

# 基于向量序列谐波恢复的缓时变频率选择性 MIMO 无线信道的估计方法

张唯炯 周希朗 徐昌庆  
(上海交通大学电子工程系 上海 200030)

**摘要:** 该文研究缓时变频率选择性 MIMO 无线信道谐波拟合模型参数的估计问题, 提出基于向量序列谐波恢复及非线性约束最小二乘法的非盲信道估计方法。与以往采用 chirp 序列作为训练信号的方法不同, 该文采用全 1 序列作为训练信号。仿真结果表明, 与采用 chirp 序列作为训练信号的方法相比, 此方法的训练信号容易获得, 并且在相同信噪比条件下具有更好的估计精度。

**关键词:** MIMO 技术; 信道估计; 缓时变频率选择性信道; 谐波恢复

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)01-0009-04

## The Estimation of Slow Time-Varying Frequency-Selective MIMO Wireless Channel Based on Harmonic Retrieval of Vector Sequence

Zhang Wei-jiong Zhou Xi-lang Xu Chang-qing  
(Dept. of Electronic Eng., Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai 200030, China)

**Abstract:** This paper studies the estimation of slow time-varying frequency-selective MIMO wireless channel, which is described by the parameter of harmonic fitting model and presents a method of channel estimation based on harmonic retrieval of vector sequence and LS method with nonlinear constraints using training sequence. The method applied in this paper uses the identic sequence instead of chirp sequence. The simulation shows that this method has more simple training sequence and better estimation performance with same SNR in contrast to the method applying chirp sequence as training signals.

**Key words:** MIMO; Channel estimation; Slow time-varying frequency-selective wireless channel; Harmonic retrieval

### 1 引言

对于 MIMO 无线通信系统的信号处理而言, 信道估计是最为关键的领域之一, 这是因为 MIMO 系统的许多关键技术都涉及信道的信息。例如, MIMO 系统使用空时编码技术来优化空间分集以改善功率效益, 这就需要空时译码器估计信道信息。再例如, 若发射端能通过接收机的反馈来获知信道信息, 则可通过注水功率分配来优化系统的传输性能。

现实中的无线通信信道一般可看作线性时变系统。与非参数估计相比, 参数化信道估计由于待估变量数目较少, 因而计算成本大为下降, 估计精度也有所提高, 所以得到了更广泛的应用。对于缓时变频率选择性无线信道, 文献[1]建立了谐波拟合模型, 而文献[2, 3]则提出了基于 chirp 训练信号的谐波拟合信道模型估计方法。对于快时变频率选择性无线信道, 文献[4]建立了基扩展模型, 文献[5]提出了基于一阶矩和循环统计量的基扩展信道模型估计方法。这些都是常用的参数化信道估计方法。

本文研究缓时变频率选择性 MIMO 无线信道的谐波拟合模型参数的估计问题, 提出基于向量序列谐波恢复及非线

性约束最小二乘法的非盲信道估计方法。与文献[2,3]提出的基于 chirp 训练信号的估计方法相比, 此方法中采用的全 1 训练信号较易获得, 并且在相同信噪比条件下具有更好的估计性能。与文献[4,5]提出的基扩展模型信道估计方法相比, 这种方法具有更少的待估参数。

### 2 系统模型

在无线通信系统中, 时间频率双选择信道若是缓时变的, 则信道冲激响应可用一系列复谐波的叠加来建模, 此即谐波拟合时变信道模型。

将缓时变频率选择性信道的冲激响应<sup>[1]</sup>:  $h(t, \tau) = \sum_{q=1}^Q \alpha_q e^{j2\pi f_q t} \delta(\tau - \tau_q)$  代入 SISO 时变信道的输出, 忽略发送和接收滤波器的影响, 并在接收端以周期  $T_s$  采样, 得到简化的系统离散时间模型为

$$x(n) = \sum_{q=1}^Q \alpha_q e^{j\omega_q n} s(n - \bar{\tau}_q) + v(n) \quad (1)$$

