

一种样本污染且快拍数有限情况下的稳健的波束形成方法

刘桂瑜 廖桂生 陶海红

(西安电子科技大学雷达与信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 样本污染情况下,期望信号方向上也可能形成零陷,导致输出信号干扰噪声比严重下降;快拍数有限情况下,假设的白噪声表现为色噪声,从而加剧了自适应波束形成畸变。基于此,该文从采样协方差矩阵特征值分析出发,提出了一种自适应修正方法,相当于对采样协方差矩阵进行扰动,从而提高了波束形成的性能和稳健性。性能分析和计算机仿真验证了所提方法的可行性和有效性。

关键词: 自适应波束形成; 样本污染; 有限快拍; 稳健性

中图分类号: TN971

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)01-0192-04

A Robust Beamforming Method in the Situation of Sample Pollution and Limited Snapshots

Liu Gui-yu Liao Gui-sheng Tao Hai-hong

(National Key Lab of Rader Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: In the situation of sample pollution, nulls would be formed in the expected direction, which results a great decrease in the signal-to-interference-noise ratio. And in the situation of limited snapshots, the given white noise exists in the form of color noise, so that there would be an increase in the distortion of adaptive beamforming. Based on these, an adaptive method is presented in this paper by analyzing the eigenvalues of sampling covariance matrix. This method is equivalent to interfering the sampling covariance matrix in order to improve the performance and robustness of beamforming. Finally, performance analysis and computer simulation demonstrate the feasibility and effectiveness of this method.

Key words: Adaptive beamforming; Sample pollution; Limited snapshots; Robustness

1 引言

自适应数字波束形成(ADBF)在雷达、通信、声纳和地震等众多领域有着广泛的应用,ADBF常采用协方差矩阵求逆(SMI)算法^[1],该算法具有较快的信号干扰噪声比(SINR)意义下的收敛速度。Miller对样本污染的情况进行了研究^[2],指出期望信号的存在严重降低了SMI算法输出SINR的收敛速度,期望信号越强,降低越严重。文献[3]对各种误差的影响进行了分析综述,基本结论是,对于只利用干扰加噪声协方差矩阵求逆(NAMI)的方法,误差对自适应波束形成的影响不大;但是对于利用信号加干扰和噪声协方差矩阵求逆(SPNMI)的自适应方法,当信号噪声比(SNR)较大时,虽然干扰零点位置变化不大,但是在期望信号方向上也可能形成零陷,导致输出SINR严重下降。自适应波束形成的另一个重要性能——方向图形状(主要是指副瓣电平)在一定范围内与快拍数 K 有反比关系^[4]即 $E(\text{旁瓣})=1/K+1$ 。所以当利用SPNMI方法时,不但容易在期望信号方向形成零陷,而且收敛速度变慢,输出SINR严重下降,波束形成畸变严重。在实际的工程应用中,由于各种条件的限制,训练样本中不可避免地包含有期望信号,可利用的阵列快拍数一般也是有限

的。因此,人们希望在样本污染且快拍数有限情况下,能自适应地提高波束形成性能。

本文首先分析了样本污染时,信号对应的特征值及特征矢量扰动参与自适应权值的计算,导致在期望信号方向形成零陷;快拍数据有限时,等效增加了信号、干扰与噪声之间以及它们相互间的相关性,假设的背景白噪声表现为色噪声^[5,6],进一步加剧了自适应波束畸变。然后从分析采样协方差矩阵的特征值出发,提出了一种自适应对采样协方差矩阵扰动的方法,不仅避免了期望信号相消现象,而且大大减弱了色噪声的影响,从而提高了波束形成的性能和稳健性。最后的计算机仿真验证了所提算法的可行性和优越性。

