

一种 PCM 相参脉冲序列多普勒频率变化率估计算法

郁春来 万建伟 占荣辉

(国防科学技术大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘要: 相位编码调制信号是一种典型的脉冲压缩信号, 广泛应用于脉冲压缩体制的低截获概率雷达中。来波信号中多普勒频率变化率的高精度估计是基于质点运动学原理的单站无源定位与跟踪的一个关键技术。该文针对信号脉内相位调制和多普勒频率变化率信息非常微弱的特点, 提出了一种快速高精度估计算法, 通过相邻脉冲间的时域相关消除了相位调制对参数估计的影响, 频域积累增强了信噪比, 利用脉冲间的相参特性进行频谱相关消除了相位模糊, 并放大了多普勒频率变化率信息。算法计算量小, 为实际应用提供了良好条件。计算机仿真结果证明了算法的有效性。

关键词: 单站无源定位与跟踪; 相位编码调制; 相参脉冲序列; 多普勒频率变化率

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)10-2303-04

An Estimation Algorithm for Doppler Frequency Rate-of-Change with PCM Coherent Pulse Train

Yu Chun-lai Wan Jian-wei Zhan Rong-hui

(Collage of Electronic Science and Engineering, NUDT Changsha 410073, China)

Abstract: PCM signal is a kind of pulse compression signal which is widely used in low probability of intercept adopting pulse compression radar system. An accurate estimation of Doppler frequency rate-of-change from received signal is a key technology in the passive locating and tracking system of single observer based on particle kinematics theory. In consideration of the in-pulse phase modulation and Doppler frequency rate-of-change's subtleness, a fast and accurate algorithm is proposed. The influence to parameter estimation with phase modulation is dismissed by time domain correlation between neighboring pulses. Signal noise ratio is increased by frequency domain accumulation. Frequency domain correlation is used to realize phase unwrapping and enhance the Doppler frequency rate-of-change based on the coherent characteristic between pulses. This algorithm has small computation which provides well condition for application to practice. The computer simulation results demonstrate the efficiency of this algorithm.

Key words: Single observer passive location and tracking; PCM; Coherent pulse train; Doppler frequency rate-of-change

1 引言

基于质点运动学原理的单站无源定位与跟踪技术是在角度观测量的基础上增加了角度变化率和径向加速度两个信息, 是一种快速高精度的定位方法, 如何获取径向加速度信息及其估计精度能否满足单站无源定位与跟踪的要求是一个关键技术^[1]。雷达信号中的多普勒频率变化率信息反映了运动目标和观测平台之间的径向加速度信息, 估计多普勒频率变化率信息对实现运动目标的定位与跟踪具有重要的意义^[2, 3]。相位编码调制(Phase Code Modulation, PCM)信号是一类时变信号, 在脉冲压缩雷达和各种低截获技术雷达中获得广泛应用, 由于脉冲内进行了相位调制, 直接估计其多普勒频率变化率的难度比较大, 关于这一方面的报道非常少。研究 PCM 相参脉冲序列中多普勒频率变化率的估计算法具有重要的理论和应用价值。

文献[4]研究了频率及频率变化率联合估计的最大似然方法; 文献[5]通过相位多项式建模的方法估计多普勒频率变化率; 文献[6]利用脉冲间的相参特性通过谱相关方法测量多普勒频率变化率; 文献[7]通过频率差分间接估计多普勒频率变化率。以上方法并不适用于有脉内相位调制的相参脉冲序列。Hill 对 PCM 信号进行幂运算, 消除相位突变的影响^[8], 由于幂运算的非线性, 可能使得最终的估计结果不是最优估计, 而且幂运算也降低了原始信号的信噪比。本文提出了一种适用于 PCM 相参脉冲序列多普勒频率变化率估计的新算法。

2 PCM 相参脉冲序列模型

假设目标辐射源发射载频为 f_c 的相参脉冲序列, 其数学形式可以表示为

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_r M(t) \text{rect}\left(\frac{t - nT_r}{\tau}\right) \exp[j(2\pi f_c t + \varphi_0)] \quad (1)$$

