## 基于理想自相关训练序列的双选信道估计方法

刘英男<sup>10</sup> 蒋 伟<sup>10</sup> 姚春光<sup>20</sup> 梁庆林<sup>10</sup> <sup>10</sup>(北京大学信息科学与技术学院 北京 100871) <sup>20</sup>(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘 要:**高速移动下的无线宽带通信要经历时间和频率双选择性衰落,近些年来双选信道的估计越来越受到关注。 该文利用复指数基扩展模型(BEM),提出一种基于理想自相关训练序列的双选信道估计方法,其训练序列的能量 均匀分布,能够消除峰均比的问题。文中分析并证明了具有理想自相关特性等间隔放置的训练序列,能够使信道估 计的 MSE 最小化。仿真表明与传统的 zero-padding 方式信道估计相比,在获得相同信道估计性能的情况下,采用 该文信道估计方法的系统的峰均比有很大改善。

**关键词**:信道估计;双选信道;基扩展模型;均方误差 中图分类号:TN92 **文献标识码**:A

文章编号: 1009-5896(2008)10-2423-04

# Doubly Selective Channel Estimation Based on Ideal Autocorrelation Sequence

Liu Ying-nan<sup>®</sup> Jiang Wei<sup>®</sup> Yao Chun-guang<sup>®</sup> Liang Qing-lin<sup>®</sup> <sup>®</sup>(School of Electronics Engineering and Computer Science, Peking University, Beijing 100871, China) <sup>®</sup>(Electronic Science and Engineer College, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: High data rates and high mobility-induced Doppler shifts introduce time- and frequency-selectivity in wireless links. Recently, doubly selective channel estimation has attracted much attention. In this paper, using a basis expansion channel model, a scheme based on ideal autocorrelation sequence is proposed for the estimation of doubly selective channel parameters. The training sequences have constant modulus so that large peak-to-average ratio problem can be avoided. It has been shown that the employment of this optimal pilot sequence can minimize Mean-Square Error (MSE) of the channel estimation. Simulation results demonstrate that the peak-to-average ratio of the proposed scheme is considerably improved compared to the existing zero-padding scheme for the same MSE performance.

Key words: Channel estimation; Doubly selective channel; Basis Expansion Model (BEM); Mean-square error

## 1 引言

下一代无线通信系统设计的目的是提供高速的数据传输,并且可以工作在高速移动的环境下。数据率的提高要求 有更宽的带宽,而带宽的提高会使采样间隔小于信道的延迟 扩展,这样在多径环境下就产生了频率选择性衰落。另一方 面用户的高速移动性使得传输信道随时间而快速变化,也就 是信道的时间选择性衰落。发射机和接收机之间的相对运动 和频偏都会导致信道快速时变,而且随着载频和移动速度的 提高,信道的时变特性越发明显。很多现在的无线通信系统 在高速移动下只能提供低速率传输(例如,UMTS),甚至在高 速环境下完全不能工作(例如,DVB-T 和 IEEE802.16)。未 来高移动性的宽带通信会受到时频双选择性衰落的严重影 响,因此近些年来双选信道的估计越来越受到关注,具有十 分重要的意义<sup>[1,2]</sup>。

2007-04-10 收到,2007-11-19 改回 国家自然科学基金(60462002)资助课题 为了进行信道估计,在发送的数据中周期地插入训练导频的方法叫做导频符号辅助调制(PSAM),这种方法起源于时变衰落信道的估计<sup>[3]</sup>,后来发展到时频双选信道的估计中<sup>[4]</sup>。 文献[4]利用信道的 BEM(基扩展模型)<sup>[5,6]</sup>表示,给出了时频双选信道的估计方法以及优化训练序列设计。文献[4]采用周期插入训练符号并且前后补零作为保护间隔(zero-padding)的方法,能够获得最大的信道容量下界,但由于训练序列的能量集中于中间的一个符号上,会导致发送信号产生一系列大的峰值,产生很大的峰均功率比,对于射频功放正常工作造成很大困难。本文提出一种基于理想自相关训练序列的双选信道估计方法,其训练序列包络恒定,能够消除峰均比的问题,并且能够最小化信道估计的均方误差。

