

## 基于中心差分的机动辐射源单站被动跟踪算法

杨争斌 郭福成 周一宇

(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘要:** 针对机动辐射源的单站被动跟踪问题, 结合中心差分滤波(central difference filter)方法, 该文提出了一种基于中心差分的交互多模型(IMM)机动目标跟踪算法, 无需计算基于 EKF(Extended Kalman Filter)方法所需的 Jacobian 矩阵, 易于实现。将传统 IMM 算法中协方差的传递改造为平方根滤波形式, 数值稳定性更好。将该算法应用到联合利用径向加速度和角度信息的单站定位系统, 与基于 EKF 的 IMM 算法和基于 UT(Unscented Transformation)的 IMM 算法仿真比较表明, 该文算法和基于 UT 的 IMM 算法性能相当, 比基于 EKF 的算法具有更高的跟踪精度。

**关键词:** 机动跟踪; 无源定位; 交互多模型; 中心差分; 平方根滤波

中图分类号: TN971

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)12-2871-05

## Central Difference Based Maneuvering Emitter Tracking with a Single Passive Observer

Yang Zheng-bin Guo Fu-cheng Zhou Yi-yu

(School of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** To tackle the problem of tracking a maneuvering emitter by a single passive observer, an algorithm of combining the Central Difference Filter(CDF) and Interacting Multiple-Model(IMM) method is proposed. The proposed algorithm is easy to implement due to no request of calculating the Jacobian matrix, and more numerical stable by rebuilding traditional IMM algorithm into square root form. The proposed algorithm is applied to single observer passive location by using radial acceleration and angle information. Computer simulation results show that the presented method has similar performance to UT based IMM, and better performance than EKF based IMM in tracking accuracy.

**Key words:** Maneuvering tracking; Passive location; Interacting multiple model; Central difference Kalman filter; Square root filter

### 1 引言

单站无源定位跟踪技术是近年来被广泛研究的一个热点问题<sup>[1,2]</sup>。文献[2]提出了基于质点运动学原理的单站无源测距方法, 之后文献[3-6]对此类方法进行了进一步研究。文献[3,4,6]根据运动学原理给出了利用径向加速度信息的单站无源定位跟踪方法, 但是以往该方法研究中, 一般假定目标是严格匀速运动, 实际上目标机动总是存在的, 因此研究机动辐射源的单站被动定位跟踪具有现实意义。

从单站无源机动跟踪算法来讲, 目前研究最多的依然是基于交互多模型(IMM)的跟踪方法。传统基于 EKF 的 IMM(Interacting Multiple-Model)方法<sup>[3,5]</sup>, 由于采用基于泰勒级数展开(TSE)的一阶线性化近似, 不仅估计精度差, 并且在卡尔曼递推过程中容易产生协方差矩阵的病态, 导致滤波发散。针对 EKF 的不足, 文献[7-9]用中心差分改善 EKF, 无需求解 Jacobian 矩阵, 甚至可以在非线性函数存在不可导

的奇异点时应用。基于二阶中心差分<sup>[8,9]</sup>的滤波方法在形式上和文献[10]提出的基于 UT(Unscented Transformation)的非线性估计方法非常类似, 只是对协方差矩阵的计算上有一定差别。文献[9]的仿真表明基于中心差分的方法可以得到和基于 UT 的 Kalman 滤波(UKF)相当或更好的滤波性能。

本文将二阶中心差分滤波器和 IMM 算法结合, 提出了一种无需求解 Jacobian 矩阵的新的机动跟踪算法, 并应用到联合径向加速度和角度的单站无源定位方法之中, 对机动辐射源跟踪问题进行了仿真, 最后给出了仿真结果。

### 2 系统模型

#### 2.1 状态模型

考虑二维情况, 定义  $k$  时刻目标  $T$  的状态  $\mathbf{x}_{tk} = [x_{tk}, y_{tk}, \dot{x}_{tk}, \dot{y}_{tk}, \ddot{x}_{tk}, \ddot{y}_{tk}]^T$ , 观测器  $O$  的状态  $\mathbf{x}_{ok} = [x_{ok}, y_{ok}, \dot{x}_{ok}, \dot{y}_{ok}, \ddot{x}_{ok}, \ddot{y}_{ok}]^T$ , 相对状态向量  $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{tk} - \mathbf{x}_{ok} = [x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \ddot{x}_k, \ddot{y}_k]^T$ , 辐射源和观测器的相对位置关系如图 1。