其中  $Q$  为等效多径的数目,  $\alpha_q, \omega_q, \bar{\tau}_q$  分别为第  $q$  条路径的复增益, 对采样周期归一化的拟合频率和对采样周期归一化的时延。

将 SISO 模型直接推广到 MIMO 系统是较为困难的。由

于假设各子信道空间不相关,这里先以 SISO 信道模型为基础建立 SIMO 信道模型,而 MIMO 信道模型则为 SIMO 信道模型的叠加<sup>[5]</sup>。对于具有  $N_t$  个发射天线,  $N_r$  个接收天线的缓时变频率选择性 MIMO 信道而言,其输入输出关系可用信道的谐波拟合模型表示如下

$$\mathbf{x}(n) = \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{q=1}^{Q_k} \mathbf{h}_{qk} e^{j\omega_{qk}n} s_k(n - \bar{\tau}_{qk}) + \mathbf{v}(n) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{x}(n) \in C^{N_r \times 1}$  为接收信号向量,  $\mathbf{h}_{qk} = [\alpha_{qk}^{(1)}, \alpha_{qk}^{(2)}, \dots, \alpha_{qk}^{(N_r)}]^T$  为第  $k$  个发射天线到所有接收天线间的第  $q$  条径的信道冲激响应的复增益向量,  $s_k(n)$  为第  $k$  个发射天线上的发射信号,  $\omega_{qk}, \bar{\tau}_{qk}$  分别为对采样频率归一化的角频率和时延,  $Q_k$  为第  $k$  个发射天线到所有接收天线间的多径数,  $\mathbf{v}(n) \in C^{N_r \times 1}$  为与发射信号无关的平稳白噪声。上述建模方法要求:对任意的  $q, k$ ,  $\omega_{qk}$  各不相同,即不发生谐波归并的情况,因为出现  $\omega_{qk}$  恰好相同的情况是一个小概率事件。

### 3 信道估计

具体的系统框图如图 1 所示。

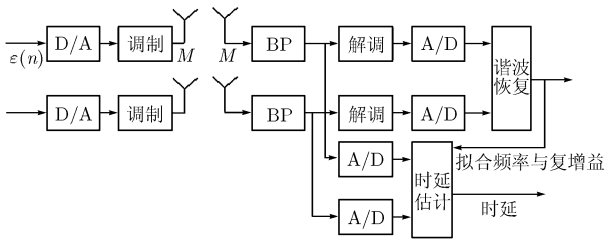


图 1 系统框图

按照图 1 所示,在发送信息序列前先在各发射端同时发送一全 1 的训练序列,将此训练序列依次通过 D/A 转换和调制器后再送往发射天线。接收端则依据接收信号向量进行信道估计。由于训练序列只用作信道估计,不承载有用信息,因此接收端对其无须加以分离。信道估计具体分两步进行。(1)复基带信号处理:将带通接收信号进行解调并采样得到离散复基带信号,以此信号作为观测数据进行谐波恢复以估计信道拟合角频率和复增益向量。(2)带通信号处理:对带通接收信号直接采样得到离散带通信号,结合第(1)步中获得的信道拟合角频率和复增益向量的估计值,采用约束 LS 方法估计信道的多径时延。以下分别予以说明。

#### 3.1 拟合角频率和复增益向量的基于谐波恢复的估计算法

假设事先已知最大时延扩展  $\tau_{\max}$ ,则当  $n \geq n_0 > \lceil \tau_{\max} / T_s \rceil$  时,若发射端发送的训练序列是全 1 序列则接收信号不受时延的影响,此时有

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(n) &= \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{q=1}^{Q_k} \mathbf{h}_{qk} e^{j\omega_{qk}n} + \mathbf{v}(n) \\ &= \sum_{m=1}^M \mathbf{h}_m e^{j\omega_m n} + \mathbf{v}(n) = \mathbf{H}\mathbf{e}(n) + \mathbf{v}(n) \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $M = \sum_{k=1}^{N_t} Q_k$ ,  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_M]$ ,  $\mathbf{e} = [e^{j\omega_1 n}, \dots, e^{j\omega_M n}]^T$ 。于是信道估计转化为根据已有观测值,对信道的拟合角频率和复增益进行估计的问题。