A_T 为发射信号的幅度, φ_0 为初始相位, $M(t)$ 为脉内调制函数, 对于相位编码调制的信号有 $M(t) = \exp[j\phi(t)]$, $\text{rect}(t/\tau)$ 为脉宽为 τ 的矩形函数, T_r 为脉冲重复周期。目标辐射源与观测平台之间的相对距离为 $r(t)$ 可近似展开为时间的二项式, 一次项反映了目标的径向速度, 二次项反映了目标的径向加速度。由于目标雷达辐射源一般会做一定方式的扫描, 观测平台在一次扫描周期内接收到的信号时长较短, 在一次扫描周期内多普勒频率变化率 \dot{f}_d 近似不变, 接收到的射频信号表达式可以写成

$$s_R(t) = \sum_{p=0}^{P-1} A_p \exp\left\{j\left[2\pi(f_c + f_d)t + \pi\dot{f}_d t^2 + \varphi_0 + \phi(t - T_p)\right]\right\} \cdot \text{rect}\left(\frac{t - T_p}{\tau}\right) + v(t) \quad (2)$$

P 为一次观测时间内接收到的脉冲个数, f_d 为多普勒频率, T_p 为第 p 个脉冲到达时间, $v(t)$ 为观测噪声。射频信号经过本振信号混频后得到中频形式:

$$s(t) = \sum_{p=0}^{P-1} A_p \exp\left\{j\left[2\pi f_I t + \pi\alpha \dot{f}_d t^2 + \varphi_0 + \phi(t - T_p)\right]\right\} \cdot \text{rect}\left(\frac{t - T_p}{\tau}\right) + v(t) \quad (3)$$

中频 $f_I = f_c + f_d - f_L$ (其中 f_L 为本振频率), 以采样频率 $f_s = 1/T_s$ 对中频信号进行正交采样, 为分析方便, 不妨假设每个脉冲的采样点数均为 N , 得到中频采样信号的离散形式:

$$s(n) = \sum_{p=0}^{P-1} A_p \exp\left\{j\left[2\pi F_I n + \pi\alpha n^2 + \varphi_0 + \phi(n - K_p)\right]\right\} \cdot \text{rect}\left(\frac{n - K_p}{N}\right) + v(n) \quad (4)$$

$F_I = f_I/f_s$ 为归一化中心频率, $\alpha = \dot{f}_d/f_s^2$ 为归一化多普勒频率变化率。 $K_p = f_s T_p$ 为第 p 个脉冲的起始采样点, $v(n)$ 为复高斯白噪声, 满足

$$\left. \begin{aligned} E[v(n)] &= 0 \\ E[v(m)v(n)] &= 0 \\ E[v(m)v^*(n)] &= \delta_{m,n}\sigma_v^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

3 PCM 相参脉冲序列多普勒频率变化率估计算法

式(4)中的第 p 个脉冲数学表达式可以写成:

$$s_p(n) = A_p \exp\left\{j\left[2\pi F_I n + \pi\alpha n^2 + \varphi_0 + \phi(n - K_p)\right]\right\} + v(n), \quad n = K_p, \dots, K_p + N - 1 \quad (6)$$

通过变量代换并整理式(6)可以得到:

$$\begin{aligned} s_p(n) &= A_p \exp\left\{j\left[\omega_p n + \pi\alpha n^2 + \varphi_p + \phi(n)\right]\right\} + v_p(n) \\ &= \hat{s}_p(n) + v_p(n), \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \end{aligned} \quad (7)$$

$\omega_p = 2\pi(F_I + \alpha K_p)$, $\varphi_p = \varphi_0 + 2\pi F_I K_p + \pi\alpha K_p^2$ 等效为第 p 个脉冲的初始角频率和初始相位。由于脉组内各个脉冲的相位编码规律一致, 定义脉冲间自相关算子 $c_p(n)$:

$$c_p(n) = s_{p+1}(n)s_p^*(n) = A_{p+1}A_p \cdot \exp\left\{j\left[(\omega_{p+1} - \omega_p)n + (\varphi_{p+1} - \varphi_p)\right]\right\} + v'_p(n) \quad (8)$$