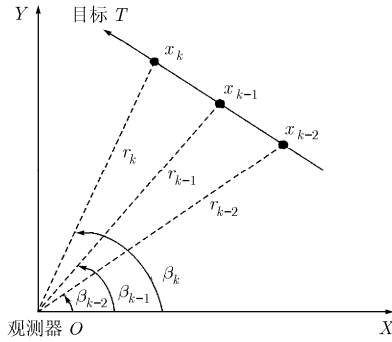


图1 辐射源目标和观测器相对位置关系

实际中辐射源可能机动,也可能不机动,用单个模型一般难以对复杂的目标运动进行描述。加扰动的 CV(Constant Velocity)模型<sup>[11]</sup>将加速度看作零均值随机噪声干扰,对于近似匀速运动辐射源可用此模型描述。Singer 模型<sup>[11]</sup>将加速度用色噪声描述机动加速度,这更加切合实际,并且通过修改 Singer 模型参数可以描述转弯和逃避等目标机动,因此可采用 Singer 模型描述目标机动。由于 CV 模型和 Singer 模型已被广泛应用,这里不再赘述。

为描述方便,记目标运动模型为

$$\mathbf{x}_{tk} = \Phi_{k|k-1}^j \mathbf{x}_{tk-1} + \mathbf{w}_k, \quad j = 1, 2 \quad (1)$$

其中  $\Phi_{k|k-1}^j$  为状态转移矩阵,  $\mathbf{Q}_k$  为状态噪声  $\mathbf{w}_k$  的协方差矩阵。当  $j = 1, 2$  时分别对应 CV 模型和 Singer 模型状态转移矩阵,相应  $\mathbf{w}_k$  分别为白噪声和一阶相关的色噪声。

为描述方便记

$$\mathbf{x}_{tk} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{tk}, \mathbf{w}_k) \quad (2)$$

## 2.2 测量模型

角度测量是无源定位系统中较容易得到测量参数,径向加速度的测量则可以通过测量目标来波到达时间或来波信号频率得到<sup>[6]</sup>。利用角度和径向加速度作为观测量,观测方程可写为

$$\mathbf{z}_k = [\beta_k, \dot{f}_c]^T + \mathbf{v}_k = [\arctg(y_k/x_k), \ddot{r}_k]^T + \mathbf{v}_k \quad (3)$$

其中  $\hat{f}_c$  为辐射源载频估计值,  $c$  为电磁波传播速度,  $\mathbf{v}_k$  为观测噪声,协方差矩阵为  $\mathbf{R}_k$ , 距离二阶导数

$$\ddot{r}_k = \ddot{x}_k \cos \beta_k + \ddot{y}_k \sin \beta_k + r_k \dot{\beta}_k^2 \quad (4)$$

其中  $\dot{\beta}_k = \frac{\dot{x}_k y_k - \dot{y}_k x_k}{x_k^2 + y_k^2}$ ,  $r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$ 。

由式(3)可以看出,观测方程是复杂的非线性函数,多普勒变化率观测实际反映的是距离的二阶导数。为描述方便记

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \quad (5)$$

## 3 基于中心差分的 IMM 机动跟踪算法

### 3.1 二阶多项式插值逼近及中心差分滤波

插值方法相比 TSE 的好处是不需要求导,是在期望点周围采用多个点逼近,并且高阶误差项可以由差分间隔控

制<sup>[8]</sup>,而 TSE 则是在单个点进行展开。利用基于二阶中心差分的多项式展开,在 Kalman 滤波框架下,就可以得到一种无需求解 Jacobian 矩阵的非线性滤波算法,通常称作 CDKF (Central Difference Kalman Filter),具体实现可见文献<sup>[8]</sup>。

