

## 下行MIMO通信系统的多用户分集研究

姚冰心 胡爱群

(东南大学无线电工程系 南京 210096)

**摘 要:** 该文研究了下行多用户MIMO通信系统中多用户分集问题, 并且提出了两种基于最大系统容量准则的多用户分组调度算法。提出了一种基于相关用户的信道向量间内积的价值因子。通过使用该价值因子作为信道容量的评价标准, 有效地降低了分组调度过程的复杂度。仿真结果显示该文提出的多用户调度算法可以明显提高系统容量; 且随着系统中激活用户数量的增加, 系统的调度增益不断增大。

**关键词:** 无线通信; 多输入多输出; 多用户分集; 调度算法

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)01-0005-04

## On the Multi-user Diversity for Downlink Channel of Multi-user MIMO System

Yao Bing-xin Hu Ai-qun

(Department of Radio Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** In this paper, multi-user diversity in the downlink channel of multi-user MIMO system is investigated and two multi-user scheduling algorithms are proposed which are based on the criteria of maximum system capacity. A factor based on inner products of channel vectors of relative users is used and complexity of scheduling procedure is greatly reduced. Simulation results are presented that multi-user scheduling methods enlarge system average capacity, and with the increase of the number of active users, multi-user scheduling gain grows gradually.

**Key words:** Wireless communication; MIMO; Multi-user diversity; Scheduling algorithm

### 1 引言

MIMO技术可以显著提高信道容量。采用多用户联合处理技术可以在提高系统容量的同时减少终端设备的天线数量, 因而近期多用户MIMO系统受到了广泛的关注<sup>[1]</sup>。一些学者对联合多用户预处理方法进行了广泛研究<sup>[2,3]</sup>, 这些方法一般都要求进行联合多用户预处理的接收天线总和不大于发射机天线数量。而在实际系统中, 激活用户的数量一般都大于发射机的天线数量。因此多天线和多用户选择方法常被用来提升系统性能<sup>[4-7]</sup>。

在无线通信系统中, 某一时刻可供分配的同性质资源(同频的时隙或者码道, 下文简称为时隙)一般大于1, 并且多用户预处理的性能和同组用户间的相关性有关, 因此系统需要将激活用户进行分组调度。针对上述应用, 本文提出了一种基于信道向量内积的价值因子, 可以用来评估系统容量, 并且给出了基于最大系统容量准则的低复杂度多用户调度算法。该算法可以提高系统平均容量。

本文第2节建立了系统模型; 第3节给出了多用户分集问题的数学表达; 第4节提出了价值因子以及两种多用户调度

算法; 第5节分析了算法的计算复杂度; 第6节验证了算法的性能; 最后总结了本文的工作。

### 2 系统模型

系统模型如图1所示。假设系统具有一个基站和多个用户; 基站有 $K$ 个发射天线, 天线间距离满足独立衰落条件; 每个用户有一个接收天线。空中接口有多个可供分配的时隙; 系统中全体激活用户集合为 $U_0(N_0)$ ,  $N_0$ 为激活用户的数量。一个包括 $M$ 个激活用户和 $L$ 个可用时隙的系统表示为 $K[M, L]$ 。分配到时隙中的激活用户为 $U_m(N_m)$ , 其中 $N_m \leq K$ ,  $m = 1, \dots, L$ , 每个集合称为一个分组。研究中考虑块衰落信道, 即信道在一段时间内保持不变。

