

# 幅度失配对 SIC 检测器误码性能影响的定量分析

张东红<sup>①②</sup> 廖桂生<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

<sup>②</sup>(安康学院应用数学系 安康 725000)

**摘要:** 基于幅度失配率,使用高斯近似方法给出有幅度失配的串行干扰消除检测器(SIC)的近似误码率递推公式。利用该公式,讨论了 SIC 中由于幅度失配而引起的误码率特性。通过引入正数  $\eta$  来刻画有幅度失配 SIC 误码性能与其上限(无幅度失配误码性能)的损失度,使用 Lagrange 中值定理和近似分析方法,推导出幅度失配率与信噪比以及  $\eta$  之间的定量分析公式。仿真表明,该定量分析公式揭示了幅度失配对系统性能的影响程度。

**关键词:** CDMA; 幅度失配率; 串行干扰消除; 误码率; 定量分析

中图分类号: TN914.53

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)04-1004-03

## Quantifiable Analysis of the Effect of Amplitude Mismatch on Performance of the Successive Interference Canceller

Zhang Dong-hong<sup>①②</sup> Liao Gui-sheng<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Key Laboratory for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

<sup>②</sup>(Department of Applied Mathematics, Ankang University, Ankang 725000, China)

**Abstract:** Based on the percentage amplitude mismatch, the approximate BER formula of the Successive Interference Canceller (SIC) is presented with the Gaussian approximation method, and the effect of the amplitude mismatch on the Bit Error Rate (BER) performance is discussed. The loss of BER performance of the SIC is described as the positive number  $\eta$ . The formula of the quantifiable analysis on the relation among the percentage amplitude mismatch, Signal Noise Ratio (SNR) and  $\eta$  is derived with the Lagrange mean value theorem and the approximate analysis method. The Simulation results show that this quantifiable analysis formula describes the effect of amplitude mismatch on system performance well.

**Key words:** CDMA; Percentage amplitude mismatch; SIC; BER; Quantifiable analysis

### 1 引言

在CDMA多用户检测系统中<sup>[1]</sup>,串行干扰消除检测器(SIC)由于具有较强的抗远近效应能力,结构简单实现容易且具有较低的计算复杂度得到了广泛的研究<sup>[2-5]</sup>。由于SIC是一种基于信号重构的干扰抵消方式,幅度失配的存在不可避免,因此在检测器性能分析和设计中,对幅度失配影响检测性能的定量分析是非常重要的。误码率是性能分析的一个重要指标,但是直接利用误码率公式对检测器性能进行分析和计算是很繁琐的。本文首先推导出具有幅度失配SIC的近似误码率迭代公式,然后利用该公式,讨论了在SIC中由于幅度失配而引起的误码率(BER)特性。为了量化幅度失配对SIC误码性能的影响,引入了正数  $\eta$  来刻画有幅度失配的SIC误码性能与无幅度失配误码性能的损失度,推导出幅度失配率与信噪比以及  $\eta$  之间的定量分析公式。仿真实验表明,该

定量分析公式能够很好地刻画幅度失配对系统性能的影响。

### 2 信号模型和 SIC 检测器

考虑具有  $K$  个活动用户的 DS-CDMA 系统的同步传输模型。在加性白高斯信道的情况下,接收信号可以表示为<sup>[6]</sup>  $r(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k g_k(t) + \sigma n(t)$ ,  $0 \leq t \leq T_b$ , 其中  $T_b$  是码元周期,  $A_k$ ,  $b_k$  和  $g_k(t)$  分别是用户  $k$  的信号幅度,信息比特值和扩频波形,且  $\int_0^{T_b} g_k^2(t) dt = 1$ 。 $\sigma n(t)$  为加性高斯白噪声,功率为  $\sigma^2$ 。

SIC 检测器利用检测到的用户符号来再生和消除多址干扰(MAI)。为方便讨论,将用户按干扰消除顺序进行编号,即用户  $k$  在 SIC 检测器的第  $k$  级得到检测。此时, SIC 检测器的第  $k$  级判决统计量为

$$z_k^{\text{SIC}} = A_k b_k + \left[ \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk} (A_j b_j - \hat{A}_j \hat{b}_j) + \sum_{j=k+1}^K \rho_{jk} A_j b_j + \sigma n_k \right] \quad (1)$$

其中  $\hat{A}_j$  是  $A_j$  的估计,  $\hat{b}_j = \text{sgn}(z_j^{\text{SIC}})$ ,  $\rho_{jk} = \int_0^{T_b} g_j(t) g_k(t) dt$ ,  $n_k = \int_0^{T_b} n(t) g_k(t) dt$ 。