2 快拍数据有限情况下的稳健的波束形成方法

2.1 阵列信号模型

考虑理想情况下 N 元窄带天线阵,远场平面波包含 $P+1$ 个不相关的信号,包括 P 个干扰信号和一个期望信号,阵列的每个阵元为各向同性的(即每个阵元的方向图相同),不考虑通道不一致性和互耦的影响,阵列天线的接收信号可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= [\mathbf{x}_1(t), \dots, \mathbf{x}_N(t)]^T = \sum_{i=1}^{P+1} \mathbf{s}_i(t) \mathbf{a}(\theta_i) + \mathbf{n}(t) \\ &= \mathbf{A}_I \mathbf{s}_I(t) + \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \mathbf{s}_{P+1}(t) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\theta_i, i=1, \dots, P$ 为干扰信号方向, θ_{P+1} 为期望信号方向, $\mathbf{s}_I(t) = [\mathbf{s}_1(t), \dots, \mathbf{s}_P(t)]^T$ 为 P 个干扰信号复包络, $\mathbf{s}_{P+1}(t)$ 为期望信号复包络, $\mathbf{A}_I = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)]$ 为干扰信号的阵列流形矩阵, $\mathbf{a}(\theta_{P+1})$ 为期望信号导向矢量。 $\mathbf{n}(t) = [\mathbf{n}_1(t), \dots, \mathbf{n}_N(t)]^T$ 为功率 (σ_n^2) 相同的背景白噪声, 且信号、干扰和噪声之间是互不相关的。

2.2 样本污染对自适应波束形成畸变影响分析

对于单信号源的线性约束最小方差准则(LCMV)可表示为

$$\left. \begin{aligned} \min \mathbf{w}^H \mathbf{R}_X \mathbf{w} \\ \text{s.t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_{P+1}) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

构造拉格朗日代价函数, 可求得最优权为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{a}(\theta_{P+1})}{\mathbf{a}^H(\theta_{P+1}) \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{a}(\theta_{P+1})} = \mu \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \quad (3)$$

其中 μ 为一个正常数, 阵列接收信号的自相关矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_X &= E[\mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t)] \\ &= \mathbf{A}_I \mathbf{R}_I \mathbf{A}_I^H + \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \mathbf{R}_S \mathbf{a}^H(\theta_{P+1}) + \lambda_\sigma \mathbf{I} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 \mathbf{R}_I 为干扰信号自相关矩阵, \mathbf{R}_S 为期望信号的自相关矩阵, $\lambda_\sigma = \sigma_n^2$ 。

由于 \mathbf{R}_X 是 Hermitian 矩阵, 所有特征值都是实数且特征向量正交, 对其进行特征值分解:

$$\mathbf{R}_X = \sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \lambda_{P+1} \mathbf{v}_{P+1} \mathbf{v}_{P+1}^H + \lambda_\sigma \sum_{i=P+2}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (5)$$

其中 $\lambda_i (i=1, \dots, P)$ 为干扰对应的特征值, λ_{P+1} 为期望信号对应的特征值, λ_σ 为噪声对应的小特征值, 将式(5)代入到式(3)得

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{\text{opt}} &= \mu \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &= \mu \left(\sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \lambda_{P+1} \mathbf{v}_{P+1} \mathbf{v}_{P+1}^H + \lambda_\sigma \sum_{i=P+2}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right)^{-1} \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &= \mu \left(\sum_{i=1}^{P+1} \lambda_i^{-1} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \frac{1}{\lambda_\sigma} \sum_{i=P+2}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right) \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &= \mu \left(\frac{1}{\lambda_\sigma} \mathbf{I} - \sum_{i=1}^{P+1} \frac{\lambda_i - \lambda_\sigma}{\lambda_i} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right) \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &= \frac{\mu}{\lambda_\sigma} \left[\mathbf{a}(\theta_{P+1}) - \sum_{i=1}^P \frac{\lambda_i - \lambda_\sigma}{\lambda_i} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda_{P+1} - \lambda_\sigma}{\lambda_{P+1}} \mathbf{v}_{P+1} \mathbf{v}_{P+1}^H \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

自适应波束图可以认为是从静态波束图中减去特征向量对应的特征波束图^[7], 在式(6)中 \mathbf{w}_{opt} 是自适应波束图对应的权值, $\mathbf{a}(\theta_{P+1})$ 是静态波束图对应的权值, 即没有外界干扰仅有内部白噪声时的状态。信号和干扰对应 \mathbf{R}_X 的大特征值 λ_i , 式(6)中的 $\frac{\lambda_i - \lambda_\sigma}{\lambda_i} (i=1, \dots, P)$ 接近 1, 干扰几乎完全被抑制, 在干扰方向形成零陷; 同时 $\frac{\lambda_{P+1} - \lambda_\sigma}{\lambda_{P+1}}$ 也接近 1, 在期望信号方向也会形成零陷, 造成自适应波束形成畸变。在假

