

空间锥体目标进动周期估计

胡杰民 付耀文 黎湘

(国防科技大学空间电子信息技术研究所 长沙 410073)

摘要: 该文通过对空间锥体目标的弹道建模, 根据进动锥体目标对雷达波的姿态角计算公式, 推导了目标回波 RCS 随姿态角余弦的计算公式。通过分析姿态角余弦的频谱特性和 RCS 随姿态角余弦的频率传输特性, 给出 RCS 序列的频谱特性, 并以此为特征, 提出一种 RCS 序列进动周期估计的新方法。仿真结果验证了方法的有效性。

关键词: 弹道导弹; 平均视线角; 惯量比

中图分类号: TN953

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)12-2849-05

Precession Cycle Estimation of Cone-shaped Spatial Target

Hu Jie-min Fu yao-wen Li Xiang

(Institute of Space Electronics Information Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In this paper, the ballistic trajectory model of cone-shaped spatial target is introduced. The RCS expression versus cosine of the aspect angle is derived based on the aspect angle expression of a precession target. The frequency transmission characteristic of RCS versus cosine of the aspect angle and the frequency characteristic of cosine of the aspect angle are analyzed. The frequency characteristic of RCS sequence is presented. Then a new method of estimating the precession cycle using the frequency characteristic is presented. Finally, a simulation result shows that the algorithm is effective.

Key words: Ballistic missile; Average-visual angle; Inertia-ratio

1 引言

弹道导弹具有射程远、威力大、机动性好、高精度等优良战术性能, 已经成为战略打击的一种主要方式, 因此弹道导弹防御已经成为各国军事技术发展的一个重要方向。弹道导弹中段飞行时间一般占整个飞行时间的 70% 以上, 且空间相对纯净, 是攻防对抗最重要阶段。文献[1-3]对弹道导弹轨道进行了研究, 文献[4]给出了某些形状简单目标的 RCS 计算公式, 文献[5]研究弹道导弹的综合识别方案。文献[6]研究了进动目标的雷达成像。文献[7,8]研究了进动角的估计方法。

若弹道导弹释放的锥形弹头目标和诱饵形状相同, 表面材料的电磁散射特性相同, 则利用结构特征难以识别。弹道导弹真弹头纵向惯量与横向惯量比值较大, 而诱饵质量纵向惯量与横向惯量比值较小, 利用锥形弹头和诱饵的质量分布差异, 提取目标的纵横惯量比为特征, 为识别此类目标提供了途径。惯量比由自旋频率、进动角和进动周期共同决定^[7]。由于弹头和诱饵的自旋频率相同或相近, 进动角的估计方法已有文献给出^[7, 8], 本文主要对进动周期进行估计。通过对锥体目标姿态角到 RCS 变换的频率传输特性的分析, 提出一种新的进动周期估计方法。

2 空间锥体目标 RCS 建模分析

给定弹道导弹的速度, 位置和雷达的位置, 则雷达视线与进动轴的夹角(也叫平均视线角)随时间的变化关系可知^[2,3], 如图 1 所示, 设圆锥的高为 H , 半锥角为 $\alpha(0 < \alpha < \pi/2)$, 绕进动轴 x 轴以 ω 的角速度旋转, 进动角为 $\theta(0 < \theta < \pi/2)$, 同时绕自身轴线以角速度 Ω 自旋。如图 2 所示, 弹头目标对地基雷达为远场目标, 雷达发射信号近似为与平面 xoz 平行的平行波, 平均视线角为 γ 。雷达视线 oo_2 与圆锥轴线 oo_1 夹角即姿态角为 β 。设 $t=0$ 时, oo_1 在 xoz 平面内, 可以得到

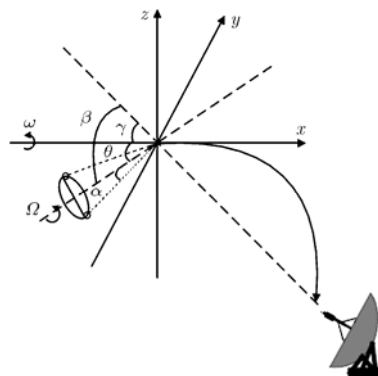


图 1 弹道轨迹下锥体目标的进动

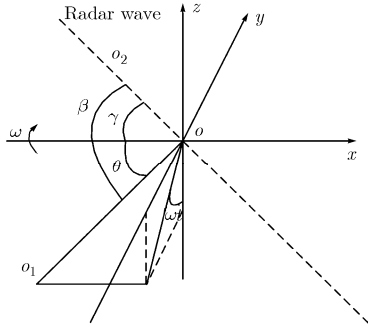


图 2 进动目标的姿态角

$$\cos \beta(t) = \cos \theta \cos \gamma(t) - \sin \theta \cos \omega t \sin \gamma(t) \quad (1)$$