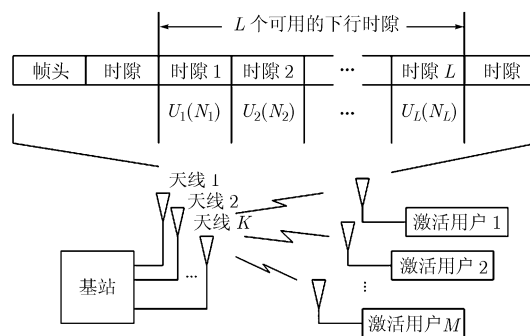


图1 下行多用户MIMO通信系统模型

2007-07-16 收到, 2007-12-12 改回

国家 863 计划项目(2005AA147040, 2006AA01Z268)和江苏省自然科学基金(BK2006108)资助课题

下文中  $\mathbf{A}^H$  是矩阵的共轭转置;  $|a|$  是复变量的模;  $\|\mathbf{A}\|_F$  是矩阵的  $F$  范数;  $\|\mathbf{a}\|_2$  是向量的 2 范数;  $E[\cdot]$  表示求期望;  $\text{Tr}(\mathbf{A})$  表示矩阵的迹;  $\text{ceil}(\cdot)$  为向上取整。

第  $m$  个用户组  $U_m(N_m)$  所在时隙的发射信号为

$$\mathbf{x}_m = \mathbf{T}_m \times \mathbf{b}_m = \sum_{i=1}^{N_m} (b_{m,i} \times \mathbf{T}_{m,i}) \quad (1)$$

$\mathbf{x}_m$  是  $K \times 1$  维发射向量;  $\mathbf{T}_m$  是  $K \times N_m$  维预编码矩阵,  $\mathbf{T}_{m,i}$  是它的第  $i$  个列向量;  $\mathbf{b}_m$  是  $N_m \times 1$  维数据向量, 其中第  $i$  个元素  $b_{m,i}$  是发射给用户  $i$  的符号; 假设  $E[\mathbf{b}_m \mathbf{b}_m^H] = \mathbf{I}$ 。用户  $i$  接收信号为

$$\mathbf{r}_{m,i} = \mathbf{H}_{m,i} \mathbf{T}_{m,i} b_{m,i} + \sum_{j=1, j \neq i}^{N_m} (b_{m,j} \mathbf{T}_{m,j}) + n_{m,i} \quad (2)$$

$\mathbf{H}_m$  是该用户组的信道矩阵,  $(i,j)$  元素  $h_{ij}$  是天线  $j$  到用户  $i$  的响应; 它的第  $i$  个行向量  $\mathbf{H}_{m,i}$  是用户  $i$  的  $1 \times K$  维信道向量;  $n_{m,i}$  是用户  $i$  的加性高斯白噪声,  $E[n_{m,i} n_{m,i}^*] = \delta^2$ 。本文使用块对角化(BD<sup>[2]</sup>)方法作为一个分组的联合多用户预处理方法, 它可以在接收机处消除多用户间干扰, 使式(2)的右边第 2 项为零。该时隙的信道容量定义为分组的  $N_m$  个用户的信道容量的总和(sum capacity<sup>[2]</sup>, 下文简称为分组容量); 系统容量定义为系统中  $L$  个时隙的分组容量的算术平均。

### 3 多用户分集问题

BD 方法复杂度低, 有利于实时应用; 但是它的性能容易受到用户间相关性的影响, 在  $\mathbf{H}_m$  接近奇异时, 分组容量会产生较大的损失。  $\mathbf{H}_m$  只与同组内的用户有关, 不同分组间并不会产生相互影响, 因此当系统中存在多个可分配时隙时, 通过多用户调度将激活用户合理分组, 可以避免信道矩阵接近奇异。