首先,得到一系列与拟合角频率的排列次序无关的观测向量值

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{x}(n + n_0), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

依次取观测向量  $\mathbf{y}(n)$  的各个分量并以此为基础用扩展的 Prony 法进行谐波恢复,得到  $M$  个按采样周期归一化的拟合角频率  $\omega_1, \dots, \omega_M$ 。

以  $\mathbf{y}(n)$  的第  $r$  个分量  $y_r(n)$  为例,拟合角频率的估计方法如下<sup>[6]</sup>:设定扩展阶  $p_e, p_e > M \geq p_r, r = 1, \dots, N_r$ ,其中  $p_r$  为接收信号的第  $r$  个分量所含的谐波数。计算样本函数:

$$r(i, j) = \sum_{n=p_e}^{N-1} y_r(n-j) y_r^*(n-i), \quad i, j = 0, 1, \dots, p_e \quad (5)$$

并将此样本函数排成如下矩阵:

$$\mathbf{R}_e = \begin{bmatrix} r(1,0) & r(1,1) & \dots & r(1,p_e) \\ r(2,0) & r(2,1) & \dots & r(2,p_e) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(p_e,0) & r(p_e,1) & \dots & r(p_e,p_e) \end{bmatrix} \quad (6)$$

对式(6)进行奇异值分解并取出  $\mathbf{R}_e$  的最大的  $p_r$  个奇异值,排成矩阵  $\Sigma_{p_r}$ ,则  $\mathbf{R}_e$  的最佳逼近为

$$\hat{\mathbf{R}}_e = \mathbf{U} \Sigma_{p_r} \mathbf{V}^H \quad (7)$$

定义  $(p_r + 1) \times (p_r + 1)$  维矩阵

$$\mathbf{S}^{(p_r)} = \sum_{i=1}^{p_e+1-p_r} \hat{\mathbf{R}}_e^H(i:p_r+i) \hat{\mathbf{R}}_e(i:p_r+i) \quad (8)$$

其中  $\hat{\mathbf{R}}_e(i:p_r+i)$  为由  $\hat{\mathbf{R}}_e$  的第  $i$  列到第  $p_r+i$  列组成的子矩阵。于是特征多项式  $1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{p_r} z^{-p_r} = 0$  的系数  $a_1, \dots, a_{p_r}$  的总体最小二乘估计由下式给出

$$\hat{a}_i = S^{-(p_r)}(i+1,1) / S^{-(p_r)}(1,1), \quad i = 1, \dots, p_r \quad (9)$$

将  $\{\hat{a}_i\}$  代入特征多项式即可解得特征根  $z_1, \dots, z_{p_r}$ 。于是归一化的拟合角频率的估计值由下式给出

$$\hat{\omega}_i = \arctan[\text{Im}(z_i) / \text{Re}(z_i)], \quad i = 1, \dots, p_r \quad (10)$$

将上述步骤重复  $N_r$  次,得到  $N_r$  个拟合角频率的集合。最终的拟合角频率集取这  $N_r$  个集合的并集。

得到归一化的拟合角频率后,可进一步估计复增益  $\mathbf{h}_m, m = 1, \dots, M$ 。以下推导一种紧凑的估计信道冲激响应的复增益向量的算法:为表述方便,假设观测向量的每个分量序列所含的谐波数均为  $M$  个。即对任意的  $m$ ,  $\mathbf{h}_m$  没有零分量。为减小误差,令  $\hat{\mathbf{x}}(n_0) = \mathbf{x}(n_0), \dots, \hat{\mathbf{x}}(n_0 + M - 1) = \mathbf{x}(n_0 + M - 1)$ ,并以此为初始值进行递推,得到一近似序列:

$$\hat{\mathbf{x}}(n) = -\sum_{i=1}^M \hat{a}_i \hat{\mathbf{x}}(n-i), \quad n = n_0 + M, \dots, n_0 + N-1 \quad (11)$$

