

短采样宽带信号方位估计快速算法

金 勇 黄建国 张立杰
(西北工业大学航海学院 西安 710072)

摘 要: 该文针对短采样宽带信号近似最大似然(AML)方位估计计算量大的问题, 将马尔可夫蒙特卡罗方法与近似最大似然方位估计相结合, 提出一种基于 Gibbs 抽样的近似最大似然方位估计新方法(Approximated Maximum Likelihood DOA estimator based on Gibbs Sampling, AMLGS)。研究表明, AMLGS 方法不但保持了原近似最大似然方位估计方法的优良性能, 而且显著减小了计算量。把原方法的计算复杂度从 $O(L^K)$ 减少到 $O(K \times J \times N_s)$ 。

关键词: 宽带信号; 短采样; 近似最大似然估计; 方位估计; 计算复杂度

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)10-2525-04

DOA Estimation Fast Algorithm for Short Sampling Wideband Signals

Jin Yong Huang Jian-guo Zhang Li-jie
(College of Marine, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072, China)

Abstract: Approximated Maximum Likelihood (AML) estimator has been shown to be the best performance in short sampling wideband sources DOA estimation. However, the computation burden of AML is very large. In order to resolve the question of computation burden, Markov Monte Carlo methods are combined with Approximated Maximum Likelihood DOA estimator. A novel Approximated Maximum Likelihood DOA Estimator based on Gibbs Sampling (AMLGS) is proposed. AMLGS not only keeps the excellent performance of the original AML, but also reduces the computation greatly, from the computational complexity $O(L^K)$ of original method to $O(K \times J \times N_s)$.

Key words: Wideband signals; short Sampling; Approximated Maximum Likelihood (AML) estimator; DOA estimation; Computational complexity

1 引言

阵列信号处理的高分辨技术一直是国内外十分关注的研究热点, 其中目标方位估计的高分辨技术是国内外研究的重点。该项技术的突破对声纳、雷达、地质勘探、生物医学工程等均有重要意义。

当前对窄带信号波达方位估计方法的研究已日臻完善, 涌现出多种多样的方位估计方法^[1]。对于在声纳, 雷达及通信中广泛存在的宽带信号源, 由于信号的导向矢量与信号方位和频率有关, 窄带算法不能直接使用, 必须对阵列采样信号先进行特殊的处理。通常的处理方法首先将阵列接收的宽带信号通过 FFT 变换到若干个子频带上, 对每个子频带分别采样多次, 并用转换矩阵将所有频带的协方差矩阵聚焦到参考频带处, 然后用窄带算法处理^[2,3]。这种对宽带信号的处理方法在采样次数很大的情况下可以获得对低信噪比信号方位的精确估计, 但是对于持续时间很短的信号, 由于子频带采样次数过少, 使得采样协方差阵的信号子空间的能量泄

露到噪声子空间, 算法的估计性能严重下降。Chen 提出了一种基于近似最大似然的宽带信号的估计方法(AML), 只需对各频带信号采样一次, 即可获得宽带低信噪比信号方位的精确估计^[4], 这种方法需要对信号方位空间进行多维搜索, 当信号源个数较多时, 算法的计算量呈几何增长, 难以实时应用。遗传算法^[5]可以用来求解多维参数估计问题, 但研究发现算法存在早熟现象。Len Yip 提出 Newton-Gauss 算法和共轭梯度算法, 以子频带最优解之和近似全频带最优解, 解决 AML 方法多维搜索的计算量问题^[6], 为了使算法收敛得快, 并且不错过极值点。上述两种算法需要确定合适初始角度和搜索步长, 在实际应用当中难以掌握。

近年来, 马尔可夫链蒙特卡罗(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)方法在统计信号处理领域的重要性日益突出, 国外已经把它应用于目标参数估计等领域, 取得新的进展^[7,8]。各种 MCMC 方法中, Gibbs 抽样由于理论简单, 获得了最广泛的应用, 本文将 MCMC 方法 Gibbs 抽样(Gibbs Sampling)与宽带最大似然估计方法相结合, 提出一种快速短采样宽带信号方位估计方法(AMLGS), 该方法有以下优点: (1)适用于短时采样宽带信号; (2)以近似一维搜索估计

