

FRFT-OFDM 系统中 FRFT 域变换角度的估计

李 锋 朱世华 荣 玫

(西安交通大学信息与通信工程系 西安 710049)

摘要: 针对 FRFT-OFDM(分数阶傅里叶域的正交多载波)系统, 该文提出了一种基于信道时变传输函数的 FRFT 域角度参数的估计算法。该算法利用信道的时变传输函数, 对信道的 G-特征函数中时变频率和时间的关系进行了线性近似, 理论分析和仿真都表明, 相对于已有的角度参数估计方法, 该方法具有较低的复杂度, 在子载波个数为 128 的系统中, 该方法比传统方法复杂度可降低 10^4 数量级。该方法适用于信道时变性较强、多普勒频偏较大的场合。

关键词: 分数阶傅里叶变换; 正交频分复用; FRFT-OFDM; G-特征函数

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)10-2427-04

Estimation of the Angle Parameter in FRFT Domain for FRFT-OFDM Systems

Li Feng Zhu Shi-hua Rong Mei

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A new method of calculating the angle parameter in FRFT domain based on the eigenfunction of time-varying channel is proposed in this letter for FRFT-OFDM systems. The new scheme can estimate the angle parameter in real time based on the variation of the wireless channel. The relationship between the time-variant frequency of G-eigenfunction and time is approximated by linear function. Both theoretical analysis and computer simulation demonstrate that the new scheme has a low complexity compared with the traditional method. When the number of subcarriers is 128, the new scheme can reduce the complexity by 10^4 compared with the traditional method. This new scheme has advantage when the Doppler spread is large or the time variation of the channel is fast.

Key words: FRactional Fourier Transform (FRFT); Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM); FRFT-OFDM; G-eigenfunction

1 引言

多载波技术是当前研究的热点之一。移动台移动速率和多普勒频偏的增大, 使信道的时变特性对信号的影响不可忽略。此时, 传统的 OFDM 技术已经不能很好地适应这种快变信道。针对这一问题, 有学者提出采用具有时变频率的基函数来构造正交多载波系统^[1,2]。在文献[1]中, 作者提出了基于 chirp 信号的正交多载波系统。该系统采用 FRFT(分数阶傅里叶变换)代替传统的傅里叶变换进行信号处理并且优于传统的 OFDM 系统。另外该系统采用了和 FFT 复杂度相当快速算法^[3], 因此具有很大的吸引力。但是文献[1]在计算 FRFT 域变换角度时, 采用了一种遍历搜索算法。正如文献[1]中指出的, 这种搜索算法很难实时地给出结果。针对这一问题, 本文将给出一种可实时计算 FRFT 域变换角度的算法。

2 系统模型

基于 FRFT 的正交多载波系统框图如图 1 所示^[1]。其中 s 为发送向量, r 为接收向量, n 为加性高斯白噪声。图中 $F[-\alpha]$ 和 $F[\alpha]$ 分别代表 $p = 2\alpha/\pi$ 阶分数阶傅里叶变换, Λ 为一个对角阵, 表示分数阶域的滤波参数^[3], 它相当于 OFDM 系统中的单步频域均衡矩阵。

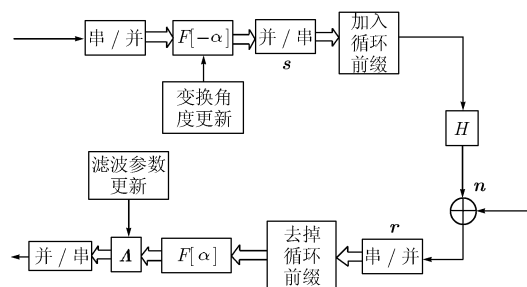


图 1 分数阶傅里叶域的 OFDM 系统

2007-04-10 收到, 2007-09-29 改回

国家自然科学基金(60372055)和博士点基金(20030698027)资助课题

3 FRFT-OFDM 系统中 FRFT 域角度参数估计

令信道时变冲激响应为 $h(t, \tau)$ ，则该信道在输入为 $x(t)$ 时的输出为

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau)x(t - \tau)d\tau + v(t) \quad (1)$$