设的理想情况下用自相关矩阵 \mathbf{R}_X 计算时, 只有 $P+1$ 个大特征值及对应的特征矢量参与权值的计算, 而 $N-P-1$ 个小特征值及对应的特征矢量对 \mathbf{w}_{opt} 没有贡献。

2.3 快拍数据有限对自适应波束形成畸变影响分析

在实际计算中, \mathbf{R}_X 用阵列 K 次采样数据估计得到

$$\widehat{\mathbf{R}}_X = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{X}(t_i) \mathbf{X}^H(t_i) \quad (7)$$

在快拍数 K 有限的情况下, 信号、干扰和噪声之间互不相关的这一假设将不完全成立, 由于 $\mathbf{X}(t_i) = \mathbf{A}_I \mathbf{s}_I(t_i) + \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \mathbf{s}_{P+1}(t_i) + \mathbf{n}(t_i)$, 代入到式(7)得

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{R}}_X &= \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{X}(t_i) \mathbf{X}^H(t_i) \\ &= \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \left[\mathbf{a}(\theta_{P+1}) \mathbf{s}_{P+1}(t_i) \mathbf{s}_{P+1}^H(t_i) \mathbf{a}^H(\theta_{P+1}) + \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \right. \\ &\quad \cdot \mathbf{s}_{P+1}(t_i) \mathbf{s}_I^H(t_i) \mathbf{A}_I^H + \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \mathbf{s}_{P+1}(t_i) \mathbf{n}^H(t_i) + \mathbf{A}_I \mathbf{s}_I(t_i) \\ &\quad \cdot \mathbf{s}_{P+1}^H(t_i) \mathbf{a}^H(\theta_{P+1}) + \mathbf{A}_I \mathbf{s}_I(t_i) \mathbf{s}_I^H(t_i) \mathbf{A}_I^H + \mathbf{A}_I \mathbf{s}_I(t_i) \mathbf{n}^H(t_i) \\ &\quad \left. + \mathbf{n}(t_i) \mathbf{s}_{P+1}^H(t_i) \mathbf{a}^H(\theta_{P+1}) + \mathbf{n}(t_i) \mathbf{s}_I^H(t_i) \mathbf{A}_I^H + \mathbf{n}(t_i) \mathbf{n}^H(t_i) \right] \\ &= \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \left[\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_{P+1}(t_i) \mathbf{s}_{P+1}^H(t_i) \right] \mathbf{a}^H(\theta_{P+1}) + \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &\quad \cdot \left[\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_{P+1}(t_i) \mathbf{s}_I^H(t_i) \right] \mathbf{A}_I^H + \mathbf{a}(\theta_{P+1}) g \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_{P+1}(t_i) \\ &\quad \cdot \mathbf{n}^H(t_i) + \mathbf{A}_I \left[\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_I(t_i) \mathbf{s}_{P+1}^H(t_i) \right] \mathbf{a}^H(\theta_{P+1}) + \mathbf{A}_I \\ &\quad \cdot \left[\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_I(t_i) \mathbf{s}_I^H(t_i) \right] \mathbf{A}_I^H + \mathbf{A}_I g \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_I(t_i) \mathbf{n}^H(t_i) \\ &\quad + \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{n}(t_i) \mathbf{s}_{P+1}^H(t_i) g \mathbf{a}^H(\theta_{P+1}) \\ &\quad + \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{n}(t_i) \mathbf{s}_I^H(t_i) g \mathbf{A}_I^H + \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{n}(t_i) \mathbf{n}^H(t_i) \\ &= \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \widehat{\mathbf{R}}_S \mathbf{a}^H(\theta_{P+1}) + \mathbf{A}_I \widehat{\mathbf{R}} \mathbf{A}_I^H + \widehat{\mathbf{R}}_n \\ &\quad + 2 \text{Re} \left[\mathbf{a}(\theta_{P+1}) \widehat{\mathbf{R}}_{SI}^H \mathbf{A}_I^H \right] + 2 \text{Re} \left[\mathbf{a}(\theta_{P+1}) \widehat{\mathbf{R}}_{SN}^H \right] \\ &\quad + 2 \text{Re} \left[\mathbf{A}_I \widehat{\mathbf{R}}_{IN}^H \right] \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\widehat{\mathbf{R}}_S$ 为期望信号的自相关矩阵 \mathbf{R}_S 的估计, $\widehat{\mathbf{R}}_I$ 为干扰信号的自相关矩阵 \mathbf{R}_I 的估计, $\widehat{\mathbf{R}}_n$ 是噪声自相关矩阵 \mathbf{R}_n 的估计, $\widehat{\mathbf{R}}_{SI}^H$ 为期望信号与干扰信号共轭转置的互相关矩阵 \mathbf{R}_{SI}^H 的估计, 同理 $\widehat{\mathbf{R}}_{SN}^H$ 、 $\widehat{\mathbf{R}}_{IN}^H$ 。当 $K \rightarrow \infty$ 时 $\widehat{\mathbf{R}}_{SI}^H = 0$, $\widehat{\mathbf{R}}_{SN}^H = 0$, $\widehat{\mathbf{R}}_{IN}^H = 0$, $\widehat{\mathbf{R}}_n = \lambda_\sigma \mathbf{I}$, 与假设的理想情况相同。但是在快拍数据有限情况下, 协方差矩阵组成中增加了交叉项。而对 $\widehat{\mathbf{R}}_I$ 来说, 快拍数据有限又等效于增加了干扰信号之间的相关性。例如当两个独立干扰信号的协方差矩阵为