其中 $\gamma(t)$ 为慢变化分量, 假设目标在地心惯性坐标系下的位置为(km)[-2784.7; 4999.1; 3027.6], 速度(km/s)为[-1.1862; 1.4856; -1.0722], 制导雷达放在弹道导弹落点附近。根据诱饵锥体目标的进动参数的典型值, 假定进动周期为 30s, 进动角为 10° , 则锥体目标姿态角随时间变化如图 3 所示。

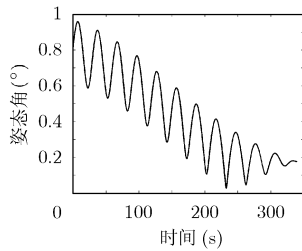


图 3 锥形目标的姿态角随时间变化

设 λ 为入射波波长, 截头圆锥上下底面到顶点的高分别为 z_1 和 z_2 ($z_1 < z_2$), 在线性极化时, 截头圆锥的 RCS 计算公式为^[4]

$$\sigma_{\text{frustum}}(\beta) = \begin{cases} \frac{\lambda z_2 \tan \alpha \tan^2(\beta + \alpha)}{8\pi \sin \beta}, & \beta \in (0, \pi), \beta \neq \pi/2 - \alpha \\ \frac{8\pi (z_2^{3/2} - z_1^{3/2})^2 \sin \alpha}{9\lambda \cos^4 \alpha}, & \beta = \pi/2 - \alpha \end{cases} \quad (2)$$

取 $z_1 = 0.01\text{m}$, $z_2 = 0.224\text{m}$, $\alpha = 15^\circ$, 得到归一化 RCS 随姿态的变化关系如图 4 所示。由式(1), RCS 随时间的变化关系如图 5 所示。

3 频域周期估计方法分析

定义变换 f 为姿态角的余弦值到 RCS 的变换, 如图 6 所示, 为了确认能否从 RCS 序列中估计出进动周期, 需要对该变换的频率传输特性进行分析。

制导雷达探测范围内, 目标的姿态角在 $[0, 70^\circ]$ 内变化, 因此只需要对该区间内 f 变换进行分析。由式(2)可得:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{res}}(\beta) &= \frac{\lambda z_2 \tan \alpha \tan^2(\beta(t) + \alpha)}{8\pi \sin \beta(t)} \\ &= \{ \lambda z_2 \tan \alpha [\cos^2 \alpha + (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \cos^2 \beta \\ &\quad + \sin 2\alpha \cos \beta \sqrt{1 - \cos^2 \beta}] \} / [8\pi \sqrt{1 - \cos^2 \beta}] \\ &\quad \cdot (\cos^2 \beta \cos 2\alpha + \sin^2 \alpha - \sin 2\alpha \cos \beta \sqrt{1 - \cos^2 \beta}) \end{aligned} \quad (3)$$

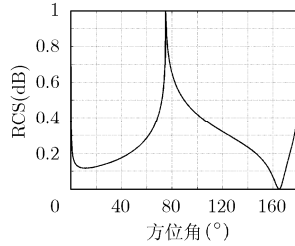


图 4 圆锥 RCS 随姿态角变化关系

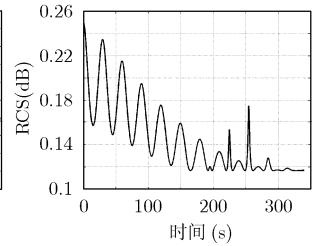


图 5 锥形目标 RCS 随时间变化关系

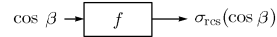


图 6 系统频率传输特性

可以证明, 式(3)可以表示成 $\cos \beta$ 无穷阶多项式的形式。结合输入信号的频谱特征, 对传输特性进行分析。

3.1 f 变换频率传输特性分析

假设 f 变换可以表示为 N 阶多项式:

$$f_{\text{res}}(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_N x^N \quad (4)$$

