相干分布式信源二维波达方向估计算法

韩英华 汪晋宽 宋 昕 (东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110004)

摘 要:针对相干分布式信源二维波达方向估计算法多采用谱峰搜索导致计算复杂度较大的问题,该文提出了一种 二维波达方向分离估计算法。该算法通过将积分形式的相干分布式信源方向向量化简为点信源方向向量与实向量的 Schur-Hadamard 积,对子阵 *X* 接收的数据构造二阶统计量;利用传播因子最小二乘估计子阵 *X* 与 *Z*, *X* 与 *W* 之 间的旋转不变矩阵。由二阶统计量与旋转不变矩阵分别估计方位角与仰角,对于接近 90°的仰角也可给出有效的 估计。与传统子空间算法相比,无需任何谱峰搜索和特征值分解,降低了计算复杂度。仿真实验表明了所提算法的 有效性。

关键词:信号处理;波达方向估计;相干分布式信源;方位角;角度扩散 中图分类号:TN911.7 文献标识码:A

文章编号: 1009-5896(2009)02-0323-04

2D DOA Estimation Algorithm for Coherently Distributed Source

Han Ying-hua Wang Jin-kuan Song Xin

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: In many two-dimensional (2D) Direction Of Arrival (DOA) estimation approaches for coherently distributed source, the computational complexity induced by 2D searching manipulation is prohibitively high. A decoupled 2D DOA estimation algorithm is proposed. The integral steering vector of coherently distributed source is deduced to be a Schur-Hadamard product comprising the steering vector of the point source and a real vector. And then a second statistics is proposed for the data collected at subarray X, the rotational invariance matrices can be estimated based on propagator method. So the azimuth and elevation angle can be obtained by the proposed second statistics and the rotational invariance matrices even if elevation angle approaches 90°. In addition, the presented method does not apply any peak-finding searching and eigenvalue decomposition, which has significantly reduced the computational complexity compared with classical subspace algorithm. Simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Signal processing; DOA estimation; Coherently distributed source; Azimuth angle; Angular spread

1 引言

在阵列信号处理中,很多经典波达方向估计算法均假设 目标信源为点信源,信源能量集中在离散的角度,即波达方 向。但由于在移动通信中信号源周围存在本地散射,导致信 源能量在一定角度范围内扩散,从而以某一范围内连续的方 向到达接收端。这种空间发散的信号传播特性严重影响基于 视距传播的点信源假设,导致经典算法(如 MUSIC, ESPRIT 等)的性能恶化,甚至不能得到准确的估计结果^[1-3]。为解决 这一问题,一般采用参数化的分布式信源模型结合信源的分 布特性进行波达方向估计。

在角度信号密度类型已知的前提下,可利用广义波束形成方法^[4]估计分布式信源参数,但需要进行多维谱峰搜索,计算复杂。文献[5]利用基于泰勒级数展开的 TLS-ESPRIT 算法估计分布式信源的波达方向,适用于角度扩散较小的场合。由于算法需要对样本协方差矩阵进行特征值分解得到信

号子空间,运算量仍然较大。文献[6]中所提算法虽避免了特 征值分解,但需进行谱峰搜索,不易实时实现。文献[7]提出 了协方差拟合方法,该方法无需谱峰搜索,适用于不相干分 布式信源参数估计。对于相干分布式信源二维波达方向(仰角 和方位角)估计,文献[8]利用两个圆阵及信号子空间与方向 向量之间的关系,通过两步一维搜索估计二维波达方向,虽 将二维搜索简化为两步一维搜索,但仍需要特征值分解和谱 峰搜索,计算复杂度较大。

本文将相干分布式信源积分形式的方向向量化简为点 信源方向向量与实向量的 Schur-Hadamard 积,根据子阵 *X*, *Z*, *W*之间的关系,利用传播因子最小二乘估计子阵 *X*,*Z*, 子阵 *X*, *W*之间的旋转不变矩阵,对子阵 *X* 接收数据构造 二阶统计量,根据该二阶统计量与子阵 *X*, *W*之间的旋转 不变矩阵得到方位角的估计,由子阵 *X*, *W*与 *X*,*Z*的旋 转不变矩阵得到仰角的估计。所提算法与传统子空间算法相 比,无需任何谱峰搜索及特征值分解,降低了计算复杂度。