### 3.2 基于 CDKF 的 IMM 算法及潜在问题

将 CDKF 算法和 IMM 算法<sup>[12]</sup>进行结合,是将传统基于 EKF 的 IMM 算法中并行的模型滤波器分别采用 CDKF 替换,其它主要步骤和一般 IMM 算法大致相同。

但是由于 CDKF 滤波过程中需要求解协方差矩阵的平方根,这一步骤需要协方差矩阵满足半正定性<sup>[8]</sup>。一种有效的方法就是直接采用平方根形式的滤波。平方根形式的 CDKF 滤波过程只传递状态方差矩阵的 Cholesky 分解因子,可以较好保证滤波计算的有效性(除了滤波初始化,不再需要进行协方差矩阵的 Cholesky 分解)和数值稳健性。然而,IMM 算法的输入交互步骤在每次滤波循环开始,都需要对滤波器进行重新初始化,即对模型滤波器的初始状态和协方差进行重新计算,如果不对传统的 IMM 方法的输入交互步骤进行改造,那么交互多模型算法每次循环开始的初始化仍需要进行 Cholesky 分解,并且输入交互步骤对状态协方差的运算可能导致状态协方差矩阵的半正定性不能保证,因此本文将传统 IMM 算法的输入交互步骤也改造成为对状态协方差阵的 Cholesky 因子更新形式,从而保持平方根 CDKF 的计算有效性和数值性稳定性。

### 3.3 基于 CDKF 的 IMM 算法的平方根滤波实现

假定存在  $N$  个模型,转移概率矩阵为  $\{\pi_{ij}, i, j = 1, \dots, N\}$ ,  $\mu_{k-1}^i$  表示第  $i$  个模型在  $k-1$  时刻的概率,  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$  和  $\mathbf{P}_{k-1}$  分别为  $k-1$  时刻的状态估计值和协方差,那么平方根形式 CDKF-IMM 的一次时间递推由以下步骤构成。

(1)输入交互 计算每个模型的初始状态和状态协方差的 Cholesky 因子

$$\mu_{k-1}^{ij} = \pi^{ij} \mu_{k-1}^i / \bar{c}^j, \quad \bar{c}^j = \sum_{i=1}^N \pi^{ij} \mu_{k-1}^i, \quad j = 1, \dots, N \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{0j} = \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^i \mu_{k-1}^{ij}, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (7)$$

$$\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k-1}}^{0j} = \mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k-1}}^j, \quad j = 1, \dots, N \quad (8)$$

对  $i = 1, \dots, N$ , 迭代计算

$$\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k-1}}^{0j} = \text{cholupdate} \left\{ \mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k-1}}^{0j}, \sqrt{\mu_{k-1}^{ij}} (\mathbf{x}_{k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{0j}), +1 \right\} \quad (9)$$

对  $i = 1, \dots, N; i \neq j$ , 迭代计算

$$\mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k-1}}^{0j} = \text{cholupdate} \left\{ \mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k-1}}^{0j}, \sqrt{\mu_{k-1}^{ij}} \mathbf{S}_{\mathbf{x}_{k-1}}^i, +1 \right\} \quad (10)$$

其中  $\text{cholupdate} \{ \mathbf{S}, \mathbf{u}, \pm 1 \}$  表示对 Cholesky 因子  $\mathbf{S}$  进行更新,也就是说,如果  $\mathbf{S}$  是矩阵  $\mathbf{P}$  的 Cholesky 分解因子,  $\mathbf{u}$  是用于更新的向量,那么更新之后的返回值  $\mathbf{S}_{\text{update}}$  就是矩阵  $(\mathbf{P} \pm \mathbf{u}\mathbf{u}^T)$  的 Cholesky 因子。

(2)模型滤波 对第  $j = 1, \dots, N$  个并行模型滤波器以  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{0j}$  和  $\mathbf{S}_{X_{k-1}}^{0j}$ ,  $\mathbf{Q}_k$ ,  $\mathbf{R}_k$  以及  $\mathbf{z}_k$  作为平方根 CDKF 的输入, 输出滤波值  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^j$ ,  $\mathbf{S}_{X_k}^j$  和  $\mathbf{S}_{Z_k}^j$ , 以及第  $j$  个模型的测量预测值  $\hat{\mathbf{z}}_{k,k-1}$ 。  $h$  表示 CDKF 的差分间隔。平方根 CDKF 主要包括时间更新和测量更新两个步骤, 如式(11)–式(18)。