其中 $v(t)$ 为噪声。

不失一般性，假设信道冲激响应是平方可积的，根据文献[4]，此时信道的 G-特征函数 $\omega_\lambda(t)$ 存在，即存在函数 $\omega_\lambda(t)$ ，满足

$$\lambda\omega_\lambda(t - t_0)e^{j\lambda t_0}e^{j2\pi f_0 t} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \tau)\omega_\lambda(t - \tau)d\tau \quad (2)$$

其中 λ 表示 $\omega_\lambda(t)$ 对应的特征值。因此该特征函数适合用来传输信号。但是，式(2)仅仅说明了信道 G-特征函数的存在性，并没有给出它的具体形式。

采用文献[5]的信道模型：

$$h(t, \tau) = \sum_{q=0}^{Q-1} h_q e^{j2\pi f_q t} \delta(\tau - \tau_q) \quad (3)$$

其中 Q 为多径数， h_q ， f_q 和 τ_q 分别为第 q 径的幅度、多普勒频偏和时延。从式(3)可得信道时变传输函数 $h(t, f)$ 。另一方面，由文献[4,6]可知，对于一个具有较小频率扩展的线性时变信道，它对应于奇异值 λ 的右奇异函数 $v_\lambda(t)$ 可以近似地表示为如下多成分信号

$$v_\lambda(t) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{K_\lambda} A_k^\lambda e^{j\phi_k^\lambda(t)}, & t \in I_k^{(\lambda)} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

它的瞬时频率 $f_k^{(\lambda)}(t) = \dot{\phi}_k^{(\lambda)}(t)/2\pi$ 有如下关系成立

$$\left| H(t, f_k^{(\lambda)}(t)) \right|^2 = \lambda^2 \quad (5)$$

其中 $\dot{\phi}_k^{(\lambda)}(t)$ 为 $\phi_k^{(\lambda)}(t)$ 的时间倒数， $I_k^{(\lambda)}$ 表示使式(5)具有 k 个实数解的支集， K_λ 表示式(5)的解的个数， A_k^λ 表示选取的幅度。式(5)实际上给出了具有较小频率扩展的线性时变信道的 G-特征函数的瞬时频率和时间的关系。

由式(5)可知，信道的 G-特征函数和 $|h(t, f)|^2$ 的等高线有关。当信道为静态信道，即 $h(t, f) = h(f)$ 时， $|h(t, f)|^2$ 的等高线为直线；反之，当信道为快变信道时， $|h(t, f)|^2$ 的等高线为近似的椭圆^[6]，可参考图 2。如果把时变信道的 G-特征函数的时变频率和时间的关系用线性关系近似，得到对应的 chirp 信号并利用它传输信号，就比传统的 OFDM 系统和时变信道的特性更加匹配。而具有线性调频率的 chirp 信号可以用角度参数 α 来表征。另一方面，具有线性调频率的 chirp 信号是 FRFT 域的正交基，此时 FRFT 域的变换角度就是 α 。因此，本文实际上是用分数阶傅里叶域的变换角度 α 来刻画快变信道的特征。各个参数的关系如图 3 所示。