信号方位, 运算量小; (3)估计性能优越, 与 AML 基本相同; (4)不需要确定初始角度, 搜索步长, 实际应用方便。

2 短时采样宽带信号近似最大似然方位估计方法

K 个等带宽信号源, 带宽为 (f_L, f_H) , 采样频率为 f_s 。假设不同快拍、不同阵元上的接收到的噪声都彼此独立, 为零均值、方差 σ^2 的复高斯白噪声。阵列为均匀线列阵, M 个阵元, 阵元间距为 b , 信号分别以 $\theta_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 的入射角到达阵列的各个阵元, 如图 1 所示。

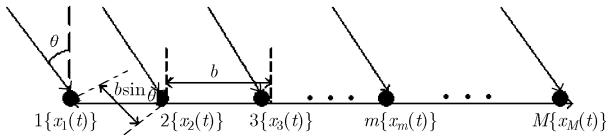


图1 均匀线列阵

第 m 个阵元在 t 时刻输出为

$$x_m(t) = \sum_{k=1}^K S_C^k(t - \tau_{cm}^k) + \omega_m(t) \quad (1)$$

其中 S_C^k 是到达阵列参考点的第 k 个信号, τ_{cm}^k 是第 k 个信号到达第 m 个阵元时相对于阵列参考点的延迟时间, ω_m 为第 m 个阵元上均值为 0, 方差为 σ^2 的高斯白噪声。对阵列输出的时域数据做 N 点 DFT 变换, 于是得到阵列数据的频域模型

$$\mathbf{X}(i) = \mathbf{A}(i)\mathbf{S}_C(i) + \boldsymbol{\eta}(i), \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中 $\mathbf{X}(i) = [X_1(i), X_2(i), \dots, X_M(i)]^T$, 阵列流型矩阵 $\mathbf{A}(i) = [\mathbf{a}_1(i), \mathbf{a}_2(i), \dots, \mathbf{a}_K(i)]$, 导向矢量 $\mathbf{a}_k(i) = [e^{-j2\pi f_i \tau_{1k}}, e^{-j2\pi f_i \tau_{2k}}, \dots, e^{-j2\pi f_i \tau_{Mk}}]^T$, 其中 f_i 为第 i 频带的频率, τ_{mk} 为 i 频带下第 k 信号到达第 m 个阵元相对于参考阵元的延时, 对于首阵元设为参考阵元的均匀线列阵 $\tau_{mk} = (m-1)b \sin(\theta_k) / C$, C 为波速。信号谱 $\mathbf{S}_C(i) = [S_C^1(i), S_C^2(i), \dots, S_C^K(i)]^T$, 噪声谱 $\boldsymbol{\eta}(i)$ 为零均值, 方差为 σ^2 的复高斯白噪声。由上述信号模型, 利用分离变量的方法, 得到 DOA 的近似最大似然估计为^[4]

$$\begin{aligned} \hat{\Theta} &= \arg \max_{\Theta} \sum_{i=1}^{N/2} \|\mathbf{P}_A(i, \Theta)\mathbf{X}(i)\|^2 \\ &= \arg \max_{\Theta} \sum_{i=1}^{N/2} \text{tr}(\mathbf{P}_A(i, \Theta)\mathbf{R}(i)) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{P}_A(i, \Theta)$ 为 $\mathbf{A}(i)$ 的正交投影矩阵, $\mathbf{R}(i) = \mathbf{X}(i)\mathbf{X}(i)^H$ 为频带 i 单次采样协方差矩阵, $\text{tr}(\bullet)$ 表示矩阵的迹。

3 基于 Gibbs 抽样的近似最大似然宽带信号方位估计(AMLGS)

3.1 Gibbs 抽样

Gibbs^[9] 抽样是一种比较特殊的用于实现多重积分的 MCMC 算法, 近年来在信号处理领域内的应用受到了统计信号处理和阵列信号处理界的关注。该算法的基本思想是在