$v'_p(n)$ 为新构成的噪声项:

$$v'_p(n) = \hat{s}_{p+1}(n)v_p^*(n) + \hat{s}_p^*(n)v_{p+1}(n) + v_{p+1}(n)v_p^*(n) \quad (9)$$

从式(8)和式(9)可以看出: 通过脉冲间的相关运算消除了相位调制项 $\phi(n)$, 同时也引入了噪声交叉项 $v_{p+1}(n) \cdot v_p^*(n)$ 。用 FFT 进行谱峰搜索, 可以获得式(4)中每个脉冲的初始角频率估计值 $\hat{\omega} = [\hat{\omega}_1, \hat{\omega}_2, \dots, \hat{\omega}_P]^T$ 。定义积累因子 g_p :

$$g_p = \sum_{n=0}^{N-1} c_p(n) \exp[-j(\hat{\omega}_{p+1} - \hat{\omega}_p)n] \quad (10)$$

将式(8)代入式(10)整理得到:

$$\begin{aligned} g_p &= \sum_{n=0}^{N-1} v'_p(n) \exp[-j(\hat{\omega}_{p+1} - \hat{\omega}_p)n] + A_{p+1}A_p \\ &\quad \cdot \frac{\sin\left[(\omega_{p+1} - \hat{\omega}_{p+1} - \omega_p + \hat{\omega}_p)N/2\right]}{\sin\left[(\omega_{p+1} - \hat{\omega}_{p+1} - \omega_p + \hat{\omega}_p)/2\right]} \exp\left\{j\left[\varphi_{p+1} - \varphi_p\right]\right\} \\ &\quad + (\omega_{p+1} - \hat{\omega}_{p+1} - \omega_p + \hat{\omega}_p)(N-1)/2 \end{aligned} \quad (11)$$

上式中第一项为噪声的 DFT 变换:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} v'(n)_p \exp[-j(\hat{\omega}_{p+1} - \hat{\omega}_p)n] &= \varepsilon(p+1) + \varepsilon^*(p) \\ &\quad + \sum_{n=0}^{N-1} v_{p+1}(n)v_p^*(n) \exp[-j(\hat{\omega}_{p+1} - \hat{\omega}_p)n] \end{aligned} \quad (12)$$

在信噪比较高的时候式(12)中的第 3 项可以忽略不计, 加性噪声 ε 可以近似等效为相位实噪声 u , 近似成立的信噪比门限大约为 10dB^[9], 这样就将多普勒频率变化率的非线性估计问题转化为线性问题来求解。积累因子 g_p 的相位可以写成:

$$\begin{aligned} \arg(g_p) &= 2\pi(K_{p+1} - K_p)F_I + \pi(K_{p+1} - K_p) \\ &\quad \cdot (K_{p+1} + K_p + N - 1)\alpha - (\hat{\omega}_{p+1} - \hat{\omega}_p) \\ &\quad \cdot (N-1)/2 + u(p+1) - u(p) \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)中包含两个未知参数 F_I 和 α , 在噪声分布已知的时候可以得到未知参数的最小方差估计值。由于式(13)第 1 项的影响, 直接测量式(13)会存在相位模糊, 因此有必要消除相位测量模糊, 引入频域相关变量 Q_p :

$$\begin{aligned} Q_p &= g_{p+1}g_p^* \exp\left\{j\left[(\hat{\omega}_{p+2} - 2\hat{\omega}_{p+1} + \hat{\omega}_p)(N-1)/2\right.\right. \\ &\quad \left.\left. - \bar{\omega}(K_{p+2} - 2K_{p+1} + K_p)\right]\right\} \end{aligned} \quad (14)$$