²⁰⁰⁷⁻⁰⁸⁻⁰⁹ 收到, 2008-01-10 改回

2 信号模型

图1为相干分布式信源二维波达方向估计阵列结构图, 由3个相同的均匀线阵构成,各子阵之间的距离为 d,每个 子阵由 M个各向同性阵元组成, 阵元间距为 d。



图 1 相干分布式信源二维波达方向估计阵列结构图

考虑 q个窄带远场分布式信源入射到该阵列结构中,则 t 时刻子阵 X 的阵列观测数据为

$$\boldsymbol{X}(t) = \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{S}_{i}(t) + \boldsymbol{n}_{X}(t)$$
(1)

其中 $n_{x}(t)$ 为高斯白噪声。在点信源信号模型中,第*i*个信 源 $S_i(t)$ 可表示为

$$\boldsymbol{S}_{i}\left(t\right) = \boldsymbol{s}_{i}\left(t\right)\boldsymbol{a}\left(\boldsymbol{\theta}_{i},\boldsymbol{\phi}_{i}\right) \tag{2}$$

 $\boldsymbol{a}(\theta_i,\phi_i) = \begin{bmatrix} 1 & \exp(-j2\pi (d/\lambda)\sin\theta_i\sin\phi_i) & \cdots \end{bmatrix}$ 里 这

 $\exp\left(-j2\pi(M-1)(d/\lambda)\sin\theta_i\sin\phi_i
ight)
ight|^{\mathrm{T}}$ 为点信源方向向量, θ_i 为仰角, ϕ_i 为方位角, λ 为波长; $s_i(t)$ 为发送的信号。由 于分布式信源的能量在一定角度范围内分布,因此,对于分 布式信源,

$$\boldsymbol{S}_{i}(t) = \iint \boldsymbol{a}(\vartheta, \varphi) \varsigma_{i}(\vartheta, \varphi, t) \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi \tag{3}$$

其中 $\varsigma_i(\vartheta,\varphi,t)$ 为分布式信源的角度信号密度。

如果分布式信源信号间相干,则分布式信源的角度信号 密度为

$$\varsigma_i(\vartheta,\varphi,t) = s_i(t) \ell_i(\vartheta,\varphi;\boldsymbol{\mu}_i) \tag{4}$$

其中 $\ell_i(\vartheta,\varphi;\boldsymbol{\mu}_i)$ 为确定性角度信号密度, $\boldsymbol{\mu}_i$ 为分布式信源参 数。高斯分布是分布式信源中最为常见的分布类型^[2-8],可 初步用于验证算法对于理想假设是否有效。则分布式信源的 方向向量可定义为

$$\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\phi}) = \iint \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\vartheta},\boldsymbol{\varphi}) \boldsymbol{\ell}(\boldsymbol{\vartheta},\boldsymbol{\varphi};\boldsymbol{\mu}) \,\mathrm{d}\boldsymbol{\vartheta} \,\mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}$$
(5)

高斯分布的确定性角度信号密度如下,

$$\ell(\vartheta,\varphi;\boldsymbol{\mu}) = \left(\frac{1}{(2\pi\sigma_{\theta}\sigma_{\phi})}\right) \\ \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\left((\vartheta-\theta)^{2}/\sigma_{\theta}^{2} + (\varphi-\phi)^{2}/\sigma_{\phi}^{2}\right)\right) (6)$$

其中 $\mu = (\theta, \sigma_{\theta}, \phi, \sigma_{\phi})$, θ 为仰角, σ_{θ} 为仰角的角度扩散, ϕ 为方位角, σ_{a} 为方位角的角度扩散。

同理,可知子阵Z的阵列观测数据为

$$\boldsymbol{Z}(t) = \sum_{i=1}^{q} \iint \boldsymbol{a}(\vartheta, \varphi) \ell\left(\vartheta, \varphi; \boldsymbol{\mu}\right)$$
$$\cdot \exp\left(-j2\pi \left(d/\lambda\right) \cos\vartheta\right) s_{i}\left(t\right) \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi + \boldsymbol{n}_{Z}\left(t\right) \quad (7)$$