(1)输入信号为单频信号 $\cos \omega t$, 输出结果可以表示为

$$\begin{aligned} f_{\text{res}}(\cos \omega t) &= a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos^2 \omega t \\ &\quad + \dots + a_N \cos^N \omega t \end{aligned} \quad (5)$$

由隶莫弗公式有

$$\begin{aligned} \cos n \omega t &= \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} (-1)^k \frac{n!}{(n-2k)!(2k)!} \cos^{n-2k} \omega t \\ &\quad \cdot \omega t (1 - \cos^2 \omega t) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor = \begin{cases} \frac{n}{2}, & n \text{ 为偶数} \\ \frac{n-1}{2}, & n \text{ 为奇数} \end{cases}$, 通过对每一个 n 求关于

$\cos \omega t$ 的指数项的系数, 可以得到如下方程组:

$$\mathbf{G} \mathbf{w} = \mathbf{W} \quad (7)$$

其中 $\mathbf{w} = [1, \cos \omega t, \cos^2 \omega t, \dots, \cos^N \omega t]^T$, $\mathbf{W} = [1, \cos \omega t, \cos 2\omega t, \dots, \cos N\omega t]^T$, \mathbf{G} 为系数矩阵, 从而

$$f_{\text{res}} = \mathbf{A} \mathbf{w} = \mathbf{A} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{W} = \mathbf{B} \mathbf{W} \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} \mathbf{G}^{-1} \quad (9)$$

由于 \mathbf{G} 为下三角矩阵, 因此可得 f 变换对单频信号的频率传输特性。

(2)输入信号为 $\cos \theta \cos \gamma - \sin \theta \cos \omega t \sin \gamma$, 其中 θ, γ 为定值。

$$\begin{aligned}
 f_{\text{res}}(\cos \omega t) &= a_0 + a_1(\cos \theta \cos \gamma - \sin \theta \cos \omega t \sin \gamma) \\
 &+ a_2(\cos \theta \cos \gamma - \sin \theta \cos \omega t \sin \gamma)^2 + \dots \\
 &+ a_N(\cos \theta \cos \gamma - \sin \theta \cos \omega t \sin \gamma)^N \\
 &= c_0 + c_1 \cos \omega t + c_2 \cos^2 \omega t + \dots + c_N \cos^N \omega t
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

其中 $c_n = (-\tan \theta \tan \gamma)^n \sum_{i=n}^N \frac{i! a_i \cos^i \theta \cos^i \gamma}{n!(i-n)!}$, 令 $\mathbf{C} = [c_0, c_1, \dots, c_N]$ 。

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{Q} \tag{11}$$

$$f_{\text{res}} = \mathbf{C}\mathbf{w} = \mathbf{A}\mathbf{Q}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{W} = \mathbf{B}\mathbf{W} \tag{12}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{Q}\mathbf{G}^{-1} \tag{13}$$

其中 \mathbf{Q} 为 $n \times n$ 阶系数矩阵。 \mathbf{Q} 为下三角阵且 $Q_{ij} = C_i^j \cdot (\tan \theta \tan \gamma)^j (\cos \theta \cos \gamma)^i$ 。此时即可得到输入信号的传输特

性。

3.2 输入信号分析

上面分析了 γ 为定值的情况, 而实际情况下 $\cos \gamma(t)$ 和 $\sin \gamma(t)$ 随时间慢变化的。会对输出信号的频谱产生影响: (1) 使频谱产生展宽, $\gamma(t)$ 的变化会使 \mathbf{Q} 发生改变, 从而使输出信号的频谱发生改变。当 f 用 21 阶多项式拟合, 输出信号去除直流分量后, 各频率能量占总能量的百分比大小随 $\gamma(t)$ 的变化如表 1 所示, 随着 $\gamma(t)$ 的减小, 输出信号的能量逐渐分布于多个频率之上; (2) $\gamma(t)$ 的慢变化会使输出信号的频谱展宽, 且越低的频率分量, 展宽越严重, 如图 7, 图 8 所示; (3) $\gamma(t)$ 的频谱在零频附近, 由于这部分频谱对应的周期一般都在 60s 以上(对应频率为 0.017Hz), 锥体目标进动周期范围是几秒到几十秒, 因此可以将这部分频谱置零以消除其影响。