$$\widehat{\mathbf{R}}_I = \begin{bmatrix} \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_1(t_i) \mathbf{s}_1^*(t_i) & \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_1(t_i) \mathbf{s}_2^*(t_i) \\ \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_1^*(t_i) \mathbf{s}_2(t_i) & \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{s}_2(t_i) \mathbf{s}_2^*(t_i) \end{bmatrix} \quad (9)$$

应该为对角阵, 而在快拍数据有限情况下不再为对角阵, 同理, 对噪声协方差矩阵 $\widehat{\mathbf{R}}_n$ 也有类似的影响。可见在快拍数

据有限情况下,表现为增加了信号、干扰和噪声之间以及它们相互间的相关性。假设的白噪声实际等效为色噪声,从而造成了采样协方差矩阵的小特征值发散^[8],小特征值及对应的特征矢量扰动参与了自适应权值的计算,导致了自适应波束畸变,表现为副瓣很高,对干扰抑制能力下降,收敛速度变慢。

对式(8)中的 $\widehat{\mathbf{R}}_X$ 进行特征值分解:

$$\widehat{\mathbf{R}}_X = \sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \lambda_{\sigma(P+1)} \mathbf{v}_{\sigma(P+1)} \mathbf{v}_{\sigma(P+1)}^H + \lambda_{\sigma(P+2)} \mathbf{v}_{\sigma(P+2)} \mathbf{v}_{\sigma(P+2)}^H + \cdots + \lambda_{\sigma N} \mathbf{v}_{\sigma N} \mathbf{v}_{\sigma N}^H \quad (10)$$

将式(10)代入式(3)可得此时最优权值:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{w}}_{\text{opt}} &= \mu \widehat{\mathbf{R}}_X^{-1} \mathbf{a}(\theta_{P+1}) = \mu \left(\sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \lambda_{\sigma(P+1)} \mathbf{v}_{\sigma(P+1)} \mathbf{v}_{\sigma(P+1)}^H + \lambda_{\sigma(P+2)} \mathbf{v}_{\sigma(P+2)} \mathbf{v}_{\sigma(P+2)}^H + \cdots + \lambda_{\sigma N} \mathbf{v}_{\sigma N} \mathbf{v}_{\sigma N}^H \right)^{-1} \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &= \mu \left(\sum_{i=1}^P \lambda_i^{-1} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \frac{1}{\lambda_{\sigma(P+1)}} \mathbf{v}_{\sigma(P+1)} \mathbf{v}_{\sigma(P+1)}^H + \frac{1}{\lambda_{\sigma(P+2)}} \mathbf{v}_{\sigma(P+2)} \mathbf{v}_{\sigma(P+2)}^H + \cdots + \frac{1}{\lambda_{\sigma N}} \mathbf{v}_{\sigma N} \mathbf{v}_{\sigma N}^H \right) \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \quad (11) \end{aligned}$$