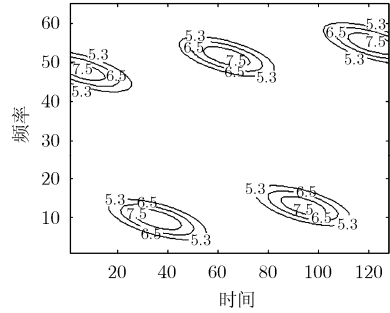


图 2 $\lambda^2 = 5.3, 6.5, 7.5$ 时 $|H(t, f)|^2$ 的等高线，fd = 0.1024

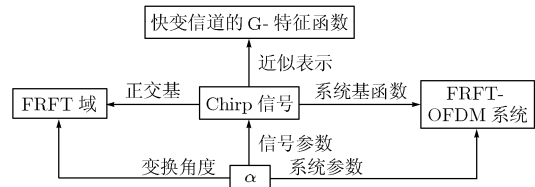


图 3 各参数关系图

具体算法如下：

设系统采用的基函数表达式为^[1]

$$f_{\alpha, n}(t) = \sqrt{\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{T}} \cdot \exp\left\{-j \frac{t^2 + (\sin(\alpha)n2\pi/T)^2 \cot \alpha + jn(2\pi/T)t}{2}\right\}$$

则 chirp 信号的调频率为 $-\cot(\alpha)$ 。本文的目标就是要找到一个合适的 $\alpha = \alpha_{opt}$ 。不失一般性，假设信道具有较小的频率扩展，由式(5)，得到一个高度为 λ^2 的 $|h(t, f)|^2$ 的等高线并将其投影到时间-频率平面上，就得到了一个 G-特征函数的瞬时频率 f 和时间 t 的关系

$$f = f^{(\lambda)}(t) \quad (6)$$

关于 λ 的取值，文献[4,6]有如下结论。

式(6)存在实数解，要求信道奇异值 λ 的模值以式(7)为界：

$$\min_{t, f} |H(t, f)| \leq \lambda \leq \max_{t, f} |H(t, f)| \quad (7)$$

在离散系统里就得到了式(6)的一组采样点 $\{t_i, f_i\}, i = 1, 2, \dots, n$ 。对这一组采样点做线性拟合，得到与之最接近的线性函数表达式

$$f = K_{opt}t \quad (8)$$

的斜率 K_{opt} ，即求出

$$K_{opt} = \arg \min \left(\sum_{i=1}^n (f_i - Kt_i)^2 \right) \quad (9)$$

就是所求的调频率。令 α_{opt} 表示与之对应的 FRFT 域的角度参数，那么

$$\alpha_{opt} = -\arg \cot(K_{opt}) \quad (10)$$

式(9)是一个二次函数求极值问题，它的解存在并唯一。令其右半部分对 K 求导，则有

$$(-2)\sum_{i=1}^n (f_i - K_{opt}t_i)t_i = 0 \quad (11)$$

所以

$$K_{opt} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i t_i}{\sum_{j=1}^n t_j^2} \quad (12)$$

那么

$$\alpha_{opt} = -\arccot \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i t_i}{\sum_{j=1}^n t_j^2} \right) \quad (13)$$

到此,我们就得到了和信道的 G-特征函数最近似的 chirp 信号的线性调频率以及在 FRFT 域中的变换角度。将该算法流程总结如图 4。

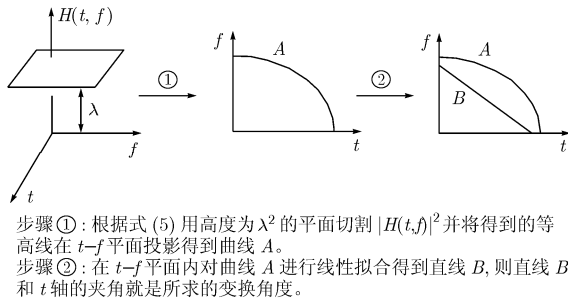


图4 算法流程图

将该方法和文献[1]中的系统相结合,就可以根据信道的变化,实时的估计并调整 FRFT 域变换的角度参数,增大了该系统的实用性。

4 算法分析与仿真

设每次用于估计信道的符号块数目为 P , 每个符号块含有 N 个子载波。根据式(13), 估计到信道状态信息后, 本文算法至多需要 $2PN$ 次乘法, $2PN$ 次加法, 1次除法和1次反三角函数计算。再经过 $2PN$ 次乘法, $2PN$ 次加法和 N 次除法就可以得到乘性滤波器的系数。而对于文献[1]的算法, 根据文献[1]中式(25)和式(26), 设总共需要搜索的角度个数为 M , 则共需要 $M(5PN + 3N)$ 次乘法, $M(5PN - 2N)$ 次加法和 MN 次除法。因此, 本文算法比文献[1]的一次搜索的复杂度都低, 故可极大地降低计算复杂度。

