

## 基于级数反演和数值计算的广义双基 SAR 距离徙动成像算法

李燕平 张振华 邢孟道 保铮

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 收发平台速度大小和方向均不相同的双基 SAR 是一种广义的双基 SAR, 具有广阔的应用前景。该文首先分析指出, 对于基线较长的广义双基 SAR, 很难简单地将其通过一定补偿而等效为单基 SAR 处理, 接着提出了一种基于级数反演和数值计算的广义双基 SAR 距离徙动算法, 最后采用该方法对仿真数据进行处理, 得到了良好的成像结果。理论分析和仿真结果表明, 该方法可有效应用于长基线、大斜视角的广义双基 SAR 成像。

**关键词:** 双基合成孔径雷达; 距离徙动算法; 雷达成像; 级数反演; 数值计算

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)12-2800-05

## A Novel Range Migration Algorithm for General Bistatic SAR Imaging Based on Series Reversion and Numerical Computation

Li Yan-ping Zhang Zhen-hua Xing Meng-dao Bao Zheng

(National Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** The bistatic configuration, when transmitter and receiver move along nonparallel tracks with unequal velocities, is called the general bistatic Synthetic Aperture Radar (SAR). This kind of bistatic SAR system has the potential for various applications. In this paper, it is shown that, for the general bistatic SAR with a long baseline, it is hard to convert the bistatic SAR data into a monostatic one for which the monostatic processor can be employed. Then, a Range Migration Algorithm (RMA) based on series reversion and numerical computation is presented. Finally, the accuracy of the proposed approach is verified with a simulation. The analysis and the simulation result show that this algorithm can be applied to the general bistatic case with a long baseline and a high squint angle.

**Key words:** Bistatic synthetic aperture radar; Range Migration Algorithm (RMA); Radar imaging; Series reversion; Numerical computation

### 1 引言

双基 SAR 在地物分类和识别、干涉测高、高分辨宽域成像等方面有广阔的应用前景<sup>[1, 2]</sup>, 根据收发平台速度矢量的关系, 可将双基 SAR 分为以下 4 类<sup>[3]</sup>: 相同轨道等速双基 SAR, 平行轨道等速双基 SAR, 非平行轨道等速双基 SAR, 非平行轨道非等速双基 SAR。其中第 4 类为广义的双基 SAR, 其余几类可看作是特殊情况。目前国内外提出的双基 SAR 成像算法大多数只适用于前两类<sup>[4-8]</sup>, 适用于后两类的很少<sup>[9-12]</sup>。文献[9]中的时域逐点匹配法可用于任一类双基 SAR, 该方法在理论上最优, 但缺点是运算量相当大; 文献[10]将双基 SAR 原始数据补偿为单基 SAR 数据处理, 但在基线较长时补偿中的二维空变问题较难解决; 文献[11]将收发系统到目标的斜距在各自的驻定相位点二阶泰勒展开, 从而得到目标二维频谱的近似解析表达式, 但该方法在斜视角较大时精度不高; 文献[12]利用级数反演法得到了目标二

维频谱的高精度解析表达式, 但该方法没有考虑双基 SAR 的距离空变问题, 仅限于单个点目标的成像。

从应用的需求来看, 双基 SAR 可能工作在长基线和大斜视模式下。本文首先分析指出, 对于基线较长的双基 SAR, 很难简单地将其通过一定补偿而等效为单基 SAR 处理, 接着提出了一种基于级数反演和数值计算的广义双基 SAR 距离徙动算法。该算法利用级数反演法来计算目标的二维频谱, 并通过双基参数的数值计算以及 RMA 算法来解决距离空变问题, 仿真结果表明该方法可适用于长基线、大斜视角的广义双基 SAR 成像。