对此近似序列进行重排,构造如下堆栈序列

$$[\hat{\mathbf{x}}_1(n_0), \dots, \hat{\mathbf{x}}_1(n_0 + N-1), \dots, \hat{\mathbf{x}}_{N_r}(n_0), \dots, \hat{\mathbf{x}}_{N_r}(n_0 + N-1)]^T \quad (12)$$

其与  $\hat{\mathbf{h}}_m$  的关系为

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1(n_0) \\ \vdots \\ \hat{x}_1 T \\ \vdots \\ \hat{x}_{N_r}(n_0) \\ \vdots \\ \hat{x}_{N_r} T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\hat{\omega}_1 n_0} & \dots & e^{j\hat{\omega}_M n_0} & & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \\ e^{j\hat{\omega}_1 T} & \dots & e^{j\hat{\omega}_M T} & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & e^{j\hat{\omega}_1 n_0} & \dots & e^{j\hat{\omega}_M n_0} \\ \vdots & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & & & & e^{j\hat{\omega}_1 T} & \dots & e^{j\hat{\omega}_M T} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_1^{(1)} \\ \vdots \\ h_M^{(1)} \\ \vdots \\ h_1^{(N_r)} \\ \vdots \\ h_M^{(N_r)} \end{bmatrix} + \mathbf{v}' = \mathbf{X} = \left( \bigoplus_{r=1}^{N_r} \mathbf{E}_r \right) \mathbf{h} + \mathbf{v}' \quad (13)$$

其中  $T=n_0+N-1$ ， $\mathbf{E}_r$  为 Vandermonde 矩阵

$$\begin{bmatrix} e^{j\hat{\omega}_1 n_0} & \dots & e^{j\hat{\omega}_M n_0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j\hat{\omega}_1(n_0+N-1)} & \dots & e^{j\hat{\omega}_M(n_0+N-1)} \end{bmatrix}。由 Vandermonde 阵的性质，可$$

知当观测值的数目  $N \geq M = \sum_{k=1}^{N_r} Q_k$  时， $\mathbf{E}_r$  列满秩，即

$$\text{rank}(\mathbf{E}_r) = M。由于 \text{rank}\left(\bigoplus_{r=1}^{N_r} \mathbf{E}_r\right) = \sum_{r=1}^{N_r} \text{rank}(\mathbf{E}_r) = N_r M，$$

所以  $\bigoplus_{r=1}^{N_r} \mathbf{E}_r$  也是列满秩的。因此， $\mathbf{h}$  有最小二乘估计：

$$\hat{\mathbf{h}} = \left( \bigoplus_{r=1}^{N_r} \mathbf{E}_r \right)^+ \mathbf{X} \quad (14)$$

其中  $(\bullet)^+$  为伪逆。将  $\hat{\mathbf{h}}$  重排即可得到  $\hat{\mathbf{h}}_m, m=1, \dots, M$ 。

在某些情况下，加性噪声会严重影响特征根  $z_i$  的估计精度，使得信道复增益的估计具有较大的误差。

### 3.2 时延估计

未经解调的接收信号由下式给出

$$\hat{\mathbf{x}}'(n) = \sum_{m=1}^M \mathbf{h}_m e^{j\omega_m n} e^{j\omega_0(n-\bar{\tau}_m)} + \mathbf{v}'(n) = \mathbf{H}'(n) \mathbf{e}' + \mathbf{v}'(n), \quad n \geq n_0 \quad (15)$$

其中  $\mathbf{e}' = [e^{-j\omega_0 \bar{\tau}_1}, \dots, e^{-j\omega_0 \bar{\tau}_M}]^T$ ， $\mathbf{H}'(n) = [\mathbf{h}_1 e^{j(\omega_1 + \omega_0)n}, \dots, \mathbf{h}_M e^{j(\omega_M + \omega_0)n}]$ ， $\mathbf{v}'(n) \in C^{N_r \times 1}$  为与接收信号无关的白噪声向量， $\bar{\tau}_1, \dots, \bar{\tau}_M$  为按采样周期归一化的时延， $\omega_0$  为按采样周期归一化的载波角频率。为避免出现相位模糊，假设  $\omega_0 \bar{\tau}_m \leq 2\pi, \forall m$ 。