其方向向量为

$$\boldsymbol{b}_{Z}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\phi}) = \iint \boldsymbol{a}(\vartheta,\varphi) \exp\left(-j2\pi \left(d/\lambda\right) \cos\vartheta\right)$$
$$\cdot \ell\left(\vartheta,\varphi;\boldsymbol{\mu}\right) \mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi \tag{8}$$

子阵 W的阵列观测数据为

$$\boldsymbol{W}(t) = \sum_{i=1}^{q} \iint \boldsymbol{a}(\vartheta, \varphi) \ell(\vartheta, \varphi; \boldsymbol{\mu}) \exp\left[-j2\pi \left(d/\lambda\right) \\ \cdot \sin\vartheta \cos\varphi\right] s_{i}(t) \,\mathrm{d}\vartheta \mathrm{d}\varphi + \boldsymbol{n}_{W}(t)$$
(9)

其方向向量为

$$\boldsymbol{b}_{W}(\theta,\phi) = \iint \boldsymbol{a}(\vartheta,\varphi) \exp\left(-j2\pi \left(d/\lambda\right) \sin\vartheta\cos\varphi\right)$$
$$\cdot \ell\left(\vartheta,\varphi;\boldsymbol{\mu}\right) \mathrm{d}\vartheta\mathrm{d}\varphi \tag{10}$$

3 相干分布式信源二维波达方向估计算法

3.1 基于 Schur-Hadamard 积的相干分布式信源方向向量

由于散射导致信源能量角度扩散,利用式(5),式(8)和 式(10)表示的相干分布式信源积分形式的方向向量计算分析 复杂。为此,首先将积分形式的方向向量表示为点信源方向 向量与实向量的 Schur-Hadamard 积。

以子阵 **X** 为例,定义 $\vartheta - \theta = \tilde{\theta}$, $\varphi - \phi = \tilde{\phi}$,角度信 号密度为高斯分布的相干分布式信源方向向量可整理为 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ $\left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right)$

$$\begin{split} \left[\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{X}} \left(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi} \right) \right]_{\boldsymbol{m}} &\approx \int \int \exp\left[-j2\pi \left(m-1 \right) \left(d/\lambda \right) \right. \\ & \left. \cdot \left(\sin \boldsymbol{\theta} + \tilde{\boldsymbol{\theta}} \cos \boldsymbol{\theta} \right) \left(\sin \boldsymbol{\phi} + \tilde{\boldsymbol{\phi}} \cos \boldsymbol{\phi} \right) \right) \frac{1}{2\pi \sigma_{\boldsymbol{\theta}} \sigma_{\boldsymbol{\phi}}} \\ & \left. \cdot \exp\left(-1/2 \left(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^2 / \sigma_{\boldsymbol{\theta}}^2 + \tilde{\boldsymbol{\phi}}^2 / \sigma_{\boldsymbol{\phi}}^2 \right) \right) \mathrm{d} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \mathrm{d} \tilde{\boldsymbol{\phi}} \\ &\approx \frac{1}{2\pi \sigma_{\boldsymbol{\theta}} \sigma_{\boldsymbol{\phi}}} \exp\left(-j2\pi \left(m-1 \right) \left(d/\lambda \right) \sin \boldsymbol{\theta} \sin \boldsymbol{\phi} \right) \\ & \left. \cdot \int \exp\left(-j2\pi \left(m-1 \right) \left(d/\lambda \right) \tilde{\boldsymbol{\phi}} \sin \boldsymbol{\theta} \cos \boldsymbol{\phi} \right) \right. \\ & \left. \cdot \exp\left(-\left(1/2 \right) \left(\tilde{\boldsymbol{\phi}}^2 / \sigma_{\boldsymbol{\phi}}^2 \right) \right) \mathrm{d} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \\ & \left. \cdot \exp\left(-\left(1/2 \right) \left(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^2 / \sigma_{\boldsymbol{\theta}}^2 \right) \right) \mathrm{d} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \end{split}$$
(11)

