

## 电磁散射研究中的自适应修正特征基函数法

韩国栋 顾长青

(南京航空航天大学信息科学与技术学院 南京 210016)

**摘要:** 该文提出了一种新的特征基函数法——自适应修正特征基函数法(Adaptively Modified Characteristic Basis Function Method, AMCBFM)。首先在分块子域上构建初次基函数,并计算出基函数的系数以及各块的初次电流;而后用块间互阻抗、各块的初次电流以及初次基函数系数的模来构造反映块间耦合的二次基函数,计算出其系数以及更为精确的电流,高次基函数的求解依此类推,应用一种新的精度判断方法方便地控制电流误差以停止计算更高次的基函数。讨论了不同模型时,不同特征基函数法的精度收敛性能,AMCBFM在基函数阶数较低时收敛性能优于已有的方法。还分析了在尽可能提高计算速度时分块数目与未知数个数的关系。数值结果表明,AMCBFM具有有效降低计算矩阵的尺寸,精度高,计算速度快,误差易控制等优点。

**关键词:** 电磁散射; RCS; 自适应修正特征基函数法; 误差控制

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)10-2364-05

## Adaptively Modified Characteristic Basis Function Method for Electromagnetic Scattering Study

Han Guo-dong Gu Chang-qing

(College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** In this paper, an Adaptively Modified Characteristic Basis Function Method (AMCBFM) based on partitioning object geometry into blocks is proposed. Firstly, the primary CBFs arising from the self-interaction within the self-block are generated, then the primary current vector is elicited; subsequently, the second CBFs which account for the mutual coupling effects from the other distinct domains except the own ones by using the inter-impedances, primary current vectors and the modulus of the primary CBFs coefficients, is gotten. And a more accurate current vector is obtained. The higher CBFs can be also derived with the same way. The difference of the currents' convergence speeds between the new CBFM and conventional CBFMs under diverse models via a new convenient method of controlling the result precision is discussed, and the results show that the new CBFM is better than those of conventional ones. Finally, the relationship between the block number and the unknowns under the condition of improving calculating speed is analyzed. The numerical results indicate that the new method has a series of merits: reducing the size of the matrix equation into a small level, the satisfying precision, high calculating speed and simple error control condition.

**Key words:** Electromagnetic scattering; Radar cross section; Adaptively Modified Characteristic Basis Function Method (AMCBFM); Error control

### 1 引言

运用传统的矩量法分析目标体的电磁特性问题时,首先要对目标体进行离散化,对于三维理想导体目标问题,广泛使用的基函数是 RWG<sup>[1]</sup>。每段公共边的长度大约在  $\lambda/20 \sim \lambda/10$  之间,产生的阻抗矩阵是稠密矩阵。如果用普通方法直接求解矩阵方程,内存的消耗度和计算复杂度会随着未知数的增多而加大计算负担,对计算机的性能要求也会越来越高。而针对传统矩量法的改进主要体现在两个方面,一方面是为了减小计算机内存的存储,加快矩阵矢量积,如发展比较成熟的快速多极子(FMM)、多层快速多极子技术

(MLFMM)以及此类方法与高频法(如 PO 等)的结合<sup>[2-4]</sup>,可以求解任意形状目标体的散射和辐射问题。采用分组技术,只需存储近场组间的互阻抗,节省了内存,同时对互为远场组的互阻抗,运用矩阵矢量积的加速技术,可以将计算复杂度降低到  $O(N^{1.5})$  和  $O(N \log(N))$ ,其中  $N$  为未知数个数。最后在求解矩阵方程时,采用的是迭代求解的技术,依然可以看作是对大型矩阵的处理,迭代求解的复杂度仍然为  $O(N^2)$ ,而且还要依赖于收敛阶数。另一方面是基于分块技术旨在降低阻抗矩阵维数的方法。以宏基函数(MBF)<sup>[5]</sup>、多层分块法(SMA)<sup>[6]</sup>以及最近 Mittra 提出的特征基函数法(CBFM)<sup>[7-13]</sup>为代表。由于宏基函数(MBF)和多层分块法(SMA)方法没有充分考虑块间的耦合,求解电流时须通过迭

代的方式来递归修正耦合项以改进解的收敛性, 这样就会需要多次的迭代过程, 就会消耗掉更多的时间, 甚至由于矩阵的病态性而难于收敛, 仅限于求解平面贴片天线阵方面的问题。而特征基函数法则是将目标体划分成许多子块, 充分考虑块间的耦合, 其精度比宏基函数法等更加精确。这种方法可以自由控制矩量法系数矩阵的维数, 进而可以直接使用伽略金法而非迭代的方法来求解特征基函数的加权系数, 能取得比较满意的精度<sup>[13]</sup>。同时特征基函数还非常适合求解宽频带的问题, 而且在并行计算中也具有很高的效率<sup>[14, 15]</sup>。

