2/3$  个 flop。由此推算,DOA 矩阵法中的矩阵运算共需要  $13176M^3 + 12MK^2 + 72M^2K + 144M^2$  个 flop,而 ESPRIT 算法中的矩阵运算则需要  $43200M^3 + 72MK^2 + 227K^3 + 288M^2 + (8/3)K^2$ 。比较两式,可看出,ESPRIT 算法所需的 flop 要远大于 DOA 矩阵法所需的 flop,约为 DOA 算法所需 flop 的 3 倍多。

### 5 仿真实验

**算例 1** 假设 3 个独立不相关的等功率信号源入射到 5 阵元的均匀线性电磁矢量传感阵列,阵元间距为半波长,入

射角参数参见图 3,噪声为复高斯白噪声,快拍数为 500,进行 400 次独立实验。图 3 和图 4 分别给出了采用 DOA 矩阵法得到的角度估计均方根偏差(RMS Bias)和均方根标准方差(RMS Std. Dev.)随信噪比的变化,为了对比,图 3 同时给出了 ESPRIT 方法得到的角度估计均方根偏差随信噪比的变化,图 4 同时给出了 ESPRIT 方法得到的均方根标准方差和角度估计误差的 CRB (Cramér-Rao Bound) 随信噪比的变化,基于电磁矢量传感阵列的参数估计误差 CRB 计算可参考文献[11].

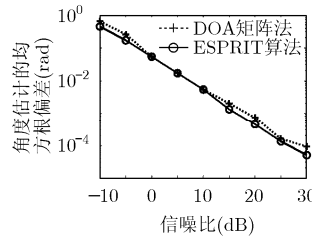


图 3 不同信噪比下的角度估计均方根偏差(信号源的入射角度为  $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\} = (20^\circ, 40^\circ, 60^\circ)$ ,  $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\} = (70^\circ, 35^\circ, 55^\circ)$ ,  $\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\} = (80^\circ, 25^\circ, 45^\circ)$ ,  $\{\eta_1, \eta_2, \eta_3\} = (5^\circ, -20^\circ, 30^\circ)$ )

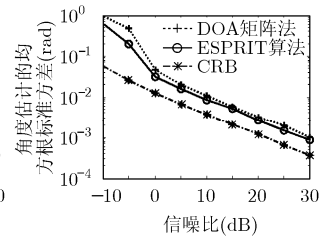


图 4 不同信噪比下角度估计的均方根标准方差(信号源的入射角度与图 3 相同)

由图 3 和图 4 可看出,DOA 矩阵法估计的均方根偏差和均方根标准方差均比 ESPRIT 算法相对大一些。

图 5 和图 6 分别给出了两种子空间法角度估计的均方根偏差和均方根标准方差随样本快拍数的变化。图 6 也给出了角度估计误差的 CRB 随信噪比的变化,由图 5 和图 6 可看出,ESPRIT 即使在快拍数为 100 情况,也能得到较好的性能,而 DOA 矩阵法只有在快拍数达到 400 时才能获得良好性能。

**算例 2** 仍假设 3 个独立不相关的等功率信号源入射到 5 阵元的均匀线性电磁矢量传感阵列,阵元间距为半波长,入射角参数参见图 7,噪声为复高斯白噪声,快拍数为 500,进行 400 次独立实验。图 7 和图 8 分别给出了采用两种子空间法得到的角度估计均方根偏差和均方根标准方差随信噪比的变化,图 8 也给出了角度估计误差的 CRB。由图 7 和

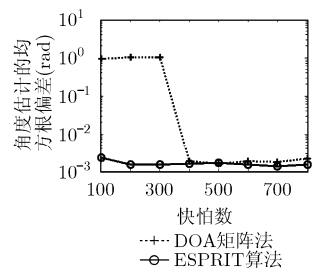


图 5 角度估计的均方根偏差随快拍数的变化曲线(信号源的入射角度与图 3 相同)

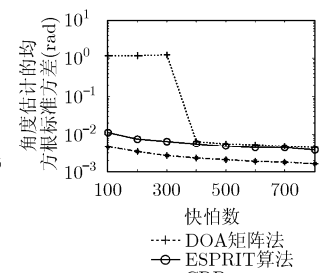


图 6 角度估计的均方根标准方差随快拍数的变化曲线(信号源的入射角度与图 3 相同)