(a)时间更新:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} &= \frac{h^2 - L_x - L_w}{h^2} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k) \\ &+ \frac{1}{2h^2} \sum_{i=1}^{L_x} \left[ \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{S}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}_k) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \mathbf{S}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}_k) \right] \\ &+ \frac{1}{2h^2} \sum_{i=1}^{L_w} \left[ \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k + \mathbf{S}_k^{w,i}) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k - \mathbf{S}_k^{w,i}) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{k,k-1}^x &= \text{qr} \left\{ \frac{1}{2h} \left[ \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{S}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}_k) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \mathbf{S}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}_k) \right]_{i=1:L_x}, \right. \\ &\frac{1}{2h} \left[ \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{S}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}_k) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \mathbf{S}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}_k) \right]_{i=1:L_w}, \\ &\frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h} \left[ \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{S}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}_k) \right. \\ &\left. + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \mathbf{S}_{k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{w}}_k) - 2\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k) \right]_{i=1:L_x}, \\ &\left. \frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h} \left[ \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k + \mathbf{S}_k^{w,i}) \right. \right. \\ &\left. \left. + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k - \mathbf{S}_k^{w,i}) - 2\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \bar{\mathbf{w}}_k) \right]_{i=1:L_w} \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{S}_{k-1}^{x,i} = h(\mathbf{S}_{X_{k-1}}^{0j})_i$ ,  $\mathbf{S}_k^{w,i} = h(\sqrt{\mathbf{Q}_k})_i$ ,  $\bar{\mathbf{w}}_k = E[\mathbf{w}_k]$ , 下标  $i$  表示矩阵第  $i$  列;  $L_x$ ,  $L_w$  分别表示状态和过程噪声维数,  $\text{qr}\{\cdot\}$  表示对大括弧中向量构成的矩阵进行 QR 分解, 输出为下三角矩阵。

(b)测量更新:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_{k,k-1} &= \frac{h^2 - L_x - L_v}{h^2} \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}, \bar{\mathbf{v}}_k) \\ &+ \frac{1}{2h^2} \sum_{i=1}^{L_x} \left[ \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} + \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} - \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) \right] \\ &+ \frac{1}{2h^2} \sum_{i=1}^{L_v} \left[ \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}, \bar{\mathbf{v}}_k + \mathbf{S}_k^{v,i}) + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}, \bar{\mathbf{v}}_k - \mathbf{S}_k^{v,i}) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{z_k} &= \text{qr} \left\{ \frac{1}{2h} \left[ \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} + \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} - \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) \right]_{i=1:L_x}, \right. \\ &\frac{1}{2h} \left[ \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} + \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} - \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) \right]_{i=1:L_v}, \\ &\frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h} \left[ \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} + \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) \right. \\ &\left. + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} - \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) - 2\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}, \bar{\mathbf{v}}_k) \right]_{i=1:L_x}, \\ &\frac{\sqrt{h^2 - 1}}{2h} \left[ \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}, \bar{\mathbf{v}}_k + \mathbf{S}_k^{v,i}) \right. \\ &\left. + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}, \bar{\mathbf{v}}_k - \mathbf{S}_k^{v,i}) - 2\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1}, \bar{\mathbf{v}}_k) \right]_{i=1:L_v} \right\} \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{x_k z_k} &= \frac{1}{2h} \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i} \\ &\cdot \left\{ \left[ \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} + \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} - \mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i}, \bar{\mathbf{v}}_k) \right]_{i=1:L_x} \right\}^T \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\mathbf{S}_{k,k-1}^{x,i} = h(\mathbf{S}_{k,k-1}^x)_i$ ,  $\mathbf{S}_k^{v,i} = h(\sqrt{\mathbf{R}_k})_i$ , 下标  $i$  表示矩阵第  $i$  列,  $\bar{\mathbf{v}}_k = E[\mathbf{v}_k]$ ;  $L_v$  表示测量噪声维数;  $\text{qr}\{\cdot\}$  表示对大括弧中向量构成的矩阵进行 QR 分解。

$$\text{滤波增益为} \quad \mathbf{K}_k = \left( \mathbf{P}_{x_k z_k} / \mathbf{S}_{z_k}^T \right) / \mathbf{S}_{z_k} \quad (16)$$

$$\text{估计输出为} \quad \hat{\mathbf{x}}_k^j = \hat{\mathbf{x}}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k,k-1}) \quad (17)$$