信号空间中模拟一个马尔可夫链, 使其分布为所要求的分布 $p(\Theta | \mathbf{x})$, 然后对联合概率密度函数 $p(\Theta | \mathbf{x})$ 进行随机采样并利用这些样本来估计边缘密度函数。Gibbs 抽样算法需要一个初始过渡段来最终收敛于分布, 因此这一过渡段的最初 H_0 个样本将被舍弃不被用于计算最后结果。

3.2 Gibbs 抽样函数中的后验概率函数选取

$$\text{由式(3)可知, } \theta \text{ 的似然函数 } L(\hat{\Theta}) = \sum_{i=1}^{N/2} \text{tr}(\mathbf{P}_A(i, \Theta)\mathbf{R}(i)),$$

如图 2 所示:

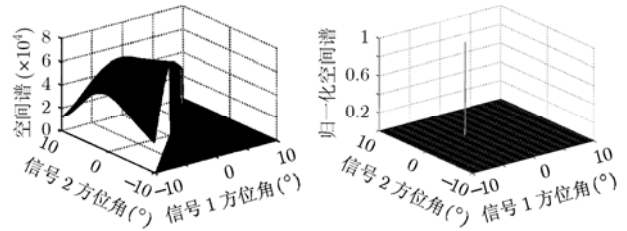


图2 似然函数 $L(\Theta)$ 图3 指数归一化后的似然函数 $\rho = 10$

注意到由于 AML 算法在每个频带采样一次, 所以信号能量严重泄露, 造成算法的谱峰很低。如果直接以似然函数作为后验概率密度函数, 由于全局最大值相对局部极值不突出, 容易造成 Gibbs 抽样收敛时间太长, 影响计算速度, 为此将似然函数指数归一化如下:

$$\begin{aligned} L_1(\Theta) &= \exp(\rho L(\Theta)) / \exp(\rho \max(L(\Theta))) \\ &= \exp(\rho(L(\Theta) - \max(L(\Theta)))) \end{aligned} \quad (4)$$

比较图 2、图 3, 可以看出, 指数归一化后全局最大值明显突出, 曲面变得非常尖锐。再将 $L_1(\theta)$ 归一化, 可得后验概率密度函数为

$$p(\Theta | \mathbf{x}) = L_1(\Theta) / \int L_1(\Theta) d\Theta \quad (5)$$

3.3 AMLGS 的实现

Gibbs 抽样方法的关键是由后验概率密度函数 $p(\Theta | \mathbf{x})$ 生成样本, 采样过程是一个迭代的过程。具体过程如下: 首先生成 N_s 个初始 Θ , 然后

(1) 从概率密度 $p(\theta_1^{(i-1)}, \dots, \theta_K^{(i-1)} | \mathbf{x})$ 中抽取样本 θ_1^i 。

(2) 从概率密度 $p(\theta_2^{(i)} | \theta_1^{(i)}, \theta_3^{(i-1)}, \dots, \theta_K^{(i-1)} | \mathbf{x})$ 中抽取样本 θ_2^i 。

⋮

(K) 从概率密度 $p(\theta_K^{(i)} | \theta_1^{(i)}, \theta_2^{(i)}, \dots, \theta_{K-1}^{(i)} | \mathbf{x})$ 中抽取样本 θ_K^i 。其中 $i = 1, 2, \dots, N_s$ 。由于概率密度函数

$p(\theta_k | \theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_K^{(i-1)} | \mathbf{x})$ 并不是类似于高斯或伽马分布之类的经典分布。因此利用重采样与核平滑方法^[10], 从

$p(\theta_k | \theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_K^{(i-1)} | \mathbf{x})$ 中抽取样本 θ_k^i , 方法如下:

(1) 从均匀分布 $(-\Phi, \Phi)$ 中抽取 J 个样本 $u_j, j = 1, 2, \dots, J$,

Φ 为角度搜索范围。

(2)对每一个 u_j , 形成一个新的向量 $\alpha_j = [\theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, u_j, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_K^{(i-1)}]^T$, 并且由分布(5)计算权值 $\bar{w}_j \propto p(\alpha_j | \mathbf{x})$, 然后得到权值的归一化形式

$$w_j = \bar{w}_j / \sum_{j=1}^J \bar{w}_j \quad (6)$$

(3)由下式计算样本的均值和方差

$$\bar{u} = \sum_{j=1}^J w_j u_j, \quad \sigma^2 = \sum_{j=1}^J w_j (u_j - \bar{u})^2 \quad (7)$$

最后用均值为 \bar{u} 和方差为 σ^2 的截断高斯函数 $TN(\cdot | \bar{u}, \sigma^2)$ 的组合函数 $g(\theta_k)$ 来近似条件概率密度函数 $p(\theta_k | \theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_K^{(i-1)}, \mathbf{x})$, 即

$$g(\theta_k) = \sum_{j=1}^J w_j TN(\theta_k | \bar{u}_j, h^2 \sigma^2) \quad (8)$$

其中 $h = (4/3)^{1/5} / J^{1/5}$, $\beta = \sqrt{1-h^2}$, $\bar{u}_j = \beta u_j + (1-\beta)\bar{u}$ 。

(4)这样从概率密度函数 $p(\theta_k | \theta_1^{(i)}, \dots, \theta_{k-1}^{(i)}, \theta_{k+1}^{(i-1)}, \dots, \theta_K^{(i-1)}, \mathbf{x})$ 中采样就可以变为对函数 $g(\theta_k)$ 进行采样。

(5)对第 j 次抽样, 按照抽样概率 w_j 从 $TN(\theta_k | \bar{u}_j, h^2 \sigma^2)$ 中抽样 θ_k 。为了确保收敛, 上述步骤要迭代 N_s ($N_s = H_0 + N$) 次, 最后 N 次迭代的样本将用来计算目标的方位的 MMSE, 得到

$$\hat{\theta}_k = \frac{1}{N} \sum_{h=H_0+1}^{H_0+N} \bar{\theta}_h \quad (9)$$

3.4 AMLGS 的计算量分析

AMLGS 算法的计算复杂度为 $O(K \times J \times N_s)$, AML 算法的计算复杂度为 $O(L^K)$ 。首先, 由于使用了核平滑技术, 与需要 K 维搜索的 AML 算法相比, J 小于 AML 算法在单维空间的网格 L ; 其次, 通过下面的仿真结果可以发现, 算法收敛得很快, 随着 K 的增加, N_s 的增加速度远小于指数增长, 可以看出对于大的 K , AMLGS 算法的计算量远小于 AML 算法。

4 仿真性能分析

仿真模型 均匀线列阵, 阵元数为 12, 阵元间距为信号中心频率所对应的波长的一半, 两个目标方位角分别为 $\pm 2^\circ$, 采样频率为 14.05kHz, 带宽为 3kHz~7kHz, 分为 74 个频带, 每个频带采样一次。

(1) AMLGS 算法, 两个信号源在信噪比为 0dB 条件下, 方位参数对 40 次迭代的变化曲线, 由图 4 可以看出由于采用了似然函数的指数归一化, AMLGS 算法收敛的非常快。

(2)信噪比变化时 AMLGS 算法 ($J = 50, N_s = 40, \Phi = 10^\circ$) 的估计性能分析, 与 AML, 遗传算法(GA)作对比实验, 每个信噪比下做 100 次 Monte Carlo 实验, 图 5 显示 3 种算法的分辨概率, 图 6 显示 3 种算法的估计均方误差(RMSE)。

可以看出 3 种算法的分辨能力基本一致, AMLGS, AML 算法的估计均方误差基本相等, 低于遗传算法。

(3)AMLGS 算法 ($J = 50, N_s = 40, \Phi = 10^\circ$), AML 算法 ($L = 100$, 搜索步长 0.2°) 的计算量比较, 由图 7 发现 AML 算法的计算量随着信号源个数的增加呈指数增长, AMLGS 算法的计算量随着信号源个数的增加呈倍数增长, 对于大的 K , AMLGS 算法的计算量远小于 AML 算法。