对上述接收信号进行积累，得到如下堆栈向量：

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}'(n_0) \\ \vdots \\ \mathbf{x}' T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}'(n_0) \\ \vdots \\ \mathbf{H}' T \end{bmatrix} \mathbf{e}' + \begin{bmatrix} \mathbf{n}'(n_0) \\ \vdots \\ \mathbf{n}' T \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{e}' + \tilde{\mathbf{N}} \quad (16)$$

式中  $T=n_0+N-1$ 。于是待最小化的代价函数如下式所示

$$\varepsilon(\mathbf{e}') = \|\bar{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{e}'\|^2 \quad (17)$$

其中  $\tilde{\mathbf{H}}$  中的  $\mathbf{h}_m$  和  $\omega_m$  用  $\hat{\mathbf{h}}_m$  和  $\hat{\omega}_m$  代替。注意在求上述代价函数最小值的过程中应加上如下约束： $e'_m e_m'^* = 1, m=1, 2, \dots, M$ ，即  $\mathbf{e}'$  的每个分量在复平面中均位于单位圆上。这是一个非线性约束条件下的最小二乘问题，可用 Lagrange 乘子法求解。

上述最优化问题虽具有类似 LS 问题的形式，但由于有非线性约束，因而与 LS 问题有一定的区别。令式(17)的 Lagrange 函数为

$$L(\mathbf{e}', \lambda_1, \dots, \lambda_M) = \|\bar{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{e}'\|^2 + \sum_{m=1}^M \lambda_m (e'_m e_m'^* - 1) \quad (18)$$

令  $\partial L / \partial \mathbf{e}' = 0$ ，得到如下关系：

$$(\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}} + \mathbf{A}) \mathbf{e}' = \tilde{\mathbf{H}}^H \bar{\mathbf{X}} \quad (19)$$

其中  $\mathbf{A} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_M)$ 。

对普通 LS 问题而言， $\tilde{\mathbf{H}}$  应为高矩阵且列满秩，否则无解。但由式(19)可见，这里即便  $\tilde{\mathbf{H}}$  不满足列满秩时也可能存在 LS 解，只要  $(\tilde{\mathbf{H}}^H \tilde{\mathbf{H}} + \mathbf{A})$  可逆就行了。但一般仍令高矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}$  各列线性无关。另外，噪声对估计性能也有影响，这在仿真实验中有所体现。

## 4 仿真结果与分析

设发射天线数  $N_t = 2$ ，接收天线数  $N_r = 4$ ，采样周期为  $T_s = 10^{-6}$  s，归一化调制角频率为  $\omega_0 = 10^2$ ， $n_0 = 10$ 。归一化拟合角频率  $\{\omega_m\}$  取在  $(0, 2\pi)$  上均匀分布的随机数，归一化多径时延  $\{\omega_0 \bar{\tau}_m\}$  取在  $(0.5, 5)$  上均匀分布的随机数，向量信道复增益  $\mathbf{h}_m$  的各分量服从零均值，每维方差为 0.5 的复高斯分布，信道噪声为空间和时间为白色的零均值复高斯过程。参数估计性能用均方误差  $\text{MSE} = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|^2$  表示，其中  $\mathbf{x}$  与  $\mathbf{x}_0$  分别表示为待估向量(或矩阵)的估计值和真值， $\|\bullet\|$  为向量(或矩阵)的 Frobenius 范数。

算法的估计性能与所用样本数的关系见图 2 所示。图中参数 fd, Hd, td, MSE 分别表示信道拟合频率，复增益矩阵，多径时延和均方误差。根据图 2，可以得到如下结论：(1)在相同信噪比条件下，信道拟合频率估计的均方误差随样本数的增加而下降。但当样本数超过 500 时，均方误差的下降明显变得平缓；(2)当信噪比较高时(如超过 15dB)，复增益矩阵和多径时延的均方误差随样本数的增加而下降，但变化十分平缓。(3)随着信噪比的上升，信道拟合频率，复增益矩阵和多径时延的估计性能均有所改善。