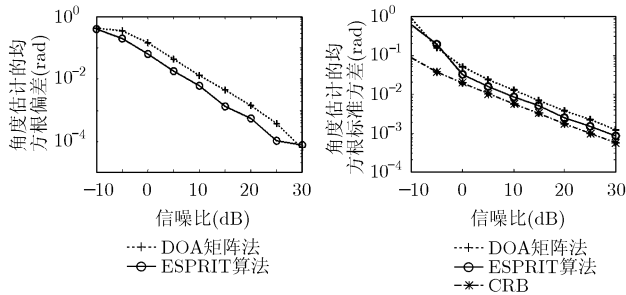


图 7 不同信噪比下的角度估计均方根偏差(信号源的入射角度为  $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\} = (160^\circ, 25^\circ, 135^\circ)$ ,  $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\} = (30^\circ, -45^\circ, -30^\circ)$ ,  $\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\} = (25^\circ, 45^\circ, 45^\circ)$ ,  $\{\eta_1, \eta_2, \eta_3\} = (90^\circ, 90^\circ, 45^\circ)$ )

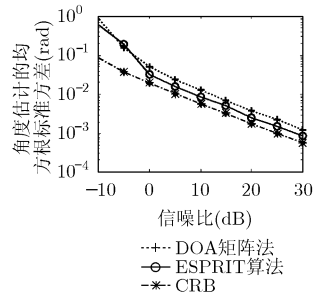


图 8 不同信噪比下的角度估计均方根标准方差(信号源的入射角度与图 7 相同)

图 8 可观察到, DOA 矩阵法估计的均方根偏差和均方根标准方差均比 ESPRIT 算法相对大一些。

## 6 结束语

本文将 DOA 矩阵法推广到矢量传感器阵列。算法分析表明, DOA 矩阵法的计算复杂度远小于 ESPRIT 方法。而 Monte Carlo 仿真结果表明, 与 ESPRIT 相比, DOA 矩阵算法估计的均方根偏差和均方根标准方差均相对大一些, 所需的最低快拍数也增加。换句话说, 就是 DOA 矩阵法以估计性能的降低和所需快拍数的增加换取了计算复杂度的大大降低。本方法适用于对估计实时性要求不高, 但对计算复杂度有限制的源定位场合, 为求解矢量传感器阵列的源定位提供了一个新的选择。

## 参 考 文 献

- [1] Wong K T and Zoltowski M D. Closed-form direction finding and polarization estimation with arbitrarily spaced electromagnetic vector-sensors at unknown locations. *IEEE Trans. on Antennas & Propagation*, 2000, 48(5): 671-681.
- [2] Rahamin D, Tabrikian J, and Shavit R. Source localization using vector sensor array in a multipath environment. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(9): 3096-3103.
- [3] Ji Fei and Sam Kwong. Frequency and 2-D angle estimation based on a sparse uniform array of electromagnetic vector

sensors. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2006, Vol. 2006: Art. No. 8-720.

- [4] Bihan N L, Miron S, and Mars J I. MUSIC algorithm for vector-sensors array using biquaternions. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(9): 4523-4533.
- [5] Zhao Tong, Hurtado M, and Nehorai A. Adaptive polarized waveform design for target tracking using electromagnetic vector sensors. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Honolulu, HI, April 15-20, 2007, 2: 1117-1120.
- [6] 殷勤业, 邹理和, Newcomb R W. 一种高分辨率二维信号参数估计方法——波达方向矩阵法. *通信学报*, 1991, 12(4): 1-7.
- [7] Yin Qin-ye, Zou Li-he, and Newcomb R W. A high resolution approach to 2-D signal parameter estimation——DOA matrix method. *Journal of China Institute of Communications*, 1991, 12(4): 1-7.
- [8] Yin Qin-ye, Newcomb R W, Munjal S, and Zou Li-he. Relation between the DOA matrix method and the ESPRIT method. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, New Orleans, LA, 1990, 2: 1561-1564.
- [9] 金梁, 殷勤业. 时空 DOA 矩阵方法. *电子学报*, 2000, 28(6): 8-12.
- [10] Jin Liang and Ying Qin-ye. Space-time DOA matrix method. *Acta Electronica Sinica*, 2000, 28(6): 8-12.
- [11] 刘全. 一种新的二维快速波达方向估计方法——虚拟累量域波达方向矩阵法. *电子学报*, 2002, 30(3): 351-353.
- [12] Liu Quan. A novel fast method for 2-D direction of arrival estimation——virtual cumulant-based DOA matrix method. *Acta Electronica Sinica*, 2002, 30(3): 351-353.
- [13] Roy R and Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Trans. on Acoust., Speech Signal Processing*, 1989, 37(7): 984-995.
- [14] Nehorai A and Paldi E. Vector-sensor array processing for electromagnetic source localization. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(2): 376-398.

季 飞: 女, 1970 年生, 副教授, 研究领域为新一代无线通信。  
余 华: 男, 1973 年生, 讲师, 研究领域为新一代无线通信。  
谢泽明: 男, 1963 年生, 副教授, 研究领域为电磁场、天线与微波技术。