假设每个时隙的总发射功率限制为 1。在  $L$  确定的情况下, 基于最大系统容量准则的多用户分集问题可以描述为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{1 \leq N_m \leq K} \max_{U_m \in U_0} \left\{ \frac{1}{L} \sum_{m=1}^L C_m^{\text{group}} \right\} \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{N_m} \text{Tr}(\mathbf{T}_{m,i} \mathbf{T}_{m,i}^H) \leq 1, \quad m = 1, \dots, L \\ & \text{and} \quad U_i \cap U_j = \emptyset, \quad 1 \leq i \neq j \leq L \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$C_m^{\text{group}}$  是一个时隙的分组容量。在固定划分时隙(或码道)的系统(如 GSM, TDS-CDMA 等)中,  $L$  是由基站的无线资源管理单元根据当前空中接口状况预先确定的; 对于可以动态进行时隙划分的系统(如 802.16d, 802.16e 等),  $L$  可以根据激活用户数量进行优化。本文考虑预先确定  $L$  的情况。在确定了  $L$  后, 需要对  $N_m$  和  $U_m(N_m)$  两类参数进行联合求解。最佳多用户调度(OMUS)算法需要遍历搜索所有可能的组合。在  $M$  和  $L, K$  存在整数倍关系  $M=KL$  时, 可能的组合的数量为  $M!/(L! \times (K!)^L)$ , 对于一个 4[8,2] 系统, 组合的数量为 35; 而对于 4[24,6], 组合的数量达到了 4,509,264,634,875。并且对于每种组合需要进行  $K \times K$  阶复矩阵的求逆运算

和复矩阵乘法运算。因此在实际应用中需要一些简化的次优化方法。

### 4 简化的多用户调度方法

降低调度复杂度的一个有效方法是将式(3)中参数  $N_m$  和  $U_m(N_m)$  的联合优化分解为序贯优化: 首先确定每个时隙中用户的数量, 然后再利用多用户调度方法确定每个时隙中的具体用户。

为了使被服务的用户数最大, 利用平均分配方法使每个时隙中的用户数量如下:

(1)  $M \leq K \times L$  且  $\text{mod}(M, L) = 0$  情况下, 令  $N_m = \text{ceil}(M/L)$ ,  $m = 1, \dots, L$ ;

(2)  $M \leq K \times L$  且  $\text{mod}(M, L) \neq 0$  时,

令  $N_m = \text{ceil}(M/L)$ ,  $m = 1, \dots, \text{mod}(M, L)$ ;

$N_m = \text{ceil}(M/L) - 1$ ,  $m = \text{mod}(M, L) + 1, \dots, L$ ;

(3)  $M > K \times L$  的情况下, 令  $N_m = K$ ,  $m = 1, \dots, L$ 。

为了简化评价系统容量, 本文引入了一种基于信道矩阵的行向量间归一化内积的价值因子:

$$F_{\text{eva}} = \sum_{m=1}^L (|\|\mathbf{H} \mathbf{r} \mathbf{n}_m \mathbf{H} \mathbf{r} \mathbf{n}_m^H\|_F^2 - N_m) / 2 \quad (4)$$

其中  $\mathbf{H} \mathbf{r} \mathbf{n}_m$  是分组  $m$  的行归一化信道矩阵, 它的第  $i$  行向量定义为  $\mathbf{H} \mathbf{r} \mathbf{n}_{m,i} = \mathbf{H}_{m,i} / \|\mathbf{H}_{m,i}\|_2$ 。  $F_{\text{eva}}$  是系统中同组用户两两间内积的模平方的总和。由于两个向量间归一化内积代表了向量间夹角, 所以式(4)表示了系统中同组用户两两间夹角的和。仿真结论显示  $F_{\text{eva}}$  和信道容量具有一致性, 在  $L$  和  $N_m$  确定后, 具有较小的价值因子的系统具有较好的性能。式(4)仅和用户的信道矩阵相关, 不涉及具体的多用户预处理方法, 因此适用于多种多用户预处理方法。

基于式(4), 下文将给出两种低复杂度的次优化多用户调度方法。

#### 4.1 简化的串行多用户调度方法(SSMUS)

基于内积的串行多用户调度方法的流程如下:

(1) 初始化

(a) For  $m=1:L$ ,  $U_m = \emptyset$ , 表示分组  $m$  的用户集合初始化为空集合;

(b)  $\Omega = \{1, 2, \dots, M\}$ , 表示未分组的用户集合初始化为全体激活用户的集合;