### 2 广义双基 SAR 的几何模型

图 1 所示为广义双基 SAR 的几何模型, 假设收发平台分别以速度  $V_R$  和  $V_T$  匀速直线飞行, 零时刻收发系统相对地面某一目标  $P_n$  的斜视角分别为  $\theta_R$  和  $\theta_T$ , 斜距分别为  $R_{SR}$  和  $R_{ST}$ , 则  $t$  时刻收发系统到目标的瞬时距离和可表示为

$$R(t) = R_T(t) + R_R(t) \quad (1)$$

其中  $R_T(t) = (R_{ST}^2 - 2V_T R_{ST} \sin \theta_T t + V_T^2 t^2)^{1/2}$ ,  $R_R(t) = (R_{SR}^2 - 2V_R R_{SR} \sin \theta_R t + V_R^2 t^2)^{1/2}$ 。

2007-05-28 收到, 2007-10-22 改回

教育部重点项目(20051009)和新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-06-0861)资助课题

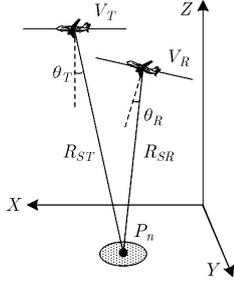


图1 广义双基SAR几何模型

假设雷达发射线性调频脉冲,则接收回波的基频信号可表示为

$$s_A(\tau, t) = p(\tau - R(t)/c)w_a(t)\exp[-j2\pi R(t)/\lambda] \quad (2)$$

其中  $\tau$  为距离快时间,  $c$  为光速,  $\lambda$  为载波波长,  $w_a(\cdot)$  由收发系统天线的方向性函数决定,  $p(\cdot)$  为线性调频脉冲,  $p(\tau) = \text{rect}(\tau/T_p)\exp(j\pi\gamma\tau^2)$ , 其中  $T_p$  为脉冲宽度,  $\gamma$  为调频率。由于  $R(t)$  表现为双根号之和的形式, 在利用驻定相位原理推导式(2)的二维频域表达式时, 很难得到准确的解析解。文献[6,10]通过一定的近似补偿, 将双基SAR转化为等效单基SAR(等效相位中心位于基线中点), 下面对该方法进行分析。

### 3 等效单基SAR方法

图2所示为  $t$  时刻双基SAR的几何关系, 其中  $M$  为基线中点,  $d(t)$  为基线长度,  $R_M(t)$  为  $M$  到目标的距离,  $\varphi(t)$  为  $M$  到目标的连线与基线的夹角, 当  $R(t)/2 \gg d(t)$  时, 有<sup>[6, 13]</sup>

$$R(t)/2 - R_M(t) \approx d^2(t)\sin^2\varphi(t)/(4R_c(t)) \quad (3)$$

式(3)表征了双基SAR和等效单基SAR斜距历史的差别, 补偿该项即可实现双基SAR向等效单基SAR的转化, 然而  $\varphi(t)$  和  $R(t)$  与目标的二维位置有关, 精确的补偿很难实现。假设测绘场景较小, 且收发系统的方位波束较窄, 则有

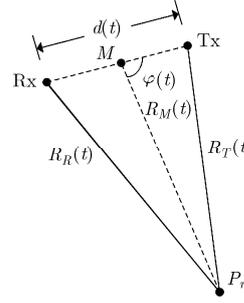
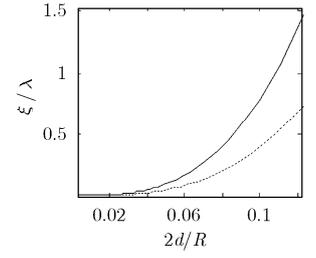
$$R(t)/2 - R_M(t) \approx d^2(t)\sin^2\varphi_c(t)/(4R_c(t)) \quad (4)$$

其中  $\varphi_c(t)$  为  $t$  时刻基线中点到场景中心的连线与基线的夹角,  $R_c(t)$  为场景中心的斜距历史。式(4)的补偿可逐脉冲进行, 补偿完成后即可按单基SAR的成像算法进行处理。

易知该方法的精度受限于式(4)的精度, 其近似误差为

$$\xi(t) = R(t) \left[ 1 - \sqrt{(R^2(t) - d^2(t))/(R^2(t) - d^2(t)\cos^2\varphi(t))} \right] / 2 - d^2(t)\sin^2\varphi_c(t)/(4R_c(t)) \quad (5)$$