2007-05-08 收到, 2007-11-25 改回

国家自然科学基金(60472097)和教育部新世纪优秀人才基金资助课题

### 3 具有幅度失配的 SIC 检测器近似误码率

定义幅度失配率为  $|\Delta A_i / A_i| \times 100\%$ , 其中,  $\Delta A_i = \hat{A}_i - A_i$ ,  $\Delta A_i$  独立于  $n_j$  和  $\{b_j\}$ , 对于量化(硬舍入)引起的幅度失配, 这样假设是适用的。由于检测器使用同一结构对幅度进行估计, 因此, 假设所有用户的幅度失配率均为  $x$  是合理的, 此时, 式(1)可以进一步写成:

$$z_k^{\text{SIC}} = A_k b_k + \eta_k^{\text{SIC}}(x) \quad (2)$$

其中  $\eta_k^{\text{SIC}}(x) = \left[ \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk} A_j (b_j - \hat{b}_j) \pm x \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk} A_j \hat{b}_j + \sum_{j=k+1}^K \rho_{jk} A_j b_j + \sigma n_k \right]$ 。在幅度失配率为  $x$  时, 记用户  $j$  的误码率为  $P_j^{\text{SIC}}(x)$ 。

由于  $E\eta_k^{\text{SIC}}(x) = 0$ ,  $E(b_j - \hat{b}_j)^2 = 4P_j^{\text{SIC}}(x)$  [1], 根据高斯近似法, 当  $\eta_k^{\text{SIC}}(x)$  较大时, 可以看成是零均值, 方差为  $\gamma_k^{\text{SIC}}(x)$  的高斯随机变量<sup>[1, 6]</sup>, 其中

$$\gamma_k^{\text{SIC}}(x) = 4 \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 A_j^2 P_j^{\text{SIC}}(x) + x^2 \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 A_j^2 + \sum_{j=k+1}^K \rho_{jk}^2 A_j^2 + \sigma^2 \quad (3)$$

令  $A_j / A_k = a_{jk}$ , 根据式(2)和式(3), 具有幅度失配率  $x$  的 SIC 检测器的近似误码率为

$$P_k^{\text{SIC}}(x) = Q(1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(x)}) \quad (4)$$

其中  $Q(t) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_t^{+\infty} \exp(-u^2/2) du$ ,

$$\tilde{\gamma}_k(x) = 4 \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 a_{jk}^2 P_j^{\text{SIC}}(x) + x^2 \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 a_{jk}^2 + \sum_{j=k+1}^K \rho_{jk}^2 a_{jk}^2 + \sigma^2 / A_k^2 \quad (5)$$

### 4 幅度失配对 SIC 检测器误码性能影响的定量分析

在式(5)中, 记  $s_1 = 4 \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 a_{jk}^2 P_j^{\text{SIC}}(x)$ ,  $s_2 = \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 a_{jk}^2$ ,  $s_3 = \sum_{j=k+1}^K \rho_{jk}^2 a_{jk}^2$ ,  $s_4 = \sigma^2 / A_k^2$ , 那么,  $\tilde{\gamma}_k(x) = s_1 + s_2 x^2 + s_3 + s_4$ 。

**命题 1** 在式(4)中,  $\frac{dP_k^{\text{SIC}}(x)}{dx} \geq 0$ ,  $\frac{d^2 P_k^{\text{SIC}}(x)}{dx^2} > 0$ 。

命题 1 的证明略。命题 1 表明, 无幅度失配的误码率  $P_k^{\text{SIC}}(0)$  是有幅度失配误码率的下界, 随着幅度失配率的增加, SIC 检测器误码性能将下降且恶化速度加剧。

为了分析幅度失配对误码性能的影响, 文献[1]给出匹配滤波(MF)检测器误码率近似公式:

$$P_k^{\text{MF}} = Q(1/\sqrt{\gamma_k^{\text{MF}}}) \quad (6)$$

其中

$$\gamma_k^{\text{MF}} = \sum_{j=1, j \neq k}^K \rho_{jk}^2 a_{jk}^2 + \sigma^2 / A_k^2 \quad (7)$$

比较式(4)和式(6)以及式(5)和式(7)容易看到, SIC 检测器干扰消除的数学形式是通过把  $\gamma_k^{\text{MF}}$  中  $\sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 a_{jk}^2$  变换为