(c) 计算信道矩阵的行向量归一化系数

$$w_i = \|\mathbf{H}_{0,i}\|_2^2, \quad i = 1, \dots, M \quad (5)$$

(2) 选择每个时隙中的用户

For  $m=1:L$

(a) 选择满足如下条件的用户  $k$ :

$$k = \arg \max_{i \in \Omega} w_i \quad (6)$$

(b)  $U_m = U_m + \{k\}$ ,  $\Omega = \Omega - \{k\}$ ;

(c) For  $l=2:N_m$

(i) 选择满足如下条件的用户  $k$ :

$$k = \arg \min_{i \in \Omega} \sum_{j \in U_m} |\mathbf{H}_{0,i} \mathbf{H}_{0,j}^H|^2 / (w_i w_j) \quad (7)$$

(ii)  $U_m = U_m + \{k\}$ ,  $\Omega = \Omega - \{k\}$ ;

#### 4.2 简化的并行多用户调度方法(SPMUS)

基于内积的并行多用户调度方法的流程如下:

(1)初始化: 同串行多用户调度方法;

(2)给各个时隙选择基本用户:

For  $m=1:L$

(a)选择满足式(6)条件的用户  $k$

(b)  $U_m = U_m + \{k\}$ ,  $\Omega = \Omega - \{k\}$ ;

(3)分配剩余用户:

For  $l=2: \text{ceil}(M/L)$

For  $m=1:L$

(a)当  $l > N_m$  时跳出内循环, 否则执行以下步骤:

(b)选择满足式(7)条件的用户  $k$ ;

(c)  $U_m = U_m + \{k\}$ ,  $\Omega = \Omega - \{k\}$ ;

分组调度算法的结果是得到了分组用户集  $U_m$ 。

### 5 运算复杂度分析

本节分析了本文提出的多用户调度算法的复杂度。为了简化起见, 假设  $M$  和  $L$ ,  $K$  间存在整数倍关系  $M=L \times K$ , 且  $N_m = K$ 。算法的复杂度采用乘除法数量来量化, 忽略计算过程中的加减法数量。一次实数乘除法运算是一个运算复杂度单位  $\eta$ 。

SSMUS和SPMUS的计算了  $M$  个激活用户的信道向量的 2 范式的平方, 其运算量为  $2MK\eta$ ; SSMUS第(2)步中的第(c)步中, 在循环体内  $\Omega$  集合中用户数量为  $M-(m-1)K-(l-1)$ ,  $U_m$  集合中用户数量为  $l-1$ , 在保存所有中间结果的前提下, 每次只计算待分配用户和最近分配入该组的用户间的内积, 所以SSMUS的运算量为

$$\psi_{\text{SSMUS}} = 2M[(K^2 - 1)L + K]\eta \quad (8)$$

SPMUS第(3)步的循环体内  $\Omega$  集合中用户数量为  $M-(l-1)L-m+1$ ,  $U_m$  集合中用户数量为  $l-1$ ; 所以SPMUS的运算量为

$$\psi_{\text{SPMUS}} = 2M \left[ \frac{(K-1)}{K}(K^2-1)L + \frac{2K^2-1}{K} \right] \eta \quad (9)$$

从上述分析可以看出, 与 OMUS 相比, SSMUS 和 SPMUS 方法利用式(4)的价值因子, 明显降低了多用户分组调度过程的运算复杂度, 平均每用户的运算量大约是  $O(K^2L)$ 。

### 6 仿真及结果分析

本文中无线信道建模为高斯随机信道, 信道矩阵的每个元素是均值为 0, 方差为 1 的独立复高斯随机变量。在不加说明时, 发射信噪比 SNR<sup>[2]</sup> 为 15dB, 每个分组均以相等的功率发射信号。TxBF 表示选择性多天线发射分集, 令  $\mathbf{T}_m = \mathbf{H}_m^H / \|\mathbf{H}_m\|_2$ , 分组中信道容量最大的用户占用信道;