以场景中心目标为例, 假设  $\lambda = 0.03$  m, 根据式(5)和图2几何关系, 画出不同参数条件下  $\xi/\lambda$  随  $2d/R$  的变化关系, 如图3所示(其中实线对应  $d = 4$  km,  $\varphi = 60^\circ$  的情况, 虚线对应  $d = 2$  km,  $\varphi = 30^\circ$  的情况)。可见当  $2d/R$  较小时,  $\xi/\lambda$  较小, 随着  $2d/R$  增加,  $\xi/\lambda$  逐渐增加, 式(5)近似造成的相位误差不可忽略( $\xi/\lambda$  小于  $1/8$  时引起的相位误差可以忽略)。表明该方法仅适用于基线远小于斜距的情况。

图2  $t$  时刻广义双基SAR几何关系图3  $\xi/\lambda$  随  $2d/R$  的变化关系

基线远小于斜距对很多情况并不满足, 如卫星发射, 飞机接收的双基SAR, 或者是高空无人机发射, 中低空战斗机接收的双基SAR。这些双基SAR系统的共同特点是基线较长, 与斜距在一个数量级上, 此时其斜距历史与单基SAR差别较大, 很难简单地用单基SAR等效。针对这种情况, 下面提出一种基于级数反演和数值计算的距离徙动算法, 该方法可实现长基线、大斜视角双基SAR的高分辨成像。

### 4 基于级数反演和数值计算的距离徙动算法

将式(1)在合成孔径中心  $t = 0$  处进行泰勒级数展开, 有

$$R(t) = R_{ST} + R_{SR} + \mu_1 t + \mu_2 t^2 + \mu_3 t^3 + \mu_4 t^4 + \dots \quad (6)$$

其中  $\mu_1$ 、 $\mu_2$ 、 $\mu_3$  和  $\mu_4$  为展开项的各次系数。假设  $R_1(t) = R_{ST} + R_{SR} + \mu_2 t^2 + \mu_3 t^3 + \mu_4 t^4 + \dots$ , 且

$$s_B(\tau, t) = p(\tau - R_1(t)/c)w_a(t)\exp[-j2\pi R_1(t)/\lambda] \quad (7)$$

对式(7)进行二维FFT, 有

$$S_B(f_r, f_a) = P(f_r) \cdot \int w_a(t)\exp\{j\phi_1(t)\}dt \quad (8)$$

其中  $P(f_r)$  为  $p(\tau)$  的傅里叶变换,  $\phi_1(t)$  可表示为

$$\phi_1(t) = -2\pi(f_c + f_r)R_1(t)/c - 2\pi f_a t \quad (9)$$

根据级数反演法<sup>[12, 14]</sup>可解得驻定相位点

$$t^* = -\frac{c}{2(f_c + f_r)\mu_2} f_a - \frac{3\mu_3 c^2}{8(f_c + f_r)^2 \mu_2^2} f_a^2 - \frac{c^3}{16(f_c + f_r)^3 \mu_2^5} (9\mu_3^2 - 4\mu_2\mu_4) f_a^3 + \dots \quad (10)$$