2.4 本文方法提出

由上述分析可知:样本污染且快拍数有限情况下,期望信号和噪声对应的特征值及分别对应的特征矢量扰动参与了自适应权值的计算,造成波束形成畸变,导致输出 SINR 下降,收敛速度变慢。那么可以考虑先估计出小特征值的收敛值,对期望信号和噪声对应的特征值分别加一个修正值,让其全部等于估计的收敛值。实际上是对采样协方差矩阵进行扰动,扰动后的采样协方差矩阵的干扰对应的特征值不变,而期望信号和噪声对应的特征值则等于估计的收敛值,这样就减弱了样本污染带来的后果,改善采样协方差矩阵的收敛性,大大减弱了期望信号和色噪声对波束形成的影响。用扰动后的采样协方差矩阵计算权值,从而提高了波束形成的性能和稳健性。

根据大数定律及中心极限定理可知,噪声对应的小特征值的收敛值 λ'_σ 可以用小特征值的均值去估计:

$$\lambda'_\sigma = \frac{\lambda_{\sigma(P+2)} + \cdots + \lambda_{\sigma N}}{N-1-P} \quad (12)$$

扰动后的采样协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{R}}'_X &= \sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + (\lambda_{\sigma(P+1)} + \lambda'_\sigma - \lambda_{\sigma(P+1)}) \mathbf{v}_{P+1} \mathbf{v}_{P+1}^H \\ &\quad + (\lambda_{\sigma(P+2)} + \lambda'_\sigma - \lambda_{\sigma(P+2)}) \mathbf{v}_{P+2} \mathbf{v}_{P+2}^H + \cdots \\ &\quad + (\lambda_{\sigma N} + \lambda'_\sigma - \lambda_{\sigma N}) \mathbf{v}_N \mathbf{v}_N^H \\ &= \sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \lambda'_\sigma \mathbf{v}_{P+1} \mathbf{v}_{P+1}^H + \lambda'_\sigma \mathbf{v}_{P+2} \mathbf{v}_{P+2}^H + \cdots + \lambda'_\sigma \mathbf{v}_N \mathbf{v}_N^H \\ &= \sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \lambda'_\sigma \mathbf{v}_{P+1} \mathbf{v}_{P+1}^H + \lambda'_\sigma \sum_{i=P+2}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \\ &= \sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \lambda'_\sigma \sum_{i=P+1}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (13) \end{aligned}$$

将式(13)代入式(3)可得最优权值:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}'_{\text{opt}} &= \mu \widehat{\mathbf{R}}'_X \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &= \mu \left(\sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \lambda'_\sigma \sum_{i=P+1}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right)^{-1} \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &= \mu \left(\sum_{i=1}^P \lambda_i^{-1} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \frac{1}{\lambda'_\sigma} \sum_{i=P+1}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right) \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &= \mu \left(\frac{1}{\lambda'_\sigma} \mathbf{I} - \sum_{i=1}^P \frac{\lambda_i - \lambda'_\sigma}{\lambda_i \lambda'_\sigma} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right) \mathbf{a}(\theta_{P+1}) \\ &= \frac{\mu}{\lambda'_\sigma} \left[\mathbf{a}(\theta_{P+1}) - \sum_{i=1}^P \frac{\lambda_i - \lambda'_\sigma}{\lambda_i \lambda'_\sigma} \mathbf{v}_i (\mathbf{v}_i^H \mathbf{a}(\theta_{P+1})) \right] \quad (14) \end{aligned}$$

其中干扰对应 $\widehat{\mathbf{R}}'_X$ 的大特征值 λ_i ,式(14)中的 $\frac{\lambda_i - \lambda'_\sigma}{\lambda_i \lambda'_\sigma}$ 接近