对  $i = 1, \dots, L_v$ , 迭代计算

$$\mathbf{S}_{x_k, k-1} = \text{cholupdate} \left\{ \mathbf{S}_{x_k, k-1}, \left( \mathbf{K}_k \mathbf{S}_{z_k} \right)_i, -1 \right\} \quad (18)$$

其中  $(\mathbf{K}_k \mathbf{S}_{z_k})_i$  表示  $\mathbf{K}_k \mathbf{S}_{z_k}$  的第  $i$  列, 最后取  $\mathbf{S}_{x_k}^i = \mathbf{S}_{x_k, k-1}$ 。

(3)模型概率更新 对于  $j = 1, \dots, N$  计算

(a)模型似然概率(假定滤波更新服从高斯分布):

$$\begin{aligned} A_k^j &= \left| \left( \mathbf{S}_{Z_k}^j \right)^T \mathbf{S}_{Z_k}^j \right|^{-1/2} \exp \left[ (-1/2) \mathbf{v}_k^{jT} \left( \mathbf{S}_{Z_k}^j \right)^T \mathbf{S}_{Z_k}^j \mathbf{v}_k^j \right], \\ &j = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (19)$$

其中  $\mathbf{v}_k^j = (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k,k-1})$ ;

(b)模型概率输出:

$$\mu_k^j = \frac{1}{c} A_k^j \sum_{i=1}^N \pi^{ij} \mu_{k-1}^i = \frac{1}{c} A_k^j \bar{c}^j, \quad j = 1, \dots, N \quad (20)$$

(4)交互输出

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \sum_{j=1}^N \hat{\mathbf{x}}_k^j \mu_k^j, \quad j = 1, \dots, N, \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_k^j = \left( \mathbf{S}_{X_k}^j \right)^T \mathbf{S}_{X_k}^j, \quad j = 1, \dots, N \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = \sum_{j=1}^N \mu_k^j \left\{ \mathbf{P}_k^j + [\hat{\mathbf{x}}_k^j - \hat{\mathbf{x}}_k] [\hat{\mathbf{x}}_k^j - \hat{\mathbf{x}}_k]^T \right\}, \quad j = 1, \dots, N \quad (23)$$

## 4 计算机仿真分析

### 4.1 仿真设计

为验证算法性能, 对本文基于 CDKF 的 IMM(CDKF-IMM)算法和传统基于 EKF 的 IMM(EKF-IMM)算法, 以及基于 UT 的 IMM(UKF-IMM)算法进行比较, 做如下仿真实验。辐射源运动轨迹如图 2 所示。辐射源从直角坐标为 (100km, 200km) 处沿  $X$  轴负方向以  $v_t = 300\text{m/s}$  的速度匀速运动 200s, 从  $t = 200\text{s}$  开始做典型的匀速转弯机动, 转弯角速度分别为  $\omega_t = \pi/30 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_t = \pi/60 \text{ rad/s}$ , 持续时间分别为 20s, 40s, 匀速转弯半径  $R_{ct}$  分别为 2.9km, 5.7km, 对应最大过载分别为 3.1g, 1.6g。完成转弯之后, 做匀速直线运动。观测器从原点开始沿  $X$  轴正方向以 300m/s 速度做匀速直线运动。