如果特征函数的时变频率和时间的非线性关系比较明显的话, 再进行线性近似就会引入比较大的误差。另外, 本算法基于信道估计的信息。和真实的信道信息之间存在一定的误差, 对系统性能也会造成影响。这也是本算法的缺点。

用计算机仿真来验证上述方法的有效性。选择在多径瑞利衰落信道中, 将结合了本文方案的 FRFT-OFDM 系统的误码性能进行仿真, 两种系统都未进行编码。系统载波频率为 5.2GHz, 带宽为 1MHz, 子载波个数为 128, 循环前缀长

度为 32, 调制方式为 QPSK, 每 6 个 OFDM 块作为一帧, 每帧数据包含 1536bit, 采用 WSSUS 信道, 多径数目为 10, 功率延迟谱服从负指数分布, 衰落常数为 4, 各径延迟成等间隔分布, 第一径的相对时延为 0, 采用式(3)方法生成信道系数, 采样间隔为 10^{-6} s, 各径多普勒频移相等, 仿真中取 800Hz 和 400Hz 两种情况进行讨论, 进而归一化多普勒频偏 f_D 分别为 0.1024 和 0.0512。仿真中用来估计角度参数的训练序列为 5 帧、 $P = 30$ 个 OFDM 块。

图5给出了 f_D 为 0.1024 时 $|H(t, f)|^2$ 的时频分布图。图2给出了 $\lambda^2 = 5.3, 6.5, 7.5$ 时图5中 $|H(t, f)|^2$ 的等高线在时频平面的投影。图6给出了误码性能曲线。作为对比, 图中有两条曲线首先对系统的变换角度进行了搜索。由图可知, 多普勒频偏为 0.0512 和 0.1024 时, 分别采用本文算法和搜索算法的系统性能在高信噪比时相差大约 0.6dB 和 0.7dB。图中同时也给出了 FRFT-OFDM 系统和传统 OFDM 系统的性能对比, 可以看到, 无论采用搜索算法还是本文算法, 误码性能均好于传统 OFDM 系统。

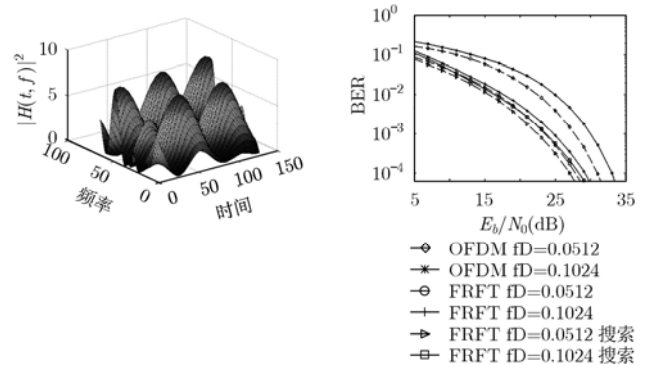


图5 $|H(t, f)|^2$ 的时频分布, 图6 算法性能仿真及比较 $f_D=0.1024$

5 结束语

本文提出了一种根据信道的 G-特征函数估计 FRFT 域角度参数的方法。并将其应用在 FRFT-OFDM 系统中。该算法不需要搜索, 在不求出信道 G-特征函数具体形式的情况下计算变换角度, 因此具有较低的复杂度, 但同时也受到信道估计精度的影响。因此下一步的工作是研究更准确的表示信道的非线性时变频率的方法, 并将其应用于多载波系统中。