本文以下主要由4部分组成:第2节介绍时间-频率选择 性信道模型以及系统传输模型;第3节给出本文所采用的训 练序列和相应的信道估计方法,分析信道估计的均方误差。 第4节给出仿真结果和分析。第5节给出本文的主要结论。

## 2 系统模型

本文采用复指数基扩展模型(BEM)<sup>[5,6]</sup>来近似时变多径 信道,即利用实际信道的多普勒频率扩展的有限带宽性质, 把一个块内的时变多径信道用数量很少的块内时不变的参 数来表示,这样可以降低估计的复杂度。采用复指数基扩展 模型有:

$$h(n;l) = \sum_{q=0}^{Q} h_{q,l} e^{j2\pi(q-Q/2)n/N}, \quad 0 \le l \le L, \ 0 \le n \le N$$
(1)

其中 $L := \lfloor \tau_{\max} / T_s \rfloor$ ,  $\tau_{\max}$ 是最大时延扩展。 $Q := \lceil f_{\max} NT_s \rceil$ , 其中 $f_{\max}$ 为最大多普勒频移。式(1)用Q+1个Fourier基来 捕获每一径上的时变特性,也就是说每一径的时变信道,仅 用Q+1个基的系数就可以表示,通常Q的取值很小(2或者 4),那么用较少数量的(Q+1)(L+1)个系数 $h_{q,l}$ 就可以描述整 个块内时变多径信道,而一个块的长度N通常很大,从几百 到几千,这样估计的参数数量大大降低,信道估计的复杂性 也大大降低。

图 1 给出了本文的收发信号模型,针对每一个传输的数 据块  $x = [x(1), \dots, x(N)]^{T}$ 需要进行一次信道估计, N 是整个 序列块的长度,估计 Q 个系数  $h_{q,l}$ 。每个数据块 x 包含 M 个 训练子块和 M 个数据子块。  $p_m$ 和  $s_m$ 分别表示 x 中的第 m个训练序列和数据子块, 1  $\leq m \leq M$ ,  $p_m$ 和  $s_m$ 分别添加长 度为 L 的循环前缀作为保护间隔。数据子块  $s_m$ 的长度为  $N_s$ ,训练序列的长度都为  $N_p$ ,所有训练序列采用固定的 训练序列。



由于存在 L 径的多径时延,接收端按照符号速率取样输  
出序列为 
$$y = [y(1), \dots, y(N+L)]^{T}$$
,其中  $y(n) = \sum_{l=0}^{L} h(n;l)x$   
· $(n-l) + w(n)$ , $h(n;l)$ 包括了信道增益以及发射与接收端滤  
波器共同作用的效果, $w(n)$ 是加性噪声。传输的数据块为  
 $x = [x(1), \dots, x(N)]^{T}$ ,这样输入与输出的关系可以写成:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}, \quad \boldsymbol{H} = \sum_{q=0}^{Q} \boldsymbol{D}_{q} \boldsymbol{H}_{q}$$
 (2)

其中  $\boldsymbol{D}_q = \text{diag}\left[1, e^{j\omega_q}, \dots, e^{j(N-1)\omega_q}\right]$ , 而  $\omega_q = 2\pi(q-Q/2)/N$ ,代表复指数基的频率。 $\boldsymbol{D}_q$ 体现了信道时变的部分, $\boldsymbol{H}_q$ 则包含了块内不变的基系数。

$$\boldsymbol{H}_{q} = \begin{pmatrix} h_{q,0} & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{q,L} & h_{q,0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & h_{q,L} \end{pmatrix}$$
(3)

## 3 信道估计和训练序列设计

#### 3.1 信道估计

估计过程就是首先建立训练序列输入和输出之间的关系,进而通过矩阵变换把输出用待估计参数矢量来表示,待估计参数的个数为(L+1)(Q+1),  $y_p$  信道输出至少要有 (L+1)(Q+1)个值。估计得到 $\hat{h}$  后,信道估计 $\hat{h}(n;l)$ 就可以通过公式(1)获得。