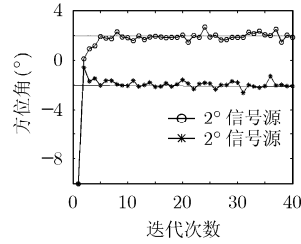


图 4 AMLGS 算法收敛速度

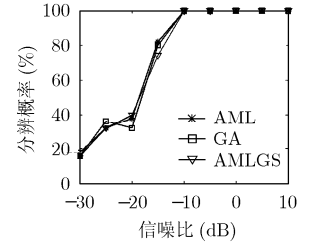


图 5 分辨概率

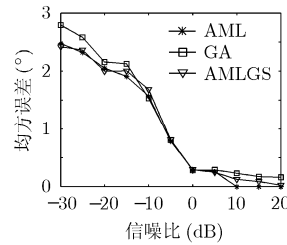


图 6 均方误差

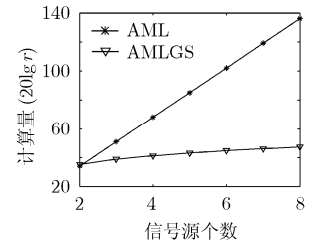


图 7 计算量

5 结束语

针对短时采样宽带近似最大似然估计方法由于多维搜索而导致的计算量大, 难以工程应用的问题, 利用马尔可夫蒙特卡罗方法, 把 Gibbs 抽样与近似最大似然方位估计方法相结合, 提出了基于 Gibbs 抽样的近似最大似然方位估计新方法(AMLGS)。给出了完整的理论推导过程, 研究了后验概率密度函数的选取, 并进行了仿真性能研究。结果表明, AMLGS 方法不但保持了 AML 方法的优良性能, 而且把 AML 算法的计算复杂度从 $O(L^K)$ 减少到 $O(K \times J \times N_s)$, 显著减少了计算量, 为 AML 方位估计方法的工程实现提供了一种新途径。

参考文献

- [1] Kim H, and Viberg M. Two decades of array signal processing research. *IEEE Signal Magazine*, 1996, 13(4): 67-94.
- [2] Fabrizio S. Robust auto-focusing wideband DOA estimation. *Elsevier Signal Processing*, 2006, 86(1): 17-37.
- [3] Yeo-Sun Y, Lance M, and James H. Tops: New DOA estimation for wideband signals. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(6): 1977-1989.
- [4] Joe C, Ralph E, and Kung Yao, Maximum-likelihood source localization and unknown sensor location estimation for

- wideband signals in the near-field. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(8): 1843-1854.
- [5] M Li and Y Liu. Genetic algorithm based maximum likelihood DOA estimation, *RADAR*, 15-17 Oct, 2002: 502-506.
- [6] Len Yip, Joe C, Ralph E, and Kung Yao, Numerical implementation of the AML algorithm for wideband DOA estimation, *Advanced Signal Processing Algorithm, Architecture, and Implementations XIII, Proceeding SPIE* 2003, 5205: 164-172.
- [7] Larocque J R and Reilly J P. Reversible jump MCMC for joint detection and estimation of sources in colored noise. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 52(2): 231-240.
- [8] Djuric P M, Huang Yufei, and Ghirmai T. Perfect sampling: A review and applications to signal processing. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(2): 345-356.
- [9] EA S mold and Gibbs sampling. In *Handbook of Statistics*. C. R. Rao Ed. New York Elsevier, 1993, 9: 599-655.
- [10] West M. Approximating posterior distributions by mixtures. *Journal of the Royal Statistical Society (Ser. B)*, 1998, 54(6): 553-568.
- 金 勇: 男, 1972 年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理和统计信号处理.
- 黄建国: 男, 1945 年生, 教授, 博士生导师, IEEE 西安分会主席, 长期从事水下阵列处理、现代信号处理和水声通信等方面的研究工作, 发表论文 200 多篇.