这里[•] 表示向量的第 m 个元素。

为简化计算,由积分公式^[9]
$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-f^2 x^2\right) \exp\left[jp\left(x+\alpha\right)\right] \mathrm{d}x$$
$$= \sqrt{\pi} \exp\left(-p^2 / \left(4f^2\right)\right) \exp\left(jp\alpha\right) / f \qquad (12)$$

可将式(11)整理为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{X}(\theta,\phi) \end{bmatrix}_{m} \approx \exp\left(-j2\pi (m-1)\left(d/\lambda\right)\sin\theta\sin\phi\right) \\ \times \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_{1} \end{bmatrix}_{m} \times \begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_{2} \end{bmatrix}_{m}$$
(13)

iz
$$\mathbb{E} \left[\boldsymbol{g}_1 \right]_m = \exp \left(-2\pi^2 \left(m - 1 \right)^2 \left(d/\lambda \right)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sigma_{\phi}^2 \right),$$

 $\begin{bmatrix} \boldsymbol{g}_2 \end{bmatrix}_m = \exp\left(-2\pi^2 \left(m-1\right)^2 \left(d/\lambda\right)^2 \cos^2 \theta \sin^2 \phi \sigma_{\theta}^2\right) \circ 表示成矩$ 陈形式为

$$\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\phi}) = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\phi}) \odot \boldsymbol{g}_{1} \odot \boldsymbol{g}_{2} \tag{14}$$

其中 \odot 表示矩阵的 Schur-Hadamard 积,即矩阵元素间的点乘。由于角度信号密度函数 $\ell(\vartheta, \varphi; \mu)$ 为对称分布,因此 g_1 , g_2 为与角度信号密度函数有关的实向量。

同理

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{Z}\left(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\phi}\right) \end{bmatrix}_{m} \approx \iint \exp\left(-j2\pi\left(m-1\right)\left(d/\lambda\right)\sin\left(\boldsymbol{\theta}+\tilde{\boldsymbol{\theta}}\right)\sin\left(\boldsymbol{\phi}+\tilde{\boldsymbol{\phi}}\right)\right) \\ \cdot \exp\left(-j2\pi\left(d/\lambda\right)\left(\cos\boldsymbol{\theta}-\tilde{\boldsymbol{\theta}}\sin\boldsymbol{\theta}\right)\right)\frac{1}{2\pi\sigma_{\theta}\sigma_{\phi}} \\ \cdot \exp\left(-1/2\left(\left(\boldsymbol{\vartheta}-\boldsymbol{\theta}\right)^{2}/\sigma_{\theta}^{2}+\left(\boldsymbol{\varphi}-\boldsymbol{\phi}\right)^{2}/\sigma_{\phi}^{2}\right)\right) \mathrm{d}\boldsymbol{\vartheta}\mathrm{d}\boldsymbol{\varphi} (15)$$

由于 $2\pi (d/\lambda) \tilde{\theta} \approx 0$,故有

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{Z}(\theta,\phi) \end{bmatrix}_{m} \approx \iint \exp\left(-j2\pi (m-1)\left(d/\lambda\right)\sin\left(\theta+\tilde{\theta}\right)\sin\left(\phi+\tilde{\phi}\right)\right) \\ \cdot \exp\left(-j2\pi \left(d/\lambda\right)\cos\theta\right)\frac{1}{2\pi\sigma_{\theta}\sigma_{\phi}} \\ \cdot \exp\left(-1/2\left(\left(\vartheta-\theta\right)^{2}/\sigma_{\theta}^{2}+\left(\varphi-\phi\right)^{2}/\sigma_{\phi}^{2}\right)\right) \mathrm{d}\vartheta\mathrm{d}\varphi \ (16)$$

由式(11)和式(16)可得

$$\boldsymbol{b}_{Z}(\theta,\phi) \approx \exp\left(-j2\pi\left(d/\lambda\right)\cos\theta\right)\boldsymbol{b}_{X}$$
(17)