为了进行信道估计,我们把仅仅来自于训练序列产生的 信道输出写成:

$$\boldsymbol{y}_p = \boldsymbol{H}_p \boldsymbol{p} + \boldsymbol{w}_p \tag{4}$$

其中
$$p = [p_1^{\mathrm{T}}, \dots, p_M^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$$
,基于输入输出关系进一步写成:

$$\boldsymbol{y}_{p} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{y}_{1}^{p} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_{M}^{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{H}_{1}^{p} \boldsymbol{p}_{1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{H}_{M}^{p} \boldsymbol{p}_{M} \end{pmatrix} + \boldsymbol{w}_{p}$$
(5)

其中  $H_m^p = \sum_{q=0}^{Q} D_{q,m}^p H_{q,m}^p$ ,  $D_{q,m}^p$ 和  $H_{q,m}^p$ 分别是式(2)中  $D_q$ 和  $H_p$ 中的相应的子矩阵,  $D_{q,m}^p$ 体现了时变信道中含频率  $\omega_q$ 的部分;  $H_{q,m}^p$ 则包含了块内不变的基系数。注意到  $H_{q,m}^p$ 是一个 Toeplitz 结构形式,可以得到  $H_{q,m}^p P_m = P_m h_q$ , 其中  $P_m$  是一个  $N_p \times (L+1)$ 的 Toeplitz 矩阵。另外  $h_q = [h_{q,0}, \cdots, h_{q,L}]^T$ ,其中  $P_m$ 中的一列就是训练序列或者是它的循环移位 序列。这样输入输出关系最终可以写成矩阵形式:

 $\boldsymbol{y}_{p} = \boldsymbol{A}_{p}\boldsymbol{h} + \boldsymbol{w}_{p}$ 

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}^p \mathbf{B} & \mathbf{D}^p \mathbf{B} \end{pmatrix}$$

(6)

-1

$$\boldsymbol{A}_{p} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{0,1}^{r} & \boldsymbol{\Sigma}_{Q,1}^{r} & \boldsymbol{\Sigma}_{1}\\ \vdots & \cdots & \vdots\\ \boldsymbol{D}_{0,M}^{p} \boldsymbol{P}_{M} & \cdots & \boldsymbol{D}_{Q,M}^{p} \boldsymbol{P}_{M} \end{pmatrix}$$
(7)

并且 $h = [h_0^{\text{T}}, \dots, h_Q^{\text{T}}]^{\text{T}}$ , h 是待估计的(Q+1)(L+1)个 BEM 基 系数构成的列矢量。 $R_h$ 为h的自相关矩阵,根据式(6),可 以得到h的 MMSE 估计为

$$\hat{\boldsymbol{h}}_{\text{mmse}} = (\boldsymbol{A}_p^{\text{H}} \boldsymbol{A}_p + \sigma_w^2 \boldsymbol{R}_h^{-1})^{-1} \boldsymbol{A}_p^{\text{H}} \boldsymbol{y}_p$$
(8)

其中 $A_p$ 应该是列满秩的,秩为(L+1)(Q+1)。

#### 3.2 信道估计的均方误差

М

从式(8)得到,信道估计的 MSE 为

$$SE = E\left\{ \left\| \hat{h}(n;l) - h(n;l) \right\|^2 / \left\| h(n;l) \right\|^2 \right\}$$

$$E\left\{ \left\| \hat{h}(n;l) - h(n;l) \right\|^2 - h(n;l) \right\|^2 \right\}$$

$$= E\left\{\left\|\hat{\boldsymbol{h}} - \boldsymbol{h}\right\|^{2} / \left\|\boldsymbol{h}\right\|^{2}\right\} = \operatorname{tr}\left\{\left|\frac{1}{\sigma_{w}^{2}}\boldsymbol{A}_{p}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{p} + \boldsymbol{R}_{h}^{-1}\right|\right\}$$
(9)