BD<sup>[2]</sup>采用注水法进行功率优化, 在  $N_m=1$  时, 采用 TxBF 代替 BD; SU<sup>[8]</sup>表示点对点的单用户 MIMO 方法; SSMUS/SPMUS 表示采用本文的多用户调度方法; 仿真中前 3 种方法均采用随机分组。

图 2 在 4[4,1]系统中仿真了分组容量和价值因子间的关系。横坐标  $x$  为价值因子, 纵坐标  $y$  为分组容量, 函数关系为  $y = E_{\mathbf{H}}[C^{\text{group}}(x)]$ , 其中,  $C^{\text{group}}(x)$  表示由  $F_{\text{eva}} = x$  的分组产生的各态历经性分组信道容量<sup>[3]</sup>, 分组容量由行归一化后的信道矩阵  $\mathbf{Hrn}_m$  产生, 即用  $\mathbf{Hrn}_{m,j}$  替代式(2)中的  $\mathbf{H}_{m,j}$ ,  $\mathbf{T}_m$  也由  $\mathbf{Hrn}_m$  产生。本仿真验证了在不考虑信道向量权值的影响时, 价值因子和分组容量间的关系。结果显示分组容量和价值因子存在一致性。仿真结果说明, 在统计意义上基于式(4)的价值因子可以有效地反映分组容量。直接使用  $\mathbf{H}_m$  来计算分组容量  $C^{\text{group}}(x)$  时, 也可以得到相似的结论。

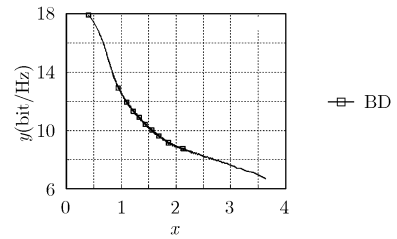


图2 价值因子和分组信道容量的关系

图3在4[40,10]系统中仿真了分组损耗容量和系统损耗容量(Outage Capacity<sup>[2]</sup>)性能。仿真结果显示调度算法可以减小中断概率, 提高可保障的容量。

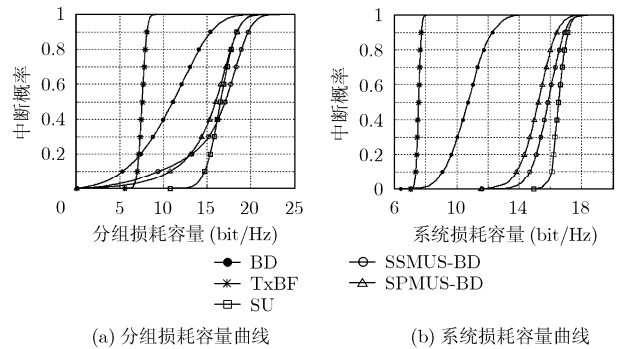


图3 多用户调度算法的损耗容量性能

图 4 在固定了时隙和天线数量 4[M,10]系统中, 仿真了系统平均容量(ergodic capacity<sup>[3]</sup>)和激活用户数  $M$  的关系。随着系统中激活用户的数量的增加, 系统平均容量不断增加。但增长斜率不断降低, 在  $M$  增大到 30 附近时, 斜率发生了明显变化。

图 5 在 4[40,L]系统中研究了系统平均容量和时隙数量的关系。在  $L=1$  时, 采用了多用户调度算法的系统获得了最大的系统平均容量; 但随着  $L$  的增大, 系统平均容量不断减小;