$\tilde{\gamma}_k(x)$  中  $4 \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 a_{jk}^2 P_j^{\text{SIC}}(x) + x^2 \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 a_{jk}^2$  来实现的。当判决结

果可靠, 幅度估计准确时, 则后者远小于前者, 从而改善了误码性能。另一方面, 当信号强度相差越大,  $s_2$  和  $s_3$  就越小, 此时 SIC 误码性能也越好, 这说明 SIC 具有较强的抗远近效应的能力。

为了描述具有幅度失配 SIC 检测器误码性能的损失度, 设  $\eta$  是任意一个小的正数, 用来刻画具有幅度失配 SIC 误码率与其下限(无幅度失配误码率)的接近程度。下面来研究幅度失配率  $x$  与信噪比以及  $\eta$  之间的定量关系。

假设  $x_{\max}$  为最大幅度失配率。在区间  $[1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(x)}, 1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(0)}]$  上对  $Q(t)$  使用 Lagrange 中值定理有:  $Q(1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(x)}) - Q(1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(0)}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\xi^2\right) (1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(0)} - 1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(x)})$ , 其中  $1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(x)} < \xi < 1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(0)}$ 。由于  $P_k^{\text{SIC}}(x) - P_k^{\text{SIC}}(0) = Q(1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(x)}) - Q(1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(0)})$ , 故

$$(P_k^{\text{SIC}}(x) - P_k^{\text{SIC}}(0)) < \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\tilde{\gamma}_k(x_{\max})}\right) \cdot (1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(0)} - 1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(x)}) \quad (8)$$

当

$$(1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(0)} - 1/\sqrt{\tilde{\gamma}_k(x)}) \leq \sqrt{2\pi} \exp\left(\frac{1}{2\tilde{\gamma}_k(x_{\max})}\right) \eta \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)有

$$(P_k^{\text{SIC}}(x) - P_k^{\text{SIC}}(0)) < \eta \quad (10)$$

记  $s_{10} = 4 \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{jk}^2 a_{jk}^2 P_j^{\text{SIC}}(0)$ ,  $\hat{\gamma}_k(x) = s_{10} + s_2 x^2 + s_3 + s_4$ ,

显然  $\tilde{\gamma}_k(0) = \hat{\gamma}_k(0)$ 。在  $\tilde{\gamma}_k(x)$  中, 由于  $s_1$  与  $s_2 x^2 + s_3 + s_4$  相比是很小的, 因此  $\tilde{\gamma}_k(x) \approx \hat{\gamma}_k(x)$ , 代入式(9)近似计算得:

$$x < \sqrt{\frac{\hat{\lambda}_k - s_{10} - s_3 - s_4}{s_2}} \quad (11)$$

其中  $\hat{\lambda}_k = \frac{1}{\left[ \frac{1}{\sqrt{\tilde{\gamma}_k(0)}} - \sqrt{2\pi} \exp\left(\frac{1}{2\tilde{\gamma}_k(x_{\max})}\right) \eta \right]^2}$ 。这表明, 欲使

得式(10)成立, 只要幅度失配率  $x$  满足式(11)即可。因此, 式(11)给出了幅度失配率与信噪比以及  $\eta$  之间的定量关系, 确定其中一个变量, 则可以获得其余两个变量的定量关系。

### 5 仿真实验

为了进一步验证理论分析结果, 本文对用户总数为 5 的 DS/CDMA 系统, 采用相干 BPSK 调制和解调技术进行仿真。特征波形的互相关值为  $\rho_{jj} = 1, j = 1, \dots, 5$ ,  $\rho_{12} = \rho_{13} = -1/15$ ,  $\rho_{14} = \rho_{15} = -\rho_{23} = \rho_{24} = \rho_{25} = 5/15$ ,  $\rho_{34} = -7/15$ ,  $-\rho_{35} = \rho_{45} = 3/15$ , 处理增益为  $N=15$ 。用户 1 的信号能量分别比用户 2, 用户 3, 用户 4, 用户 5 强 0dB, 5dB, 5dB, 10dB。图 1, 图 2 分别给出了用户 2 和弱信号用户 5 在不同幅度失配率  $x$  下的误码性能比较。从图 1, 图 2 可以看到,