将式(10)代入式(8)即可得

$$S_B(f_r, f_a) = P(f_r)W_a(f_a)\exp\{j\phi_1(t^*)\} \quad (11)$$

其中  $W_a(f_a)$  代表方位谱形状, 从式(2)和式(7)可知

$$S_A(f_r, f_a) = S_B[f_r, f_a + (f_c + f_r)\mu_1/c] \quad (12)$$

其中  $f_c$  为载波波长。将式(11)代入式(12), 并保留关于  $f_a$  的四次以下相位, 有<sup>[12]</sup>

$$S_A(f_r, f_a) = P(f_r)W_a(f_a)\exp\{j\phi(f_r, f_a)\} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi(f_r, f_a) = & -2\pi \frac{f_c + f_r}{c} (R_{ST} + R_{SR}) + 2\pi \frac{c}{4\mu_2(f_c + f_r)} \\ & \cdot \left( f_a + (f_c + f_r) \frac{\mu_1}{c} \right)^2 + 2\pi \frac{c^2 \mu_3}{8\mu_2^3 (f_c + f_r)^2} \left( f_a + (f_c + f_r) \frac{\mu_1}{c} \right)^3 \\ & + 2\pi \frac{c^3 (9\mu_3^2 - 4\mu_2\mu_4)}{64\mu_2^5 (f_c + f_r)^3} \left( f_a + (f_c + f_r) \frac{\mu_1}{c} \right)^4 \end{aligned} \quad (14)$$

由于双基 SAR 的斜距为收发系统到目标的距离之和，令

$$R_{ST} + R_{SR} = R_{ST0} + R_{SR0} + \Delta r \quad (15)$$

其中  $R_{SR0}$  和  $R_{ST0}$  分别为零时刻收发系统到场景中心目标的斜距， $\Delta r$  为斜距变化量，可由距离采样间隔计算得到。从式(14)可见距离不同的目标其二维频谱不同，为了解决该距离空变问题，需要得到目标二维频谱随距离  $\Delta r$  变化的显式表达式。但由于双基 SAR 的几何关系较为复杂， $\mu_2$ 、 $\mu_3$  和  $\mu_4$  与  $\Delta r$  的关系很难用精确的解析表达式写出。为此，对式(14)中的以下系数进行数值计算以及二次曲线拟合，得到

$$1/\mu_2 = l_0 + l_1\Delta r + l_2\Delta r^2 \quad (16)$$

$$\mu_3/\mu_2^3 = m_0 + m_1\Delta r + m_2\Delta r^2 \quad (17)$$

$$(9\mu_3^2 - 4\mu_2\mu_4)/\mu_2^5 = n_0 + n_1\Delta r + n_2\Delta r^2 \quad (18)$$

其中数值计算以及二次曲线拟合的流程如下：

(1) 输入雷达系统参数，零时刻收发系统的位置以及场景中心的位置。

(2) 沿距离向在测绘带宽度内等间隔地放置一定数目的点目标。

(3) 计算各点目标的  $R_{ST} + R_{SR}$  的值，从而根据式(15)计算出各点目标对应的  $\Delta r$ 。

(4) 分别计算各点目标对应的  $1/\mu_2$ 、 $\mu_3/\mu_2^3$  和  $(9\mu_3^2 - 4\mu_2\mu_4)/\mu_2^5$  的值。

(5) 根据计算出的  $\Delta r$  与  $1/\mu_2$ 、 $\mu_3/\mu_2^3$  和  $(9\mu_3^2 - 4\mu_2\mu_4)/\mu_2^5$  的数值关系，进行二次曲线拟合，即可得到式(16)~式(18)中  $\Delta r$  的各阶系数。

由于雷达的作用距离一般远大于测绘带宽度，因而  $1/\mu_2$ 、 $\mu_3/\mu_2^3$  和  $(9\mu_3^2 - 4\mu_2\mu_4)/\mu_2^5$  随  $\Delta r$  的变化关系一般并不复杂，可用二次曲线较准确地近似。将式(15)~式(18)代入式(14)可得

$$\phi(f_r, f_a) = \phi_0(f_r, f_a) + \phi_1(f_r, f_a)\Delta r + \phi_2(f_r, f_a)\Delta r^2 \quad (19)$$

其中  $\phi_0$  对应场景中心目标的二维冲激响应， $\phi_1$  和  $\phi_2$  表征了非场景中心目标的空变量 ( $\phi_0$ 、 $\phi_1$  和  $\phi_2$  的表达式较为复杂，这里不给出)。由于  $l_2$ 、 $m_2$  和  $n_2$  一般很小， $\phi_2$  对  $f_r$  的依赖性可以忽略，从而式(19)可写为

$$\phi(f_r, f_a) = \phi_0(f_r, f_a) + \phi_1(f_r, f_a)\Delta r + \phi_2(f_a)\Delta r^2 \quad (20)$$