参考文献

[1] Martone M. A multicarrier system based on the Fractional Fourier Transform for Time-Frequency-Selective channels [J]. *IEEE Trans on Communications*, 2001, 49 (16): 1011-1020.
[2] Barbarossa S and Torti R. Chirped-OFDM for transmissions over time-varying channels with linear delay/doppler

- spreading [A]. Proc ICASSP [C]. Salt Lake City, UT: IEEE Press, 2001: 2377-2381.
- [3] 陶燃, 齐林, 王越. 分数阶Fourier变换的原理与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004, 第4章.
- [4] Sergio B. Multiantenna Wireless Communication Systems [M], Boston, Artech House, 2005: 77-89.
- [5] Crespo P M and Jimenez J. Computer simulation of radio channels using a harmonic decomposition technique. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 1995, 44(3): 414-419.
- [6] 刘郁林, 邵怀宗. 无线通信与移动通信中信号处理研究的新进展[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004: 333-335.
- 李 锋: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为 OFDM 技术、MIMO 系统.
- 朱世华: 男, 1950年生, 教授, 博士生导师, 长期从事移动通信、数字传输和程控交换等方面的研究.
- 荣 玫: 女, 1981年生, 博士生, 研究方向为 CPM 以及 OFDM 技术.

IEEE 第四届工业电子与应用国际会议征文通知

The 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA 2009)

The 4th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA 2009) is organized by the IEEE Industrial Electronics (IE) Chapter of Singapore, Northwestern Polytechnical University (NPU) and IEEE Xi'an section. It will be held in Xi'an, China from 25th to 27th May 2009. The Proceedings of ICIEA will be included in the IEEE Xplore database and indexed by Ei Compendex.

Conference Tracks:

Industrial Informatics: Human-machine interactions, Diagnosis and prognosis, Intelligent automation, Intelligent transportation system, Manufacturing execution systems, Networked embedded controllers, Machine-to-machine, Condition based maintenance, SOA, Multi-agent systems

Computational Intelligence: Artificial neural network, Fuzzy systems, Genetic algorithm, Evolutionary computing, Machine learning, Data mining

Control and Systems: Adaptive and intelligent control, Hybrid control, Digital control theory and development, Robust control, Nonlinear systems and control, Process control, networked control, cooperative control, bio-control

Energy and Environment: Energy management and control systems, Energy distribution, storage and recovery, Alternative and green energy, Waste management, Waste treatment and recycling, Water network and security, Sensor technologies, Intelligent Micro-grids

Mechatronics: Robotics, Sensors and actuators, Sensor fusion, High precision motion control, Micro electromechanical systems, industrial automation, Remote operation

Power Electronics: Power devices and components, Power quality control, FACTS, PFC, STATCOM, Harmonic analysis and compensations, Switching circuits and power converters, Motors and drives

Signal Processing: Image processing, Computer vision, Bio-image processing, Audio/video processing, Data processing, Estimation and identification, Remote sensing

Network and Communication Technologies: Network protocols, Mobile computing, Mobile ad hoc networks, Mobile agents, Network architectures, Quality of services, Cross-layer design/optimisation, Design and performance evaluation, Traffic control, Wireless systems

Aerospace Electronics and Information System: Design, integration, test or analysis of electronic components and systems. Acquisition, transmission, processing, fusion, management, simulation and display of information for aerospace systems

Special Session

A Special Session on `Design, Analysis and Tools for Integrated Circuits and Systems is organized. Authors who are interested in the special session need to submit full papers to ss.datics@gmail.com. For details, please visit the special session website <http://digilander.libero.it/systemcfl/datics09-iciea>.

Important Deadlines:

Full Paper submission: 15 October 2008

Final Manuscript Submission: 01 March 2009

Notification of Acceptance: 15 January 2009

Author's Registration: 01 April 2009

Conference Web: <http://www.ieeeiciea.org/2009/>