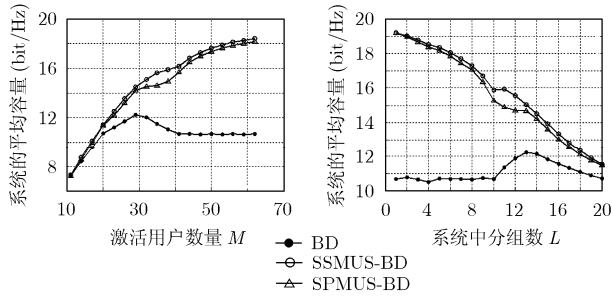


图4 系统平均容量和  
激活用户数量的关系

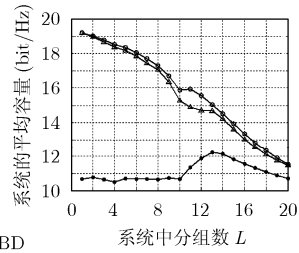


图5 系统平均容量  
和分组数量的关系

在  $L$  增大到 10 附近时, 系统容量下降的斜率发生明显变化。

综合图 4 和图 5 的结果, BD 采用随机分组, 因此没有多用户调度增益(MSG), 全部性能都由空间复用增益(SMG)产生。但受到具体预处理算法影响, SMG 最大点并未出现在空间复用维度最大的  $L=\text{ceil}(M/K)$  时, 而是出现在  $L > \text{ceil}(M/K)$  的某个点  $L_{\max}$  上。分组算法曲线和 BD 曲线间的差值就是 MSG, 可以看到随着  $L$  的增大, MSG 单调下降。在  $L < \text{ceil}(M/K)$  区间中, SMG 保持不变; 在  $L_{\max} > L > \text{ceil}(M/K)$  区间中, 增大  $L$  时, SMG 增大; 在  $L > L_{\max}$  区间中, SMG 单调下降。

在一个帧长恒定但可以动态分配时隙长度和数量的系统中, 激活用户数  $M$  一定时, 根据  $M$  合理选择  $L$  的大小可以获得最大的系统平均容量。

## 7 结束语

在研究了下行多用户MIMO通信系统中的多用户分集问题的基础上, 本文给出了两种多用户调度算法, 通过采用了一种基于信道向量归一化内积的价值因子, 有效地降低了整个多用户调度过程的运算复杂度。仿真结果显示, 在一个 SNR 为 15dB 的 4[40,10] 系统中, 多用户调度算法将系统平均容量提升了超过 4bit/Hz。

## 参考文献

- [1] Spencer Q H, Peel C B, and Swindlehurst A L, *et al.*. An introduction to the multi-user MIMO downlink. *IEEE Communication Magazine*, 2004, 42(10): 65-67.
- [2] Spencer Q H, Swindlehurst A L, and Haardt M. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multi-user MIMO channels. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(2): 461-471.
- [3] Peel C B, Hochwald B M, and Swindlehurst A L. A vector-perturbation technique for near-capacity multi-antenna multiuser communication Part I: channel inversion and regularization. *IEEE Trans. on Communication*, 2005, 53(1): 195-202.
- [4] Chen R, Heath R W, and Andrews J G. Transmit selection diversity for unitary precoded multiuser spatial multiplexing systems with linear receivers. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(2): 1159-1171.
- [5] Yoo T and Goldsmith A J. Optimality of zero-forcing beamforming with multiuser diversity. *Proc. of IEEE ICC*, Seoul, 2005, 1: 542-546.
- [6] Shen Z, Chen R, and Andrew J G, *et al.*. Low complexity user selection algorithms for multiuser MIMO systems with block diagonalization. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(9): 3658-3663.
- [7] Xu M and Lin D. Low complexity user selection strategies in the downlink of multi-user channel. *Proc. of ICACT*, Korea, Feb20-22, 2006, 1: 204-206.
- [8] Sampath H, Stoica P, and Paulraj A. Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion. *IEEE Trans. on Communications*, 2001, 49(12): 2198-2206.

姚冰心: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为MIMO信号处理。

胡爱群: 男, 1964年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信号处理与信息安全。