特征基函数法的分块求解原理, 大致可以分为两类: 第 1 种方法<sup>[7-11]</sup>(称之为 CBFM-I)是计算出每一离散单元的初次基函数后, 其他每一块的初次基函数分别作为该块高级基函数的激励源, 求出该块高次基函数的加权系数, 进而求出表面电流, 以及目标体的辐射场或散射场。这种方法由于考虑到块间边缘电流的连续性问题, 相邻的块必须重叠一部分以保证一定的精度, 无形中就增加了未知数的数目, 加重了计算的负担。最后形成的 CBF 系数矩阵的维数是  $M^2$ , 这就要求  $M^2 \ll N$ 。但是对于复杂形体的表面结构, 为了能更好地模拟表面电流的分布, 随着划分子块数目的增多,  $M^2$  的增长不可忽略, 同时子块重叠部分未知数的数目也进一步增多, 这样计算效率就会降低; 第 2 种方法<sup>[12, 13]</sup>(称之为 CBFM-II)是根据 Foldy-Lax 多径散射方程构造特征基函数, 求出初次基函数后, 将其他所有块的初次基函数的作用叠加, 作为该块高次基函数的激励源并进行求解, 该方法可以使用多阶数的基函数, 在文献[12]中, 判断是否达到所需的精度的方法是:

$$\text{esp} = \sqrt{\|\mathbf{V}^{\text{inc}} - \mathbf{Z}\mathbf{I}^{\text{Tot}}\| / \|\mathbf{V}^{\text{inc}}\|} \times 100\% \quad (1)$$

但是其实现过程繁琐。

本文提出了一种新的特征基函数法——自适应修正特征基函数法 (AMCBFM), 此方法也是基于 Foldy-Lax 多径散射方程构造特征基函数, 但实现过程与 CBFM-II 不同。具体为: 求出每一离散块的初次基函数后, 接着求出其特征基函数的系数, 并进一步求出目标体的表面电流; 而后在求解高次基函数时, 充分考虑各块间不同的耦合度, 将其他块的初次电流对该块的作用乘上初次基函数系数的模后叠加, 作为其二次激励源, 求出二次基函数以及电流, 高次基函数可以按此思路依此类推, 将这两次电流进行比较, 达到一定精度后即可停止计算更高次的基函数。此种方法可以有效地控制基函数的阶数, 同时在计算复杂度以及计算机内存存储上比上面两种方法都具有一定的优势。

## 2 AMCBFM 原理

自适应修正特征基函数法亦是着眼于将目标体分块, 设分成  $M$  块, 在每块上求出初次基函数  $\mathbf{I}^P$ , 然后再分别求出反映块间相互作用的高次基函数  $\mathbf{I}^S$ , 进而求出电流。本文中的分析过程基于混合场积分方程(CFIE)。

(1) 计算初次基函数  $\mathbf{I}^P$

$$\mathbf{Z}_{i,i}\mathbf{I}_i^P = \mathbf{V}_i, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

式中  $\mathbf{Z}_{i,i}$  为第  $i$  块内的自阻抗,  $\mathbf{V}_i$  为第  $i$  块的初始激励。

(2) 求解初次特征基函数的系数 假定总电流只由①中初次基函数求出, 即  $\mathbf{I}_i^{\text{Tot}(1)} = a_{1,i}^{(1)}\mathbf{I}_i^P$ , 代入矩量方程  $\mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{V}$  中, 并在方程两边同乘上  $[\mathbf{I}_i^P]^H$ , 即初次基函数的共轭转置, 得到电流初次基函数的系数  $[a_{1,1}^{(1)}, a_{1,2}^{(1)}, \dots, a_{1,M}^{(1)}]^T$ , 进一步求得初次电流  $\mathbf{I}^{\text{Tot}(1)}$ 。由于在  $\mathbf{I}^{\text{Tot}(1)}$  中并没有考虑块间的互耦特性, 因此  $\mathbf{I}^{\text{Tot}(1)}$  不是十分精确, 但此系数向量  $[a_{1,1}^{(1)}, a_{1,2}^{(1)}, \dots, a_{1,M}^{(1)}]^T$  可以作为求二次电流时的块间互耦系数。

(3) 计算二次基函数的系数, 并由此计算出由初次基函数  $\mathbf{I}^P$  和二次基函数  $\mathbf{I}^{S^1}$  所得的二次总电流  $\mathbf{I}^{\text{Tot}(2)}$ 。以初次基函数作为二次激励源, 求解二次基函数:

$$\mathbf{Z}_{i,i}\mathbf{I}_i^{S^1} = - \sum_{j=1, j \neq i}^M |a_{1,j}^{(1)}| \mathbf{Z}_{i,j}\mathbf{I}_j^P \quad (3)$$