由于有多径信道能量的归一化,所以有 $\|\boldsymbol{h}\| = 1$ 。假设 $h_{q,l}$ 彼此独立同分布,那么 $\boldsymbol{R}_h = \sigma_h^2 \boldsymbol{I}_{(Q+1)(L+1)}$ ,接收端已知,那么

训练序列的不同将影响 $A_p$ ,从而影响信道估计的 MSE。而 信道估计的 MSE:

$$\operatorname{tr}\left\{ \left( \frac{1}{\sigma_{w}^{2}} \boldsymbol{A}_{p}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}_{p} + \boldsymbol{R}_{h}^{-1} \right)^{-1} \right\} \geq \\ \sum_{k=1}^{(Q+1)(L+1)} \left( \left[ \frac{\rho}{\sigma_{w}^{2}} I_{(Q+1)(L+1)} + \boldsymbol{R}_{h}^{-1} \right]_{k,k} \right)^{-1}$$
(10)

在导频序列的总能量  $\rho$  不变的约束下,当且仅当满足  $\boldsymbol{A}_{p}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_{p} = \rho \boldsymbol{I}_{(Q+1)L}$ ,式(10)中等号成立,能够获得最小的 MSE。基于式(7)中 $\boldsymbol{A}_{p}$ 的构成,上面的条件等价于满足以下 两个条件。

$$\sum_{m=1}^{M} \boldsymbol{P}_{m}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{m} = \rho_{p} \boldsymbol{I}_{N_{p,m}}$$
(11)

$$\sum_{m=1}^{M} \boldsymbol{P}_{m}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{D}_{q_{1},m}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{D}_{q_{2},m}^{p} \boldsymbol{P}_{m} = 0, \qquad \forall q_{1} \neq q_{2} \qquad (12)$$

#### 3.3 训练序列设计

然而满足以上条件的优化训练序列并不能够直接得到, 为了分析优化训练序列的特点,定义整个训练序列为 $\boldsymbol{x}_p = [\boldsymbol{p}_1^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{0}_{1 \times N_{s,1}}, \cdots, \boldsymbol{p}_M^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{0}_{1 \times N_{s,M}}]^{\mathrm{T}}, x_p(n) 为 \boldsymbol{x}_p$ 的第n+1项,数据符号的部分用 0 替代,其中 0  $\leq n \leq N-1$ 。考虑到 $\boldsymbol{A}_p$ 的具体构成,可以得到优化训练序列满足 $\boldsymbol{A}_p^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}_p = \rho \boldsymbol{I}_{(Q+1)L}$ 等价于满足:

$$\sum_{n=0}^{N-1} x_p(n) x_p^*(n-l) e^{-j\frac{2\pi}{N}qn} = \rho \delta(q) \delta(l)$$
(13)

等式中有 $0 \le q \le Q$ 和 $0 \le l \le L$ 。式(13)表明: 当 $l \ne 0$ 时, 优化训练序列与其自身的共轭移位序列以及移位相位旋转 序列正交;而当l = 0时,优化训练序列与其自身的共轭相位 旋转序列正交。根据以上分析,考虑等间隔放置的具有理想 自相关特性的训练序列有可能满足优化条件。

采用文献[7]提出的正交多相序列作为训练序列。对于任 意自然数 *G*, 具有 *G*-1 个周期为 *G*<sup>2</sup>的正交序列,其中任 意一个序列都具有理想的自相关性,即有

$$\phi(k) = \sum_{n=0}^{G^2 - 1} p(n) p^*((n+k)_{G^2}) = \begin{cases} 1, & k = 0\\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$
(14)

式中 p(n) 表示训练序列,具体表示为

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{P}} b_{i_1} \exp\left(\frac{j2\pi g i_0 i_1}{G}\right) \tag{15}$$

其中 0 < g < G,表示选择的正交序列号, $0 \le i_0 \le G - 1$ ,  $0 \le i_1 \le G - 1$ , $n = i_0G + i_1$ , $b_{i1}$ 是幅度为 1 的复数因子,可以 用于调制序列,整个序列长度为  $G^2$ 。这样取