1,干扰信号几乎完全被消除,在干扰方向形成零陷。信号对应的特征值及特征矢量没有参与自适应权值的计算,完全避免了式(6)中出现的在期望信号方向形成零陷。只有干扰对应的 P 个大特征值及对应的特征矢量参与权值的计算,而 $N-P$ 个小特征值及对应的特征矢量对 \mathbf{w}'_{opt} 没有贡献,完全避免了式(11)中小特征值及对应的特征矢量扰动参与自适应权值的计算,从而提高了自适应波束性能和稳健性。

本文的算法可归纳为

(1)对采样协方差矩阵进行特征值分解: $\widehat{\mathbf{R}}_X = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H$

其中 $\lambda_1 \cdots \lambda_P$ 为干扰对应的特征值, λ_{P+1} 为信号对应的特征值, $\lambda_{\sigma(P+1)} \cdots \lambda_{\sigma N}$ 为噪声对应的小特征值;

(2)计算 $\lambda'_\sigma = \frac{(\lambda_{\sigma(P+1)} + \cdots + \lambda_{\sigma N})}{N-1-P}$ 作为噪声对应的特征值的收敛值的估计值;

(3)令 $\mathbf{x} = [\lambda'_\sigma - \lambda_{\sigma(P+1)}, \cdots, \lambda'_\sigma - \lambda_{\sigma N}]$ 作为对小特征值的修正值, $\mathbf{x}' = [0_1, \cdots, 0_P, \lambda'_\sigma - \lambda_{\sigma(P+1)}, \cdots, \lambda'_\sigma - \lambda_{\sigma N}]$ 作为对所有特征值的修正值;

(4)重新计算 $\widehat{\mathbf{R}}'_X = \sum_{i=1}^N (\lambda_i + x'_i) \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H$ 作为扰动后的采样协方差矩阵,其中 $\lambda_1 \cdots \lambda_P$ 为干扰对应的大特征值, $\lambda'_{\sigma(P+1)} = \lambda'_\sigma$ 为信号对应的特征值, $\lambda'_{\sigma(P+2)} = \cdots = \lambda'_{\sigma N} = \lambda'_\sigma$ 为噪声对应的小特征值;

(5)计算 $\mathbf{w}'_{\text{opt}} = \mu \widehat{\mathbf{R}}'^{-1}_X \mathbf{a}(\theta_{P+1})$ 作为最优权。

3 计算机仿真试验和性能分析

试验1:以22阵元半波长等距线阵(U LA)为例,期望信号方向在 -20° ,信噪比为 $\text{SNR}=10\text{dB}$,两个不相关干扰信号在 0° 和 20° 方向,干噪比均为 $\text{INR}=40\text{dB}$,且期望信号、干扰和噪声之间互不相关,快拍数 $K=40$ 。

图1为SMI方法波束形成方向图,由于样本污染且快拍数较小,波束形成严重畸变,波束形成性能很差,表现为在期望信号方向上形成较深的零陷,旁瓣较高,对干扰的零陷变浅;图2为本文所提方法波束形成的方向图则具有良好的保形作用,稳健性较好,不仅对干扰有较好的抑制能力,而且具有良好的主副瓣性能(副瓣已经基本收敛于 -13.4dB)。

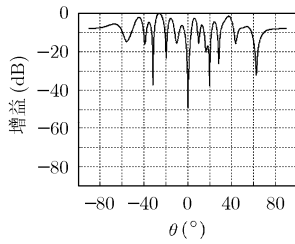


图 1 SMI 方向图

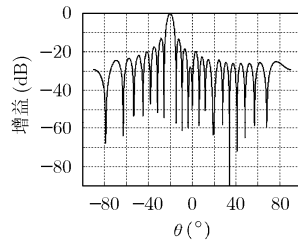


图 2 本文方法方向图

试验 2: 以 22 阵元半波长等距线阵(U LA)为例, 期望信号方向在 -20° , 信噪比为 $\text{SNR}=10\text{dB}$, 两个干扰信号在 0° 和 20° 方向, 干噪比均为 $\text{INR}=50\text{dB}$, 且期望信号、干扰和噪声之间互不相关, 通过 10 次 Monte Carlo 试验。