同理可得

$$\boldsymbol{b}_{W}(\theta,\phi) = \exp\left(-j2\pi\left(d/\lambda\right)\sin\theta\cos\phi\right)\boldsymbol{b}_{X}$$
(18)

3.2 相干分布式信源二维波达方向估计算法

由式(17)和式(18)可知,

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{X} & \boldsymbol{b}_{Z} & \boldsymbol{b}_{W} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{X_{1}}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{b}_{X_{2}}^{\mathrm{T}} & \left(\boldsymbol{b}_{X_{1}} \boldsymbol{\varPhi}_{1} \right)^{\mathrm{T}} \\ \left(\boldsymbol{b}_{X_{2}} \boldsymbol{\varPhi}_{1} \right)^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{b}_{X_{1}} \boldsymbol{\varPhi}_{2} \right)^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{b}_{X_{2}} \boldsymbol{\varPhi}_{2} \right)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(19)

其中
$$\boldsymbol{\Phi}_{1} = \operatorname{diag}\left[\exp\left(-j2\pi\left(d/\lambda\right)\cos\theta_{1}\right)\exp\left(-j2\pi\left(d/\lambda\right)\cos\theta_{2}\right)$$

 $\cdots \quad \exp\left(-j2\pi\left(d/\lambda\right)\cos\theta_{q}\right)\right]$, $\boldsymbol{\Phi}_{2} = \operatorname{diag}\left[\exp\left(-j2\pi\left(d/\lambda\right)\cos\theta_{2}\right)$
 $\cdot\sin\theta_{1}\cos\phi_{1}\right) \exp\left(-j2\pi\left(d/\lambda\right)\sin\theta_{2}\cos\phi_{2}\right) \cdots \quad \exp\left(-j2\pi\left(d/\lambda\right)\cos\theta_{2}\cos\phi_{2}\right)$
 $\cdot\sin\theta_{q}\cos\phi_{q}\right)$, $\boldsymbol{b}_{X_{1}}$ 和 $\boldsymbol{b}_{X_{2}}$ 的维数分别是 $q \times q$, $(M-q) \times q$ 。
由于 $\boldsymbol{b}_{X_{1}}$ 满秩,因此存在唯一矩阵 \boldsymbol{P} 满足

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{b}_{X_{1}} = \left[\boldsymbol{b}_{X_{2}}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{b}_{X_{1}}\boldsymbol{\Phi}_{1}\right)^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{b}_{X_{2}}\boldsymbol{\Phi}_{1}\right)^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{b}_{X_{1}}\boldsymbol{\Phi}_{2}\right)^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{b}_{X_{2}}\boldsymbol{\Phi}_{2}\right)^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{I}} (20)$$
矩阵 \boldsymbol{P} 称为传播因子。同理,对 \boldsymbol{P} 进行分块,得

$$\boldsymbol{P}^{\mathrm{H}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_{1}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}_{2}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}_{3}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}_{4}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{P}_{5}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(21)

其中 P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , P_5 与 b_{X_2} , $b_{X_1}\Phi_1$, $b_{X_2}\Phi_1$, $b_{X_1}\Phi_2$, $b_{X_2}\Phi_2$ 具有相同的维数。

由式(20)和式(21)可得

$$P_1 b_{X_1} = b_{X_2}, \ P_2 b_{X_1} = b_{X_1} \Phi_1$$
 (22)

$$P_3 b_{X_1} = b_{X_2} \Phi_1, \quad P_4 b_{X_1} = b_{X_1} \Phi_2, \quad P_5 b_{X_1} = b_{X_2} \Phi_2$$
 (23)

从式(22)和式(23),可得

$$P_3 b_{X_1} = P_1 b_{X_1} \Phi_1, P_5 b_{X_1} = P_1 b_{X_1} \Phi_2$$
 (24)
进而有

$$\boldsymbol{p}_{1}^{\dagger}\boldsymbol{p}_{3}\boldsymbol{b}_{X_{1}} = \boldsymbol{b}_{X_{1}}\boldsymbol{\Phi}_{1}, \quad \boldsymbol{p}_{1}^{\dagger}\boldsymbol{p}_{5}\boldsymbol{b}_{X_{1}} = \boldsymbol{b}_{X_{1}}\boldsymbol{\Phi}_{2}$$
(25)