在以上分析的基础上，可以设计广义双基 SAR 的距离徙动算法，其流程如图4所示：

(1) 对原始数据进行距离 FFT，再乘以  $P^*(f_r)$  以进行距离压缩。

(2) 通过数值计算和二次曲线拟合，确定式(16)~式(18)中的系数，并以此计算  $\phi_0$ 、 $\phi_1$  和  $\phi_2$ 。

(3) 对数据进行方位 FFT，在二维频率域进行相位补偿以精确匹配场景中心目标的二维冲激响应，补偿因子为  $\exp\{-j\phi_0(f_r, f_a)\}$ 。完成该过程后，目标信号可写为

$$S_A(f_r, f_a) = |P(f_r)|^2 W_a(f_a) \exp\{j\phi_1(f_r, f_a)\Delta r + j\phi_2(f_a)\Delta r^2\} \quad (21)$$

(4) 由式(21)可见，对于场景中心目标已经没有剩余相

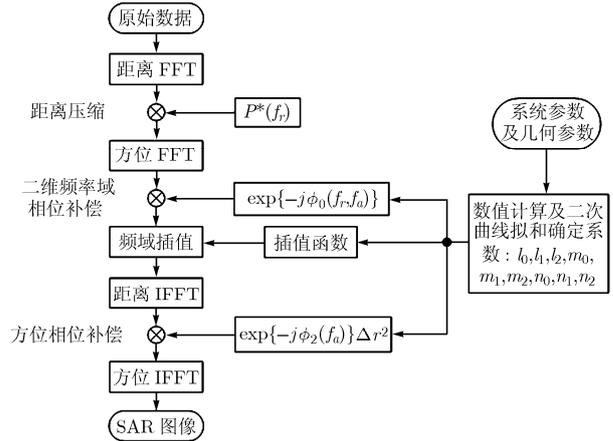


图4 广义双基 SAR 的距离徙动算法流程

位，但对于不在场景中心的目标则只是部分匹配，剩余相位中  $\Delta r$  的系数  $\phi_1(f_r, f_a)$  与距离频率和方位频率有关，可在二维频率域进行插值加以校正，即令

$$f_y = \phi_1(f_r, f_a) \quad (22)$$

由于信号在  $(f_r, f_a)$  域是均匀的，而在  $(f_y, f_a)$  域是非均匀的，插值的目的是要得到信号在  $(f_y, f_a)$  域内均匀间隔的采样值。该过程类似单基 SAR 中的 Stolt 插值，但插值函数不相同。

(1) 对插值后的数据进行距离 IFFT，此时即完成了所有目标的距离压缩和距离徙动校正。

(2) 逐距离单元进行方位相位补偿，补偿因子为  $\exp\{-j\phi_2(f_a)\Delta r^2\}$ 。

(3) 进行方位 IFFT，此时可得最终聚焦的 SAR 图像。

## 5 仿真实验

按表1参数进行仿真，其中发射平台为高空无人机，接收平台为中空战斗机。发射系统工作于小斜视模式，而接收系统为便于观察前方状况，工作于大斜视模式。仿真中设置了两个点目标，一个位于场景中心(记为A点)，另一个与之在距离向相距400m(记为B点)。由于收发平台之间的基线相当长，如果仍进行等效单基 SAR 处理，残余的斜距误差将在百米量级，已无法实现正确成像，这里不再给出成像结果。

表1 广义双基 SAR 仿真参数

参数名称	发射雷达	接收雷达
零时刻雷达与目标之间的斜距	18.14 km	17.23 km
X方向速度	150 m/s	108.6 m/s
Y方向速度	0 m/s	17.3 m/s
Z方向速度	0 m/s	0 m/s
飞行高度	10 km	3000 m
零时刻收发系统的斜视角	6.3°	52.9°
零时刻收发系统之间的基线长度	12.57 km	
波长	0.03m	发射带宽 80MHz
回波多普勒中心	3474Hz	回波多普勒带宽 190Hz