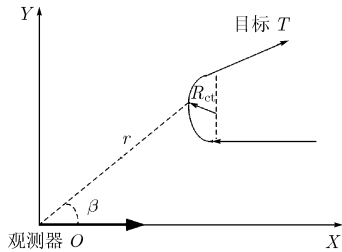


图2 仿真场景示意图

仿真中角度测量误差  $\sigma_\beta = 1^\circ$ ，角速度测量误差  $\sigma_{\dot{\beta}} = 0.1\text{m/s}^2$ 。观测器运动时位置误差  $\sigma_x = \sigma_y = 15\text{m}$ ，速度误差  $\sigma_{V_x} = \sigma_{V_y} = 0.1\text{m/s}$ 。观测采样周期为 1s，观测时间长度为 400s。IMM 算法采用加扰动的 CV 模型<sup>[11]</sup>和 Singer 模型<sup>[11]</sup>进行交互，初始模型概率均为 0.5，模型转移概率矩阵

$$P^{ij} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}。$$

仿真中滤波器初始化，假定目标距离搜索范围为 0~500km，目标速度范围假定为 -500~500m/s，初始分布假定为均匀分布，在此假定下可由概率论知识得到目标位置和速度的期望值以及相应协方差值作为滤波器初始条件。

评价无源定位跟踪效果的一个重要指标就是测距相对误差，定义为测距误差和真实距离的比值，即

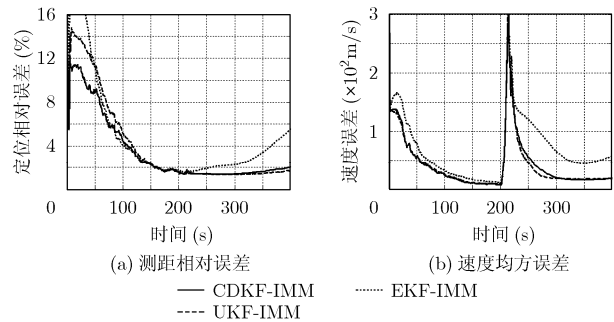
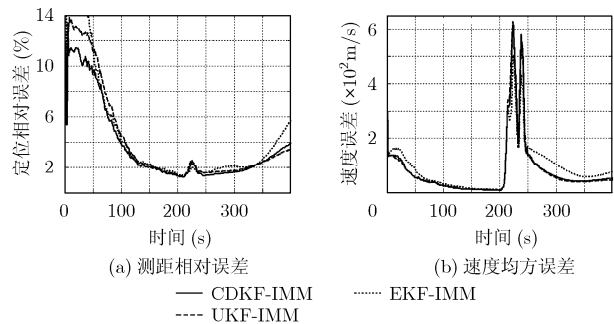
$$\frac{\delta r_k}{r_k} = \frac{\sqrt{(\hat{x}_k - x_k)^2 + (\hat{y}_k - y_k)^2}}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} \quad (24)$$

仿真中采用 50 次 Monte Carlo 仿真实验定位误差的统计平均值作为测距相对误差的输出。速度估计性能按照均方误差统计进行比较。

## 4.2 仿真结果

图 3 和图 4 给出了几种算法不同转弯机动强度下得到的测距相对误差曲线和速度的均方误差曲线。可以看出不同转弯机动强度下，机动发生之前，3 种算法测距相对误差收敛到 5% 以下的时间相差并不多，CDKF-IMM 的收敛速度稍微快一些。但是在机动发生之后，CDKF-IMM 和 UKF-IMM 的收敛误差明显小于 EKF-IMM (称明显小于是因为测距相对误差的定义中，测距误差所除的相对距离是大于 200km 的)。原因在于机动之后目标和观测器的相对运动关系发生变化，使得目标状态可观测度减弱，导致算法估计性能下降，而 CDKF-IMM 和 UKF-IMM 显然在这种情况下的估计性能更好一些。

从图 3 和图 4 的速度估计误差曲线可以看出不同转弯机动强度下，CDKF-IMM 和 UKF-IMM 的速度估计误差在机动发生前后，都小于 EKF-IMM，并且在机动较大时，这种差距更明显一些；在机动结束之后，CDKF-IMM 和 UKF-IMM 的速度估计误差可以较快恢复到较小误差水平。这说明 CDKF-IMM 和 UKF-IMM 的速度估计性能相当，都

图3 转弯角速度为  $\omega_t = \pi/30 \text{ rad/s}$  时的误差曲线图4 转弯角速度为  $\omega_t = \pi/60 \text{ rad/s}$  时的误差曲线