由此二次总电流表达式为  $\mathbf{I}_i^{\text{Tot}(2)} = a_{1,i}^{(2)}\mathbf{I}_i^P + a_{2,i}^{(2)}\mathbf{I}_i^{S^1}$ , 代入矩量方程  $\mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{V}$  中, 由于等式共有  $2M$  个未知量和  $M$  个方程, 因此在等式的两边同乘上  $[\mathbf{I}_i^P]^H$  和  $[\mathbf{I}_i^{S^1}]^H$ , 计算出使用到二次基函数时的 CBF 系数  $[a_{1,1}^{(2)}, a_{1,2}^{(2)}, \dots, a_{1,M}^{(2)}, a_{2,1}^{(2)}, a_{2,2}^{(2)}, \dots, a_{2,M}^{(2)}]^T$ , 并进一步求出此时的总电流  $\mathbf{I}^{\text{Tot}(2)}$ 。

(4) 计算三次基函数, 方法与计算二次基函数类似

$$\mathbf{Z}_{i,i}\mathbf{I}_i^{S^2} = - \sum_{j=1, j \neq i}^M |a_{2,j}^{(2)}| \mathbf{Z}_{i,j}\mathbf{I}_j^{S^1} \quad (4)$$

以及 3 次基函数时的总电流:

$$\mathbf{I}_i^{\text{Tot}(3)} = a_{1,i}^{(3)}\mathbf{I}_i^P + a_{2,i}^{(3)}\mathbf{I}_i^{S^1} + a_{3,i}^{(3)}\mathbf{I}_i^{S^2} \quad (5)$$

(5) 如果需要更高次基函数, 方法亦是类似。计算到  $n$  次基函数的电流表达式为

$$\mathbf{I}_i^{\text{Tot}(n)} = a_{1,i}^{(n)}\mathbf{I}_i^P + a_{2,i}^{(n)}\mathbf{I}_i^{S^1} + \dots + a_{n,i}^{(n)}\mathbf{I}_i^{S^{n-1}} \quad (6)$$

式中  $n$  为基函数的阶数。

(6) 令

$$\text{esp} = \left| \frac{\|\mathbf{I}^{\text{Tot}(n+1)}\|_2 - \|\mathbf{I}^{\text{Tot}(n)}\|_2}{\|\mathbf{I}^{\text{Tot}(n+1)}\|_2} \right| \times 100\% \quad (7)$$

当 esp 达到一定精度后即可停止计算更高阶的基函数, 否则转向第(6)步。

## 3 数值结果分析

由于特征基函数法能在一定程度上降低了阻抗矩阵的尺寸, 并节省了内存, 因此能提高计算速度, 同时保证了很高的精度。在 CBFM-I 中, 主要存在两方面的不足: 一是需要块间重叠, 这样无形之中增加了计算未知数的数目, 二是分块数目  $M$  与未知数  $N$  之间须满足  $M^2 \ll N$ , 随  $N$  的增多, 计算效率就会降低。另外, 如果要用到更高次的基函数, 如  $n > 2$ , 最后形成的 CBF 系数矩阵的维数则为  $M^n$ , 很有可能出现  $M^n > N$  的情况。所以我们着重在几个方面讨论一下 AMCBFM 和 CBFM-II 之间的优劣。所有模型数据均在 P4 3.0GHz, RAM-512M 的普通 PC 机上进行处理。

### 3.1 收敛速度比较

这两种方法相对于 CBFM-I, 基函数的阶数取得相对较高, 因此在一定精度范围内取最低的基函数阶数能有效地减小计算负担。相对于式(1), 本文提出的误差控制表达式(7)无论从形式上、内存存储以及计算速度上, 要比式(1)简单很多。当 esp 小于某一值后即可停止计算更高次的基函数, 对于不同问题可以设置不同的 esp 数据。