在场景距离向设置 200 个点进行数值计算, 可得  $1/\mu_2$ ,  $\mu_3/\mu_2^3$  和  $(9\mu_3^2 - 4\mu_2\mu_4)/\mu_2^5$  (分别简记作  $k_1$ 、 $k_2$  和  $k_3$ ) 与  $\Delta r$  的变化关系如图 5 所示, 可见其变化关系并不复杂, 可用  $\Delta r$  的低阶多项式逼近(测绘带特别宽时, 可能需要距离分块处理以降低误差)。对  $k_1$ 、 $k_2$  和  $k_3$  的值沿  $\Delta r$  进行二次曲线拟合, 可得  $l_2 = 3.8 \times 10^{-11}$ 、 $m_2 = -1.5 \times 10^{-12}$ 、 $n_2 = 2.2 \times 10^{-13}$ , 可见  $l_2$ 、 $m_2$  和  $n_2$  都很小, 因而式(20)中忽略  $\phi_2$  对  $f_r$  的依赖性合理的。对数据进行二维频率域相位补偿后, 如果不进行频域插值等操作而直接进行二维 IFFT, 得到的成像结果如图 6 所示, 可见场景中心的 A 点得到了很好的匹配, 而远离场景中心的 B 点则散焦严重。根据计算得到的频域插值函数和方位相位补偿函数, 按图 4 流程处理后, B 点的成像结果如图 7 所示, 可见目标聚焦良好, 表明本文方法是有效的(由于广义双基 SAR 不具有方位平移不变性, 因而将该算法用于大场景成像时在方位上需要分块处理)。

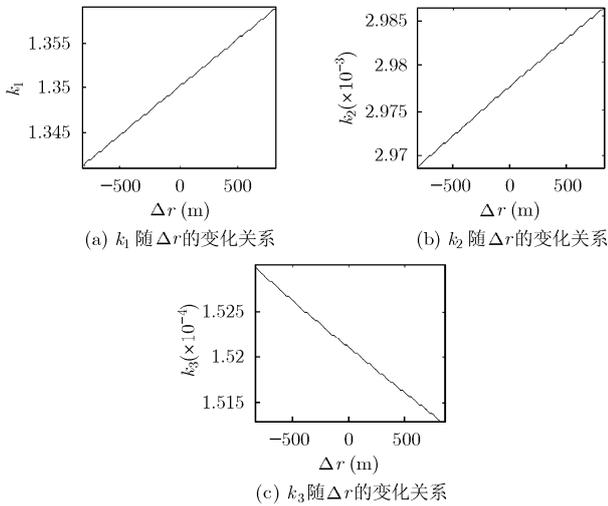


图 5  $k_1$ 、 $k_2$  和  $k_3$  的数值计算结果

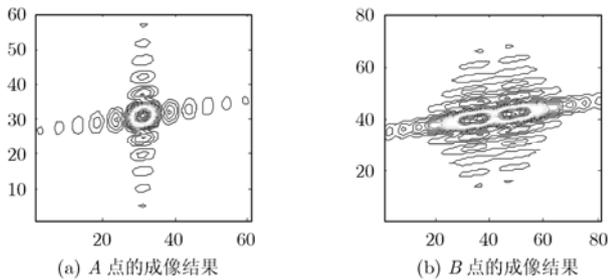


图 6 相位补偿后直接二维 IFFT 的成像结果(横向方位, 纵向距离)

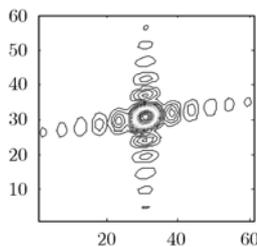


图 7 按图 4 流程处理后 B 点的成像结果(横向方位, 纵向距离)