由式(25)可知,通过求解 $p_1^{\dagger} p_3$ 和 $p_1^{\dagger} p_5$ 的广义特征值,可获 得 $\boldsymbol{\Phi}_1$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_2$ 的估计 $\boldsymbol{\Phi}_1$, $\boldsymbol{\Phi}_2$ 。

对于传播因子**P**的估计,可通过最小二乘法得到^[10],

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{ZZ} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{G}} & \hat{\boldsymbol{H}} \end{bmatrix}$$
(26)

式中
$$\hat{\boldsymbol{G}}$$
, $\hat{\boldsymbol{H}}$ 的维数分别为 $3M \times q$, $3M \times (3M - q)$ 。则
 $\hat{\boldsymbol{p}} = \left\| \boldsymbol{H} - \boldsymbol{G} \hat{\boldsymbol{P}} \right\|^2$ (27)

$$\widehat{\boldsymbol{p}} = \left(\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}\right)^{-1}\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}$$
(28)

由式(25)可以看出,可通过 $\hat{\theta} = \arccos\left\{\arg\left(\widehat{\Phi}_{1}\right)\right\}$ 来估计仰角, $\hat{\phi} = \arccos\left\{\arg\left(\widehat{\Phi}_{2}\right)/\left[-2\pi\left(d/\lambda\right)\right]\right\}$ 来估计方位角。由于反余弦函数的定义域为 $\left(-1,1\right)$, 在实际移动通信环境中,上述反余弦函数自变量的绝对值常 常大于1,尤其是当角度在70°和90°之间时,此时采用反 余弦函数来估计仰角和方位角,会产生较大误差。为此,对 于单一角度信号密度为高斯分布的相干分布式信源,本文对 子阵*X*接收的数据定义如下二阶统计量

$$(k+1,k) = E\left(\boldsymbol{X}_{k+1}^{*}(t) \boldsymbol{X}_{k}(t)\right)$$
$$= E\left(s(t)s^{*}(t)\exp\left(j2\pi\left(d/\lambda\right)\sin\theta\sin\phi\right)\right)$$
$$\times [\boldsymbol{g}_{2}]_{k+1} \times [\boldsymbol{g}_{2}]_{k+1} \times [\boldsymbol{g}_{1}]_{k} \times [\boldsymbol{g}_{2}]_{k}$$
(29)

其中 $k \in [1, M-1]$ 表示子阵X阵元编号,*表示矩阵的共轭。

由式(34),式(29)和式(30)可知,可通过下式求解仰角 和方位角的估计值,

$$\widehat{\phi} = \arctan\left\{\arg(rr_1) / \left[-\arg\left(\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_2\right)\right]\right\}$$
(30)

$$\widehat{\theta} = \arctan\left(\left(\arg\left(\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{2}\right) / \arg\left(\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{1}\right)\right) / \cos\widehat{\phi}\right)$$
(31)

本文所提算法式(35)和式(36)中,利用反正切函数来获 得仰角与方位角的估计,反正切函数的定义域为(-∞,∞), 因此本文算法对于 70°和 90°之间的仰角和方位角仍能给 出较好的估计值。另外,在计算复杂度方面,本文所提算法 无需任何谱峰搜索,计算简单,易于实时实现。

4 仿真结果及分析

 r_1

考虑如图 1 所示的阵列结构,各均匀线阵由 8 个阵元构成,阵元水平间距 *d* 为半个波长。考虑角度信号密度为高斯分布的 BPSK 相干分布式信源,如式(6)所示,高斯分布的均值与方差分别对应波达方向与角度扩散,仿真方法参照文献[2,7,8]。