 $\boldsymbol{p}_m = [p(0), p(1), \cdots, p(G^2 - 1)]^{\mathrm{T}}, \quad 1 \le m \le M$  (16)

发送端  $P_m$ 和  $s_m$ 分别添加循环前缀形成发送数据块 x,  $s_m$ 为等长度的数据子块,在接收端收到数据块  $y_o$ 由于我们 提出的训练序列具有理想的自相关特性,而  $P_m$ 中的一列就 是训练序列或者是它的循环移位序列。容易知道式(11)成立。

式(12)左边为(L+1)×(L+1)的矩阵,其中的第(i,j)

I顶, 
$$1 \le i \le L+1, 1 \le j \le L+1$$
, 可以表示为  

$$\sum_{m=1}^{M} \sum_{n=0}^{G^2-1} p^*(n+i) e^{j2\pi(q_1-q_2)(m-1)(N_s+N_p+2L)+L/N} p(n+j)$$

$$= \sum_{n=0}^{G^2-1} \sum_{m=1}^{M} e^{j2\pi(q_1-q_2)(m-1)(N_s+N_p+2L)+L/N} \cdot p^*(n+i) p(n+j) = 0, \quad \forall q_1 \ne q_2$$
(17)

这是由于其中

$$\sum_{k=1}^{M} e^{j2\pi(q_1-q_2)(m-1)(N_s+N_p+2L)+L/N} = 0, \quad \forall q_1 \neq q_2 \quad (18)$$

因而,本文提出的训练序列,在训练序列的总能量ρ不 变的约束下,可以使信道估计的均方误差最小化,同时也证 明了满足理想自相关特性的等间隔放置的训练序列,能够使 信道估计的 MSE 最小化。

#### 4 仿真结果与分析

下面给出在时频双选信道下,本文提出的信道估计算法 的仿真结果,并与已有的估计算法做出比较。仿真中采用的 系统:信道估计的数据块长度为300个符号,每个传输数据 块进行一次信道估计。载波频率 $f_{e}=2$ GHz,符号采样周期为 10 µs 。最大移动速度为 160 km/hr。根据  $Q = 2 |f_{max} NT_s|$ , 计算得到 Q=2。双选信道的产生方法类似于文献[4],所有的 信道系数 hai 由独立的复高斯的随机变量产生。假设信道经 过7条径(L=6)的瑞利衰落信道,信道各径延迟功率相同, 信道的总能量归一化。本文估计算法中等间隔放置的训练序 列的个数 M=3,训练序列为长度  $N_p = 9$  的正交多相序列, 这样数据子块的长度 $N_s=89$ 。系统采用的调制方式为 QPSK,数据解调采用 mmse 均衡。仿真中的对比系统有文 献[4]中的 zero-padding 模型,还有采用 m 序列加循环前缀 作为训练序列的系统,令训练序列与数据子块信号幅度一 样,也就是峰均比近似为 1。m 序列的长度为 7,优化训练 序列长度为9,为了公平地比较优化训练序列和m序列,令 优化训练序列为 $[p(0), p(1), \dots, p(8)]\sqrt{7/9}$ ,这样保证两者训 练序列能量一样。