## 6 结束语

收发平台的速度大小和方向均不相同的双基 SAR 是一种广义的双基 SAR, 现阶段研究较多的分布式小卫星 SAR, 平行轨道双基 SAR 等都可以看作是一种特殊的双基 SAR。本文首先分析指出, 对于基线较长的广义双基 SAR, 很难简单地将其通过一定补偿而等效为单基 SAR 处理, 接着提出了一种基于级数反演和数值计算的距离徙动算法, 最后通过仿真数据对该方法进行了验证。本文方法的特点在于对收发平台的速度大小和方向没有要求, 另外在基线较长、雷达斜视角度较大时其适用性也较好。

## 参考文献

- [1] Krieger G and Moreira A. Spaceborne bi- and multistatic SAR: Potentials and challenges[J]. *IEE Proc., Radar Sonar Navig.*, 2006, 153(3): 184-198.
- [2] 汤子跃, 张守融. 双站合成孔径雷达系统原理[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 1-9.
- [3] Ender J, Walterscheid I, and Brenner A. Bistatic SAR-translational invariant processing and experimental results[J]. *IEE Proc.- Radar Sonar Navig.*, 2006, 153(3): 177-183.
- [4] Soumekh M. Bistatic synthetic aperture radar inversion with application in dynamic object imaging[J]. *IEEE Trans. on Signal Process.*, 1991, 39(9): 2044-2055.
- [5] 何峰, 梁甸农, 董臻. 适于大斜视角的星载双基 SAR 波数域成像算法[J]. *电子学报*, 2005, 33(6): 1011-1014.  
He Feng, Liang Dian-nong, and Dong Zhen. A wavenumber domain algorithm for spaceborne bistatic SAR imaging with large squint angle[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(6): 1011-1014.
- [6] 闫鸿慧, 王岩飞, 于海锋等. 一种基于距离补偿的分布式小卫星双基 SAR 成像方法[J]. *电子与信息学报*, 2005, 27(5): 771-774.  
Yan Hong-hui, Wang Yan-fei, and Yu Hai-feng, et al. An imaging method of distributed small satellites bistatic SAR based on range distance compensation[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2005, 33(6): 1011-1014.
- [7] Walterscheid I, Ender J, and Brenner A, et al. Bistatic SAR processing and experiments[J]. *IEEE Trans. on Geosc. and Remote Sens.*, 2006, 44(10): 2710-2717.
- [8] 朱振波, 汤子跃, 蒋兴舟. 机载双站合成孔径雷达 Chirp Scaling 成像算法[J]. *电子与信息学报*, 2006, 28(6): 977-981.  
Zhu Zhen-bo, Tang Zi-yue, and Jiang Xing-zhou. The chirp scaling algorithm of airborne bistatic SAR imaging[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2006, 28(6): 977-981.
- [9] Barber B. Theory of digital imaging from orbital synthetic aperture radar[J]. *Int. J. Remote Sens.*, 1985, 6(6):

- 1009-1057.
- [10] Cheng Hu and Tao Zeng. Forward-looking bistatic SAR range migration algorithm[A]. Proceedings of 2006 CIE international conference on radar[C]. Shanghai: IEEE, 2006: 724-727.
- [11] Loffeld O, Nies H, Peters V, and Knedlik S. Models and useful relations for bistatic SAR processing[J]. *IEEE Trans. on Geosc. and Remote Sens.*, 2004, 42(10): 2031-2038.
- [12] Lam Neo Y, Wong F G, and Cumming I. A two-dimensional spectrum for bistatic SAR processing using series reversion[J]. *IEEE Trans. on Geosc. and Remote Sens.*, 2007, 4(1): 93-96.
- [13] Petterson M L. Extraction of moving ground targets by a bistatic ultra-wideband SAR[J]. *IEE Proc.- Radar Sonar Navi*, 2001, 148(1): 35-40.
- [14] Morse P M and Feshbach H. Methods of theoretical physics[M]. New York: McGraw-Hill, 1953: 61-68.
- 李燕平: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为双基合成孔径雷达成像.
- 张振华: 男, 1977年生, 博士生, 研究方向为双基合成孔径雷达成像.
- 邢孟道: 男, 1975年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达成像和目标识别.
- 保 铮: 男, 1927年生, 中国科学院院士, 研究方向为雷达信号处理及现代信号处理.