$\bar{\omega} = \sum_{p=1}^P \omega_p/P$ 为平均角频率。将式(11)代入式(14), 整理得

到变量 Q_p 的相位:

$$\begin{aligned} \arg(Q_p) &= (2\pi F_I - \bar{\omega})ET_p + \pi \\ &\quad \cdot \left[K_{p+2}^2 - 2K_{p+1}^2 + K_p^2 + (N-1)ET_p\right]\alpha + MA(p) \end{aligned} \quad (15)$$

$ET_p = K_{p+2} - 2K_{p+1} + K_p$, 在脉冲重复周期近似恒定的时候, ET_p 近似等效为脉冲间的重复周期误差。 $MA(p) = u(p+2) - 2u(p+1) + u(p)$, 在噪声比较平稳时为一滑动平均序列, 其协方差阵为 $\text{cov}(\mathbf{MA}) = \sigma_u^2 \mathbf{R}$, σ_u^2 为相位噪声 u 的方差。 \mathbf{R} 可以看作是均值为 0 方差为 1 的白噪声以系数 1,

-2 和 1 构成的滑动平均序列的协方差阵:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -4 & 6 & -4 & 1 & \ddots & \vdots \\ 1 & -4 & 6 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & -4 & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -4 & 6 & -4 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -4 & 6 \end{bmatrix}_{P-2 \times P-2} \quad (16)$$

要使得 Q_p 的相位测量值总在 $(-\pi, \pi]$ 范围内, 要求脉冲角频率估计误差 σ_ω 和脉冲重复周期抖动误差 σ_{T_r} 满足:

$$|\sigma_\omega \sigma_{T_r}| \ll \pi \quad (17)$$

雷达的重复周期抖动误差一般在纳秒级, 式(17)的条件不难满足。通过测量变量 Q_p 的相位构成新的观测量 $z(p)$:

$$z(p) = \arg(Q_p) + \bar{\omega} E T_p = 2\pi E T_p F_1 + \pi [K_{p+2}^2 - 2K_{p+1}^2 + K_p^2 + (N-1) E T_p] \alpha + M A(p) \quad (18)$$

写成矩阵形式:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{M}\mathbf{A} \quad (19)$$

$\mathbf{Z} = [z(1), z(2), \dots, z(P-2)]^T$ 为观测量, \mathbf{H} 为 $P-2 \times 2$ 维观测矩阵, $\boldsymbol{\theta} = [F_1, \alpha]^T$ 为待估计的向量参数, 噪声比较平稳时可以采用最小方差准则得到 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{R} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R} \mathbf{Z} \quad (20)$$

估计方差阵为

$$\text{var}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{\sigma_u^2 (\mathbf{H}^T \mathbf{R} \mathbf{H})} \quad (21)$$

显然 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计值和相位实噪声的方差 σ_u^2 无关。获得估计值 $\hat{\alpha}$ 后, 即可通过以下变换得到真实的多普勒频率变化率估计值:

$$\hat{f}_d = f_s^2 \hat{\alpha} \quad (22)$$

4 算法性能分析和数值仿真

对于参数估计算法来说, 其统计特性是最重要的衡量指标, 一般是通过在不同条件下参数估计的方差与克拉美-罗下限(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)的逼近程度, 越接近 CRLB 说明参数估计性能越好。实际上严格推导式(4)中的各个未知参数的 CRLB 比较困难, 文献[10]讨论了多项式相位信号参数估计的 CRLB 近似表达式; 文献[11]在前人研究的基础上作了改进, 得到了比较简洁的表达式:

$$\text{CRLB}(\alpha) = \left(\frac{\sigma}{A}\right)^2 \frac{90}{N^5 T_s^4} \quad (23)$$