有比 EKF-IMM 更好的速度估计性能。

从算法的计算复杂度来看，尽管平方根滤波方法可以直接传递协方差矩阵的 Cholesky 分解因子，在改善滤波数值特性同时，一定程度上可以减少运算量，但是总体说来，其运算量仍然是  $O(L^3)$ ，并且随着状态维数  $L$  的增加其运算量增加是较多的。由表 1 可以看出，EKF-IMM 的运算量最小，CDKF-IMM 和 UKF-IMM 由于采用类似的确定性样点方法，且样点数目相同，在运算量上是相当的，都比 EKF-IMM 高出一个数量级。

表1 不同算法运算量比较

算法	EKF-IMM	UKF-IMM	CDKF-IMM
一次时间递推 平均所需时间(s)	6.625e-4	8.2e-3	8.3e-3

## 5 结束语

本文将基于多项式插值的 CDKF 方法和传统 IMM 算法结合，给出了一种新的无需求解 Jacobian 矩阵的机动目标跟踪算法。该算法不仅易于实现，而且由于采用平方根滤波形式，具有更好的数值特性。与 UKF-IMM，EKF-IMM 算法的仿真比较表明，和 UKF-IMM 算法估计性能相当，比 EKF-IMM 受机动影响更小、跟踪精度更高。

## 参 考 文 献

- [1] Becker K. Three-dimension target motion analysis using angle and frequency measurements. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(1): 284-301.
- [2] 孙仲康. 基于运动学原理的无源定位技术. 制导与引信, 2001, 22(1): 40-44.  
Sun Zhong-Kang. Passive positioning technology based on kinematics. *Guide and Fuze*, 2001, 22(1): 40-44.
- [3] 郭福成. 基于运动学原理的单站无源定位与跟踪关键技术研究. [博士学位论文], 长沙: 国防科技大学研究生院, 2002.  
Guo Fu-cheng. Research on key technology of kinetics based passive location by a single passive observer. [Ph.D. dissertation], Changsha: Graduate school of national university of defense technology, 2002.
- [4] 冯道旺, 李宗华, 周一宇. 一种单站无源定位方法及其可观测性分析. 国防科技大学学报, 2004, 26(1): 68-71.  
Feng Dao-wang, Li Zong-hua, and Zhou Yi-yu. A new single observer passive location and tracking technology and its observability analysis. *Journal of Dational University of Defense Technology*, 2004, 26(1): 68-71.
- [5] 郭福成, 孙仲康. 三维机动辐射源的单站无源跟踪算法. 现代雷达. 2005. 27(3): 5-8.  
Guo Fu-cheng and Sun Zhong-kang. Tracking algorithm of 3-D maneuvering emitter with a passive single observing station. *Modern Radar*, 2005, 27(3): 5-8.
- [6] 郭福成, 孙仲康. 基于离心加速度信息的单站无源测距定位方法. 宇航学报, 2005, 26(增刊): 55-58.  
Guo Fu-cheng and Sun Zhong-kang. Single observer passive ranging and location method using radial acceleration information. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(sup): 55-58.
- [7] Schei T S. A finite difference method for linearization in nonlinear estimation algorithms. *Automatica*, 1997, 33 (11): 2051-2058.
- [8] Norgaard M, Poulsen N K, and Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear system. *Automatica*. 2000, 36(11): 1627-1638.
- [9] Ito K and Xiong K. Gaussian filters for nonlinear filtering problems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2000, 45(5): 910-927.
- [10] Julier S J and Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation. *Proc. IEEE*, 2004, 92(3): 401-422.
- [11] Li X R and Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I: Dynamic models. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1333-1364.
- [12] Li X R and Jilkov V P. A survey of maneuvering target tracking. Part V: Multiple-model methods. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1255-1321.
- 杨争斌: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为无源定位、综合电子战系统与技术等.
- 郭福成: 男, 1975 年生, 副教授, 研究方向为现代雷达和通信中的信号处理技术、无源定位、电子对抗技术等.
- 周一宇: 男, 1948 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为综合电子战系统理论、信息战理论与效能评估、无源定位技术等.