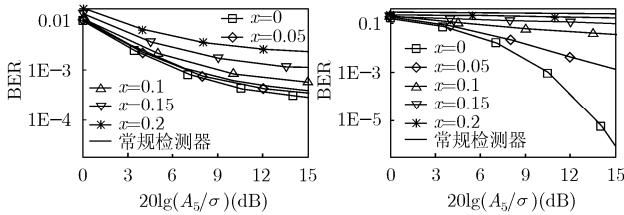


图1 用户2在不同幅度失配率下的误码性能比较

图2 用户5在不同幅度失配率下的误码性能比较

无论是用户2或用户5,其误码性能随着幅度失配率增加而降低,并且恶化程度加剧,这表明大的幅度失配严重影响着系统误码性能,和命题1一致。当 $x=0.05$ 时,用户2和用户5的误码率曲线与无幅度失配的误码率曲线相差不大,这表明系统可以容忍0.05的幅度失配率;当 $x \geq 0.1$ 时,用户2和用户5的误码性能均有较大的损失,用户5的误码性能接近常规检测器误码性能,而用户2的误码性能甚至比常规检测器误码性能还要差。对同一幅度失配率而言,用户5由幅度失配引起的性能损失较用户2要大,这说明,与强信号相比,弱信号对幅度失配更加敏感。

图3给出了用户2在 $\eta$ 取不同值时幅度失配率与信噪比的定量关系,这里 $x_{\max}=1$ 。从图3可以看出,对给定 $\eta$ ,随着信噪比的增加,幅度失配率将变小,与利用式(4)和式(10)描述是吻合的,这是因为,当信噪比增加时,无幅度失配误码率将变小,为了保证具有幅度失配的SIC误码率与其下限不超过 $\eta$ ,此时幅度失配率要小,这意味着,在给定 $\eta$ 时,系统在低信噪比区间所能容忍的幅度失配要大于在高信噪比区间容忍的幅度失配,这也就清楚的解释了为什么当存在特定的幅度失配时,低信噪比区间的误码率曲线要比高信噪比区间的曲线更接近无幅度失配的误码率曲线。图3表明,系统所能容忍的幅度失配与 $\eta$ 有关,随着 $\eta$ 的增加而变大。

图4给出了用户2—用户5在 $20\lg(A_5/\sigma)=10\text{dB}$ 时幅度失配率与 $\eta$ 的定量关系。图4表明,对于给定的信噪比和损失度 $\eta$ ,信号越强,能够容忍的幅度失配越大。 $\eta$ 随幅度失配率的增加而变大。

6 结束语

本文利用高斯近似分析方法给出了具有幅度失配的SIC

检测器误码率的近似迭代公式,对幅度失配影响SIC检测器误码性能进行了分析并给出了定量分析公式,这些结果为SIC检测器的性能分析和设计提供了理论基础和向导。

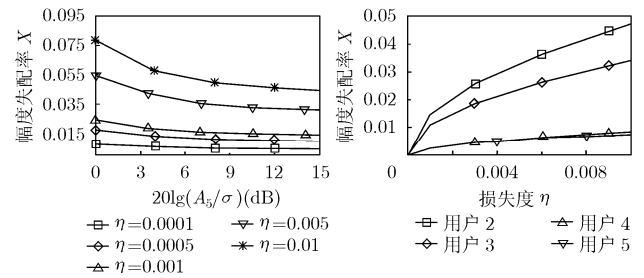


图3  $\eta$ 取不同值时用户2的幅度失配率与信噪比的定量关系

图4 用户2—用户5在 $20\lg(A_5/\sigma)=10\text{dB}$ 时幅度失配率与 $\eta$ 的定量关系

参考文献

- [1] Verdu S. Multiuser Detection[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998: 112-136.
- [2] Varanasi M K and Aazhang B. Multistage detector in asynchronous code-division multiple access communications [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1990, 38(4): 509-519.
- [3] Patel P and Holtzman J. Analysis of a simple successive interference cancellation scheme in a DS/CDMA system[J]. *IEEE J. Select Areas Commun.*, 1994, 12(5): 2477-2484.
- [4] Lai Kuei-Chian. Performance evaluation of a generalized linear SIC for DS/CDMA signals[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2003, 51(6): 1604-1614.
- [5] Lai Kuei-Chian. Analysis of the linear SIC for DS/CDMA signals with random spreading[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(12): 3417-3428.
- [6] Liu Tsung-Hsien. Decision-feedback multiuser detection with orthogonal feedforward transformation [J]. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2004, 53(5): 1370-1378.

张东红: 男, 1972年生, 副教授, 博士生, 从事阵列信号处理、自适应信号处理以及多用户检测方面的研究。  
 廖桂生: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 主要从事统计信号处理、子波变换和神经网络及其在雷达、通信中的应用研究。