对式(23)开方就可以得到 CRLB 的均方值。从 CRLB 的表达式可以看出: 多普勒频率变化率的估计精度和信噪比和

有效数据长度(等效为有效观测时间)关系最为密切, 因此以下着重研究多普勒频率变化率估计随信噪比和观测时间的变化关系。

假设 PCM 相参脉冲序列的中心频率 $f_l = 30 \text{ MHz}$, 脉冲重复周期 $T_r = 1 \text{ ms}$, 频率(包括中心频率和脉冲重复频率)的短期稳定性为 $1 \times 10^{-10} \text{ Hz/s}$, 采样频率 $f_s = 100 \text{ MHz}$, 子脉冲宽度为 $1 \mu\text{s}$, 多普勒频率变化率真值为 62.5 Hz/s 。假设 PCM 信号的编码序列为 0000011001010 的二相编码, 观测时间为 50 ms , 信噪比从 0 dB 增加到 30 dB , 仿真结果如表 1 所示, 不同信噪比条件下频率抖动对估计的均方误差影响较小, 在信噪比高于 5 dB 的时候多普勒频率变化率估计的均方误差能达到 Hz/s 量级。为进一步验证算法性能, 在不同参数情况下进行 Monte Carlo 实验。

(1)PCM 信号的编码序列为 0000011001010 的二相编码, 观测时间从 20 ms 增加到 100 ms , 信噪比为 30 dB 时对不同观测时间进行 200 次 Monte Carlo 实验, 多普勒频率变化率估计精度和观测时间的关系如图 1 所示。

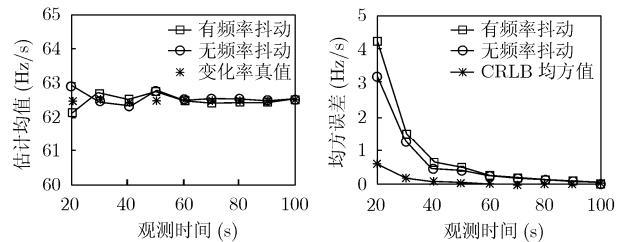


图 1 二相编码序列多普勒频率变化率估计精度随观测时间变化

(2)PCM 信号的编码序列为 0000012302020321 的四相编码, 信噪比从 5 dB 增加到 50 dB , 观测时间为 50 ms 时在不同信噪比下进行 200 次 Monte Carlo 实验, 多普勒频率变化率估计精度随信噪比变化曲线如图 2 所示; 观测时间从 20 ms 增加到 100 ms , 信噪比为 30 dB 时对不同观测时间进行 200 次 Monte Carlo 实验, 多普勒频率变化率估计精度和观测时间的关系如图 3 所示。

从仿真结果可以看出: 本文提出的多普勒频率变化率估计算法在不同参数条件下能达到 CRLB, 估计均方误差随着信噪比和观测时间的增加下降很快; 对频率抖动不敏感; 估计均值随着信噪比和观测时间的增加逼近真值; 对二相编码和四相编码序列都能准确估计多普勒频率变化率, 在一般的雷达工作参数条件下估计均方误差能达到单站无源定位与

表 1 观测时间为 50ms 时多普勒频率变化率估计均方误差

SNR(dB)	0	5	10	15	20	25	30
CRLB 均方值(Hz/s)	1.7838	1.0031	0.5641	0.3172	0.1003	0.0564	0.0317
均方误差(无频率抖动) (Hz/s)	18.9821	7.9487	3.6815	1.6317	1.1642	0.4834	0.3357
均方误差(有频率抖动) (Hz/s)	24.8600	8.3789	3.8696	1.9562	1.3752	0.6518	0.4663