仰角与方位角联合估计的 均 方 根 误 差(RMSE)定义为 RMSE = $\sqrt{E\left[\left(\hat{\theta} - \theta\right)^2 + \left(\hat{\phi} - \phi\right)^2\right]}$,其中 $E(\bullet)$ 表示期望。采 样数为 200, 信噪比(SNR)为 15dB, 仰角与方位角的角度扩 散分别为 3°和 5°。经过 500 次 Monte-Carlo 实验, 图 2 和图 3 分别给出了所提算法与文献[9]中两步一维搜索 SOS 算法仰角与方位角估计的均方根误差。从图中可以看出所提 算法的均方根误差较小,尤其当仰角接近 90°时,所提算法 仍能给出有效的估计结果; SOS 算法仰角与方位角估计的均 方根误差较大,在 1°左右,当仰角接近 90°时, SOS 算法 无法给出有效的估计值。



考虑仰角为 60°,仰角角度扩散为 3°,方位角为 75°,方 位角角度扩散为 5°的相干分布式信源。图 4 为仰角与方位角 估计的均方根误差随信噪比的变化情况。从图中可以看出, 本文所提算法仰角与方位角估计的均方根误差随信噪比的 增大而逐渐下降,与 SOS 算法相比,该算法具有较好的信噪 比性能。由于本文所提算法估计方位角时所构造的二阶统计 量削弱了噪声的影响,因而具有明显的性能优势。图 5 给出 了信噪比为 10dB 时算法仰角与方位角估计的均方根误差随 采样数的变化情况。由于所提算法构造了二阶统计量,利用 了更多的信息,提高了参数估计精度,因此在小样本的情况 下,本文所提算法性能明显优于 SOS 算法。





图 5 仰角与方位角估计的均 方根误差随采样数变化情况

5 结束语

本文提出了一种无需任何谱峰搜索的相干分布式信源 二维波达方向估计算法。基于 Schur-Hadamard 积形式的相 干分布式信源方向向量,对子阵 **X** 接收的数据构造二阶统计 量,利用传播因子估计子阵 **X** 与 **Z**, **X** 与 **W**之间的旋转不 变矩阵,由二阶统计量与两个旋转不变矩阵得到方位角与仰 角估计的闭式解。所提算法与传统算法相比,不仅计算简单, 易于实时实现,而且对于接近 90°的仰角也可给出有效的估 计。

参考文献

- Asztely D and Ottersten B. The effects of local scattering on direction of arrival estimation with MUSIC and ESPRIT. Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing 1998, Seattle, Washington, 1998: 3333–3336.
- [2] Shahbazpanahi S and Valaee S. A new approach to spatial power spectral density estimation for multiple incoherently distributed sources. Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing 2007, Honolulu, hawaii, 2007: 1133–1136.
- [3] Christou C T and Jacyna G M. Simulation of the beam response of distributed signals. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3023–3031.
- [4] Hassanien A, Shahbazpanahi S, and Gershman A B. A generalized Capon estimator for localization of multiple spread sources. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(1): 280–283.
- [5] Shahbazpanahi S, Valaee S, and Bastani M H. Distributed source localization using ESPRIT algorithm. *IEEE Trans. on* Signal Processing, 2001, 49(10): 2169–2178.
- [6] Zoubir A, Wang Y, and Charge P. Spatially distributed sources localization with a subspace based estimator without eigendecomposition. Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing 2007, Honolulu, hawaii, 2007: 1085–1088.
- [7] Shahbazpanahi S, Valaee S, and Gershman A B. A covariance fitting approach to parametric localization of multiple incoherently distributed Sources. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(3): 592–600.
- [8] Lee J, Song L, Kwon H, and Lee S R. Low-complexity estimation of 2D DOA for coherently distributed sources. *Signal Processing*, 2003, 83(8): 1789–1802.
- [9] Gradshteyn I S and Ryzhik I M. Table of Integrals, Series, and Products(7th Edition). Orlando: Academic Press, 2007: 438.
- [10] Marcos S, Marsal A, and Benidir M. The propagator method for source bearing estimation. *Signal Processing*, 1995, 42(2): 121–138.
- 韩英华: 女,1979年生,博士生,研究方向为阵列信号处理中的 方向估计.
- 汪晋宽: 男,1957年生,教授,博士生导师,主要研究方向为自 适应信号处理.
- 宋 昕: 女,1978年生,博士生,研究方向为鲁棒自适应波束形成.