表 1 各频率分量的能量(%)

γ (rad)	ω	2ω	3ω	4ω	5ω	6ω
1	83.623	10.13	2.1788	0.55367	0.07048	0.05123
0.8	88.338	3.9075	0.66745	0.05683	2.1354	1.8505
0.6	86.632	0.77856	0.30776	3.5194	2.4685	2.2203
0.4	78.651	0.62825	2.1154	8.4213	1.8063	4.7653
0.2	0.38687	25.222	21.446	24.52	16.661	6.4283
0.1	25.676	23.483	31.462	15.053	3.7073	0.55768

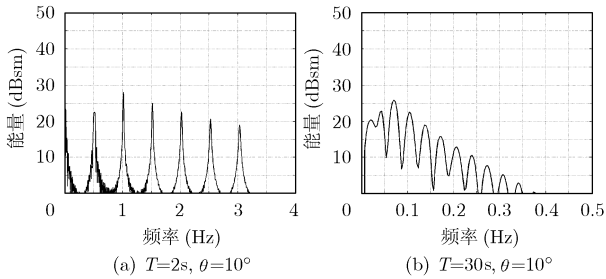


图 7 RCS(200s-300s)频谱

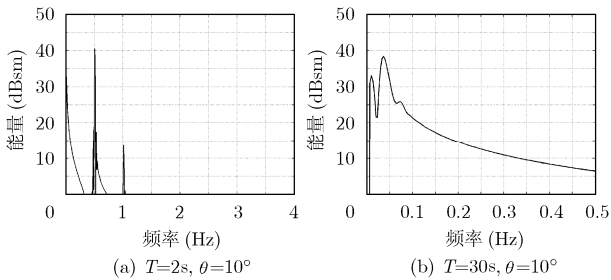


图 8 RCS 序列(0s-100s)频谱

3.3 进动周期估计

通过对 f 变换频率传输特性分析可知, 锥体进动目标回

波的频率分量一定是 ω 的倍数, 这为进动周期的估计提供了途径。首先对回波进行滤波, 然后去除直流分量的影响, 将信号变换到频域以获得回波的频域能量分布。最后通过检测能量较大的频率分量的最小差值实现进动周期估计。

由于 FFT 变换点数的限制, 使进动频率有可能导致频谱泄漏, 因此需要对 FFT 变换后的结果作插值处理, 文献[9]介绍了基于极大极小准则的非均匀插值方法, 该方法具有很高的准确性, 但是需要预先计算部分数据。文献[10]将立方插值应用于 ISAR 成像并取得了较好的效果。基于实用性的考虑本文对 FFT 变换后的结果进行立方插值。

进动周期估计步骤如下:

- (1)通过低通滤波器, 滤去高频噪声的影响;
- (2)对特定时间长度的 RCS 序列作 FFT 变换, 将零频分量置零;
- (3)将变换后的序列作插值处理;
- (4)将序列归一化, 设定门限, 寻找高于门限的极值点, 去除对应频率小于 0.017Hz 的极值点, 设剩余极值点个数为 M ;
- (5)若 $M=1$, 则其所对应的频率即为进动频率; 若 $M>1$,

能量较大的分量间的最小差值对应频率即为进动频率。

4 仿真计算

设弹头和诱饵表面材料电磁特性相同。对锥形真弹头, 取 $\theta = 5^\circ$, $\omega = \pi \text{rad/s}$, $H = 0.224 \text{m}$, 进动周期 $T_{BM} = 2 \text{s}$; 锥形诱饵结构参数设置和弹头相同, 取 $\theta = 10^\circ$,

$\omega = 2\pi/30 \text{ rad/s}$, 进动周期 $T_{BM} = 30 \text{s}$; 进动周期估计在不同信噪比下的估计结果如表 2, 表 3 所示, 随着信噪比的增加, 进动周期估计值趋近于真实值, 当信噪比达到 18dB 时, 估计值已与真值很接近, 这在实际情况中是可以达到的。

表 2 加噪时进动周期估计结果—(RCS 为 200s—300s)