图 3 为输出 SINR 随快拍数的变化, SMI 方法由于样本污染且快拍数据有限, 在期望信号方向形成零陷, 对干扰抑制能力变差, 需要较多的快拍数据才逐渐收敛于较低的正 SINR; 本文则克服了上述现象, 输出 SINR 比 SMI 高, 且收敛速度较快(在 $K=150$ 基本收敛)。

试验 3: 以 22 阵元半波长等距线阵(U LA)为例, 期望信号方向在 -20° , 两个干扰信号在 0° 和 20° 方向, 干噪比均为 $\text{INR}=50\text{dB}$, 且期望信号、干扰和噪声之间互不相关, 快拍数 $K=40$, 通过 10 次 Monte Carlo 试验。

图 4 为输出 SINR 随 SNR 的变化, 由于样本污染且快拍数较小, 随着 SNR 的增大, SMI 方法的在期望方向信号相消愈加严重, 导致输出 SINR 严重下降; 而本文方法由于克服了上述现象, 输出 SINR 与 SNR 有非常良好的线性关系。

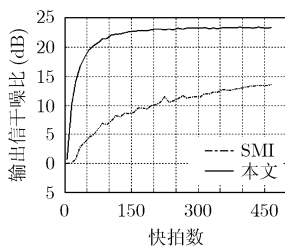


图 3 输出 SINR 随快拍数的变化

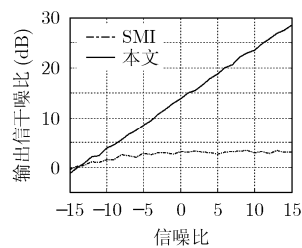


图 4 输出 SINR 随 SNR 的变化

4 结束语

样本污染情况下, 期望信号对应的特征值及特征矢量扰动参与自适应权值的计算, 引起期望信号相消, 导致输出 SINR 严重下降; 快拍数有限情况下, 等效增加了信号、干

扰与噪声之间以及它们相互间的相关性, 假设的白噪声表现为色噪声, 噪声对应的小特征值及特征矢量扰动参与了自适应权值的计算, 从而加剧了自适应波束形成畸变。针对上述状况, 本文从采样协方差矩阵特征值分析出发, 提出了一种自适应对其修正的方法, 相当于对采样协方差矩阵进行扰动, 克服了信号相消和色噪声的影响, 从而提高了波束形成的性能和稳健性。同时可以看出本文必需要求信号、干扰和噪声的功率有一定的差别, 即能够分辨出各自对应的特征值, 否则本文方法将失效, 这也是本文方法的局限所在。

参考文献

- [1] Veen B D V and Buckley K M. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering [J]. *IEEE Aerosp Electron Syst Mag*, 1987, (5): 4-24.
- [2] Monzingo R A and Miler T W. Introduction to Adaptive Arrays. John Wiley and Sons Inc., 1980. Part Thrid: The Adaptive Linear Combinar.
- [3] Godara L G. Error analysis of the optimal antenna array processors. *IEEE Trans. on AE*, 1986, 22(3): 395-409.
- [4] Kelly E J. Adaptive detection in nonstationary interference [A]. Part Thrid [R], Technical Report 761 [C]. American: MIT Lincon Laboratory, 1987.
- [5] Zhang Linrang, Liao Guisheng, and Luo Feng. Adaptive Beamforming Via Finite Snapshots [J]. *Journal of Xidian University*, 2000, 27(5): 542-545.
- [6] Zhang Linrang, Liao Guisheng, and Bao Zheng. Robust adaptive beamforming via projection pretransformation. *Journal of China Institute of Communications*, 1998, 19(11): 12-17.
- [7] 龚耀寰. 自适应滤波——时域自适应滤波和智能天线[M]. 第 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2003: 101-103.
- [8] Gerlach K. Adaptive array transient sidelobe levels and re-middies [I]. *IEEE Trans. on AES*, 1990, 26(5): 560-568.

刘桂瑜: 男, 1982 年生, 硕士生, 从事阵列信号处理、雷达信号处理等方面的研究。

廖桂生: 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会高级会员, IEEE 会员, 获部委科技进步一等和二等奖多次, 主要从事统计信号处理、智能天线和子波变换在雷达、通信中的应用研究。

陶海红: 女, 1976 年生, 副教授, 主要研究方向为雷达信号与信息处理及智能方法在信号处理上的应用。