本算法与文献[2, 3]中基于 chirp 训练序列的算法的性能比较见图 3 所示。图中参数 fd, Hd, td, MSE 的意义同图 2，样本数取 100，均方误差是 10 次独立仿真实验结果的平均值。根据图 3，可以得到如下结论：(1)在相同样本数和相同信噪比的条件下，本算法的估计性能要优于基于 chirp 训练序列的算法。(2)两种算法的估计性能均随信噪比的上升而改善。

## 5 结束语

本文研究缓时变频率选择性无线信道的谐波拟合模型参数的估计问题，提出基于向量序列谐波恢复及非线性约束最小二乘法的非盲信道估计方法，推导了一种紧凑的估计信道冲激响应的复增益向量的算法。仿真结果表明，在较高信噪比的条件下(例如  $\text{SNR} \geq 15\text{dB}$ )，此信道估计方法具有较好的估计性能。与文献[2,3]提出的基于 chirp 训练序列的信

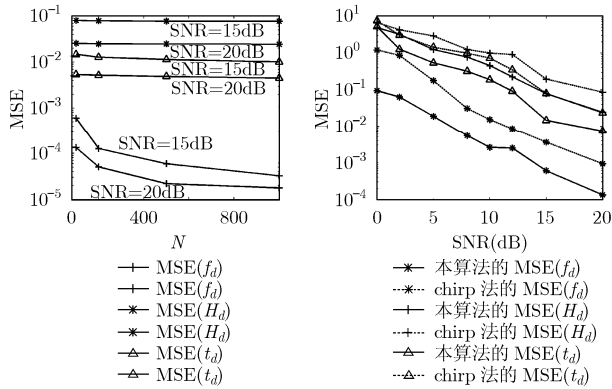


图 2 信道参数估计性能

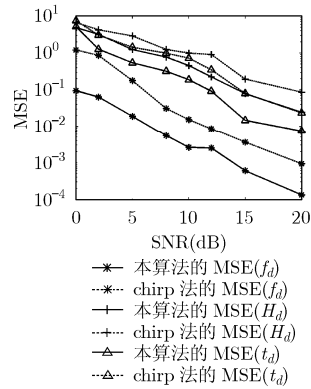


图 3 本算法与基于 chirp 训练序列的算法的性能比较

道估计算法相比, 本算法在相同样本数和相同信噪比的条件下具有更好的估计性能。

### 参 考 文 献

- [1] Crespo P M and Jimenez J. Computer simulation of radio channels using a harmonic decomposition technique [J]. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 1995, 44(3): 414-419.
- [2] Hao Shen and Papandreou-Suppappola A. Multipath diversity and channel estimation using time-varying chirps in CDMA

systems with unknown CSI[C]. *IEEE Workshop on Statistical Signal Processing*, Madison USA, Oct 2003, Vol.1: 335-338.

- [3] Barbarossa S and Swami A. Estimation of time-varying multipath channel parameters using chirp signals [C]. *IEEE International Symposium on Information Theory*, Washington D.C. USA, June 2001, Vol.6: 91-92.
- [4] Giannakis G B and Tepedelenlioglu C. Basis expansion models and diversity techniques for blind identification and equalization of time-varying channels [J]. *Proc. IEEE*, 1998, 86(10): 1969-1986.
- [5] Tao Jun and Yang Luxi. A first-order statistical method for time-variant MIMO channel estimation [C]. *IEEE Signal Processing Workshop on Advances in Wireless Communications*, Lisbon Portugal, 2004, Vol.5: 209-212.
- [6] 张贤达. 现代信号处理(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 119-125.

张唯炯: 男, 1979 年生, 博士生, 研究方向为多天线技术在无线通信中的应用。

周希朗: 男, 1952 年生, 教授, 研究方向为微波技术、多天线技术。

徐昌庆: 男, 1957 年生, 副教授, 研究方向为 MIMO-OFDM 系统的关键技术。