信噪比(dB)	10	13	15	18	20
真值(s)	30	30	30	30	30
估计值(s)	37.5	33.333	23.077	33.333	33.333
真值(s)	14	14	14	14	14
估计值(s)	18.75	15.789	16.667	15	14.286
真值(s)	2	2	2	2	2
估计值(s)	3.0303	1.9737	2.1277	2.0134	1.9608

表 3 加噪时进动周期估计结果—(RCS 为 0s 100s)

信噪比(dB)	10	13	15	18	20
真值(s)	30	30	30	30	30
估计值(s)	30.0	30.0	30.0	30.0	30.0
真值(s)	14	14	14	14	14
估计值(s)	13.636	13.636	13.636	13.636	13.636
真值(s)	2	2	2	2	2
估计值(s)	1.9737	1.9608	1.9608	1.9608	1.9608

5 结束语

本文分析空间锥体目标的进动周期估计, 首先基于弹道轨迹下进动目标的姿态角计算方法和简单目标的 RCS 计算公式, 获得 RCS 随时间的变化关系, 其次, 分析了姿态角的余弦值到 RCS 的变换的频率传输特性, 结合平均视线角的变化规律, 提出一种估计进动周期的新方法。仿真结果证实了方法的有效性。需要指出的是弹头目标还有球面锥的形状, 并且弹头目标还存在接收机等其它结构, 因此本文使用规则的旋转体模型与实际目标结构相比存在一定的误差, 这有待进一步研究复杂目标 RCS 的计算方法及其进动周期的估计。

参考文献

- [1] 任萱. 人造地球卫星轨道力学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1988: 42-48.
Ren Xuan. Orbit Dynamics of Sputnik [M]. Changsha: National University of Defense Technology Publishing House, 1988: 42-48.
- [2] 李荣宁, 刘敏. 中远程战术导弹预测命中点的计算[J]. 现代防御技术, 2001, 29(3): 23-26.
Li Rongning, and Liu Min. Calculation on predictive impact point of intermediate and long range TBM. [J]. *Modern Defence Technology*, 2001, 29(3): 23-26.
- [3] 白鹤峰, 吴瑞林. 战术弹道导弹(TBM)弹道的构造方法[J]. 现代防御技术, 1998, 26(1): 39-43.
Bai Hefeng and Wu Ruilin. The trajectory construct method of TBM. [J]. *Modern Defence Technology*, 1998, 26(1): 39-43.
- [4] Mahafza B. R. Radar Systems Analysis and Design Using MatLab. USA Florida: CRC Press, 2000: 106-108.
- [5] 刘永祥. 导弹防御系统中的雷达目标综合识别研究[D]. [博士学位论文], 国防科技大学, 2004年6月.
Liu Yongxiang. Integrated Radar Target Discrimination in Ballistic Missile Defense System[D]. [Ph.D. dissertation],

- National University of Defense Technology, China. 2004, 06.
- [6] Lammers U H W and Marr R A. Doppler imaging based on radar target precession. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(1): 166-173.
- [7] 金文彬, 刘永祥, 任双桥等. 锥体目标空间进动特性分析及其参数提取[J]. 宇航学报, 2004, 25(4): 408-410.
Jin Wen-bin, Liu, Yong-xiang, and Ren Shuang-qiao. Character analyzing of spatial precession for cone and its parameter extracting[J]. *Journal of Astronautics*, 2004, 25(4): 408-410.
- [8] 陈行勇, 黎湘, 郭桂蓉, 姜斌. 微进动弹道导弹目标雷达特征提取[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(4): 663-666.
Chen Hang-yong, Li Xiang, Guo Gui-rong, and Jiang Bin. Radar feature extraction of micro-precession ballistic missile warhead[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(4): 663-666.
- [9] Fessler J A. Nonuniform fast Fourier transforms using min-max interpolation. *IEEE Trans. on SP*, 2003, 51(2): 560-574.
- [10] Dahlbäck N. Implementation of a fast method for reconstruction of ISAR images [D]. [dissertation], Linköping, Sweden.2003, 12.
- 胡杰民: 男, 1983 年生, 博士生, 研究方向为自动目标识别、雷达信息处理.
- 付耀文: 男, 1976 年生, 副教授, 研究方向为雷达目标识别、信息融合等.
- 黎 湘: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 国防科技大学空间电子信息技术研究所所长, 研究方向为空间信息处理、自动目标识别、非线性信号处理等.