**仿真 1** zero-padding 模型尽管被证明能够获得最大的 信道容量的下界<sup>[4]</sup>,但是由于训练序列的能量集中于中间一 个符号,面临很大的峰均比问题。从图 2 中可以看到在训练 符号与数据符号等幅度,即峰均比为 1 的情况下,采用本文 的优化训练序列,信道估计的 MSE 比 zero-padding 方式有 8~9dB 的改善,与通过式(10)计算得到的最小均方误差理论 曲线完全重合,这也验证了本文第 3 节理论分析的正确性。 而如果采用 zero-padding 方式,要想获得跟本文的训练序列 一样的信道估计性能,峰均功率比要提高为 7 倍,这是由于 虽然这两种方式在在利用相同能量的训练符号估计信道时, 可以获得同样的信道估计性能,但是本文训练序列把能量平 均于整个训练序列,而 zero-padding 方式训练序列把能量集 中于中间的一个符号,造成峰均比有很大的提高。另一条曲 线, m 序列的长度为 7, 与优化训练序列能量一样,也就是 用于信道估计的能量是一样的。从图中可以看出采用优化训 练序列比采用 m 序列进行信道估计的 MSE 性能大约有 2~3dB 的改善。如果设计的优化训练序列长度为 *K*,采用同 样的训练符号总能量,能获得和传统的 zero-padding 方式相 同的 MSE 性能,而系统的峰均比会有 *K* 倍的改善。改善所 付出的代价是在时间上占用了一些带宽,但是由于用于传递 信息的能量不变,而且通常训练序列长度占整个数据块比例 较小,因而,有效传输速率的下降很小。



**仿真 2** 图 3 给出了采用不同训练序列信道估计的误码 性能比较。系统采用 QPSK 调制,在获得信道估计后,对带 有循环前缀的数据子块进行 MMSE 均衡解调。图 3 显示优 化训练序列比 zero-padding 方式误码率性能有很大改善。采 用优化训练序列估计的系统,相比 m 序列误码性能改善随信 噪比增加有所提高,在 BER=0.001 时,有大约 3dB 改善。 图中也给出了信道理想已知情况下的误码率曲线作为参考。

#### 5 结束语

本文通过分析优化训练序列需要满足的条件,提出一种 基于理想自相关训练序列的双选信道估计方法,训练序列包 络恒定,系统峰均比可以大大降低。同时,本文证明了等间 隔放置的理想自相关训练序列在训练序列总能量一定的条 件下,能够使信道估计获得最小的均方误差。仿真结果验证 了本文提出的信道估计方法的有效性,与传统的 zeropadding 方式信道估计相比,在相同峰均比的情况下,信道 估计的 MSE 和系统的误码率性能有很大改善;当设计的优 化训练序列长度为 K 时,获得同样的信道估计性能,系统峰均比相比 zero-padding 方式有 K 倍的改善,付出的代价是训练序列占用了更多的带宽。

## 参 考 文 献

- Choi Y S, Voltz P J, and Cassara F A. On channel estimation and detection for multicarrier signals in fast and selective Rayleigh fading channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 2001, 49(8): 1375–1387.
- [2] Schniter P. Low-complexity estimation of doubly selective channels. In Proc. IEEE Workshop Signal Processing Advances in Wireless Commun., Rome, Italy, June 15-18, 2003: 200–204.
- [3] Cavers J K. An analysis of pilot symbol assisted modulation for Rayleigh fading channels. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 1991, 40(4): 686–693.
- [4] Ma Xiaoli, Giannakis G B, and Ohno S. Optimal training for block transmissions over doubly-selective wireless fading channels. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2003, 51(5): 1351–1366.
- [5] Giannakis G B and Tepedelenlioglu C. Basis expansion models and diversity techniques for blind identification and equalization of time varying channels. *Proc. IEEE*, 1998, 86(10): 1969–1986.
- [6] Tsatsanis M K and Giannakis G B. Equalization of rapidly fading channels: Self-recovering methods. *IEEE Trans. on Commun.*, 1996, 44(5): 619–630.
- [7] Suehiro N and Hatori M. Modulatable orthogonal sequences and their application to SSMA systems. *IEEE Trans. on Information Theory*, 1988, 34(1): 93–100.
- 刘英男: 男, 1973 年生, 博士生, 研究方向为信道估计、 MIMO-OFDM、自适应调制.
- 蒋 伟: 男,1974年生,讲师,从事通信中的信号处理方面的研 究工作.
- 姚春光: 男,1975年生,博士生,研究方向为卫星通信、编码调 制理论.
- 梁庆林: 男,1941 年生,教授,博士生导师,研究方向为卫星通 信、扩频通信、信道估计、MIMO.