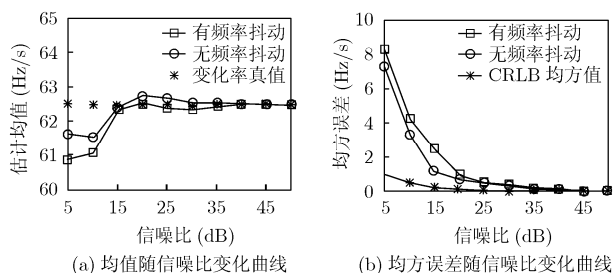


图2 四相编码序列多普勒频率变化率估计精度随信噪比变化

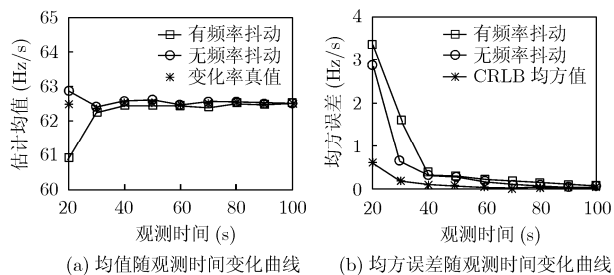


图3 四相编码序列多普勒频率变化率估计精度随观测时间变化

跟踪所要求的 Hz/s 量级估计精度。

5 结束语

针对PCM相参脉冲序列的特点,本文提出了一种快速高精度多普勒频率变化率估计算法,算法通过相邻脉冲间的时域相关消除了相位突变,对相关因子进行频域积累,增强了原始信号的信噪比,在频域的相关放大了多普勒频率变化率信息,并消除了相位测量模糊,在噪声比较平稳时可通过无模糊测量相位获得多普勒频率变化率的最小方差估计值。算法具有计算量小、精度高和工程实现简单的优点,在较低信噪比时也能获得较高的估计精度,能满足实际应用的需要。

参考文献

- [1] 孙仲康. 基于运动学原理的无源定位技术[J]. 制导与引信, 2001, 22(1): 40-44.
Sun Zhong-kang. Passive positioning technology based on kinematics[J]. *Guidance & Fuze*, 2001, 22(1): 40-44.
- [2] 郭福成. 基于运动学原理的单站无源定位与跟踪关键技术研究[D]. [博士学位论文], 长沙: 国防科学技术大学电子科学与工程学院, 2002.
- [3] 冯道旺. 利用径向加速度信息的单站无源定位技术研究[D].

[博士学位论文], 长沙: 国防科学技术大学电子科学与工程学院, 2003.

- [4] Abatzoglou T. Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1986, AES-22(6): 708-715.
- [5] Djuric Petar M and Kay Steven M. Parameter estimation of chirp signals[J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1990, 38(12): 2118-2126.
- [6] 冯道旺, 周一宇, 李宗华. 相参脉冲序列多普勒变化率的一种快速高精度测量方法[J]. 信号处理, 2004, 20(1): 40-43.
Feng Dao-wang, Zhou Yi-yu, and Li Zhong-hua. A fast and accurate estimator for Doppler rate-of-change with the coherent pulse train[J]. *Signal Processing*, 2004, 20(1): 40-43.
- [7] 龚享铤, 周良柱. 一种关于相参脉冲信号频率的最优估计算法[J]. 电子信息学报, 2004, 26(10): 1594-1600.
Gong Xiang-yi and Zhou Liang-zhu. New optimum algorithm for frequency estimation from coherent pulses[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2004, 26(10): 1594-1600.
- [8] Hill D A and Bodie J B. Experimental carrier detection of BPSK and QPSK direct sequence spread spectrum signals[C]. Canada: IEEE Military Communications Conference MILCOM, 1995: 362-367.
- [9] Tretter S A. Estimating the frequency of a noisy sinusoid by linear regression[J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1985, 32(6): 832-835.
- [10] Shimon P and Boaz P. The Cramer-Rao lower bound for signals with constant amplitude and polynomial phase[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991, 39(3): 749-752.
- [11] Branko R and Boualem B. Comments on "the Cramer-Rao lower bounds for signals with constant amplitude and polynomial phase" [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 46(6): 1708-1709.

- 郁春来: 男, 1981年生, 博士生, 从事雷达信号处理、电子对抗以及单站无源定位与跟踪等方向的研究工作。
- 万建伟: 男, 1964年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为现代信号处理。
- 占荣辉: 男, 1978年生, 博士生, 研究方向为现代信号处理、单站无源定位和跟踪。