对比 AMCBFM 以及 CBFM-II, 分析了在  $\theta$  方向极化, 频率  $f = 300\text{MHz}$  的平面波照射下, 球(模型 1)、立方体(模型 2)以及台体与柱体结合的复杂组合体(模型 3)等 PEC 模型的双站 RCS, 以及不同阶数基函数时的精度收敛情况。球的半径  $R = 0.45\lambda$ , 剖分后公共边长度平均为  $0.0707\lambda$ , 生成 856 个三角形贴片, 共 1284 个公共边。从图 1 看出, 在低阶数  $n < 7$  时, AMCBFM 的收敛要好于 CBFM-II, 在  $n = 7$  时两者一致, 达到同一精度, 当  $n > 7$  时, AMCBFM 的收敛精度比 CBFM-II 略差, 但此时两种方法的计算结果均达到了  $\text{esp} < 0.1\%$ , 所以应该关注采用低阶基函数时的收敛性态, AMCBFM 优于 CBFM-II。PEC 立方体边长  $a = 1\lambda$ , 每边长为  $\lambda/12$ , 生成 1728 个三角形面元, 共 2592 条公共边, 均分为 26 块。从图 1 可以看出, 在低阶基函数时, AMCBFM 的收敛性能略好于 CBFM-II。但在  $n \geq 3$  时, 两种方法均是  $\text{esp} < 0.6\%$ , 因此在低阶时这两种方法都具有很高的精度。两台体与一圆柱体的复杂组合体模型的参数为: 台体的底半径  $a = 1.0\lambda$ , 上半径  $b = 0.5\lambda$ , 高  $h_f = 0.5\lambda$ , 柱体的半径  $r_c = 0.5\lambda$ , 高度  $h_c = 0.5\lambda$ 。如图 2 所示。考虑到当平面波照射在该模型上时, 电磁波会在两台体以及圆柱体之间会发生多次反射, 故该模型也是能够有效验证自适应修正特征基函数法准确性的算例之一。从图 1 看出, 两种方法的收敛速度均比球, 立方体的慢, 但是 AMCBFM 的收敛性能在  $n \leq 9$  时明显优于 CBFM-II。图 2 给出了在平面波的电场沿垂直于组合体轴线方向极化, 沿轴线方向照射下, 模型 3 的双站 RCS。在 AMCBFM 中, 特征基函数阶数采用  $n = 3$ , CBFM-II 中阶数为  $n = 4$ 。该模型中, 每条公共边的长度近似为  $\lambda/12$ 。共生成 1696 三角形面元, 共 2544 条公共边。两种方法中模型均被分为 52 块。从曲线中看出, 两种方法的结果与传统矩量法的计算结果吻合得很好, 但是 AMCBFM 较 CBFM-II 少一次基函数, 因此计算时间也比 CBFM-II 节省许多。

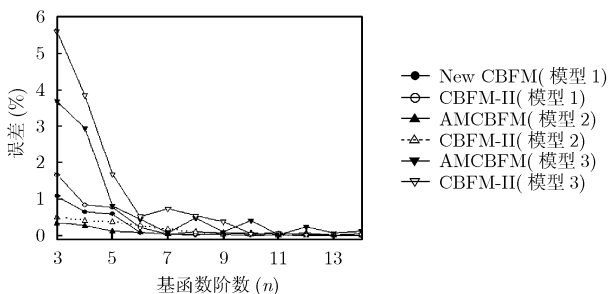


图 1 不同模型下, 电流误差随基函数阶数的变化曲线

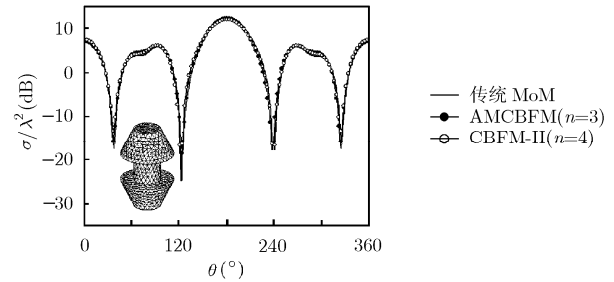


图 2 不同方法计算的组合体(模型 3)的 RCS

从上面 3 个例子看出, 基函数的阶数取得较少时, AMCBFM 比 CBFM-II 的收敛速度要快, 当基函数阶数较高时, AMCBFM 的精度控制较之有所下降, 但是此时计算结果已经得到了很高的精度保证。从本文仿真的许多例子看, 一般基函数的阶数最多取到 4 次即已经满足了绝大多数问题的要求。AMCBFM 可以使用等于或少于 CBFM-II 基函数的阶数, 故更利于节省内存空间, 并缩短计算时间。

### 3.2 分块数目与计算时间、内存存储之间的关系

对目标体进行分块后, 不同的分块数目对应着不同的计算时间。计算时间主要分为三大部分: 阻抗矩阵的调用、矩阵向量的实现以及求解矩阵方程使用 LU 分解技术所需的时间。设未知数的总数目为  $N$ , 这些未知数包含在  $M$  个块里面, 每块中未知数的平均个数为  $N_{av}$ , 由于随着未知数的增加, 如果对阻抗矩阵全部存储变得不再现实。在程序实现时, 块内自阻抗要反复用到, 所以只保存  $M$  块的自阻抗, 而块间互阻抗则实时计算不需保存。从计算的实例来看, 当  $M = \sqrt{N} \sim \sqrt{3N}$  时, 时间和精度两方面都可以得到保证。

表 1 给出了在不同分块数目时, 计算 3 种不同模型(模型 1, 模型 2, 模型 3)以及边长为  $a = 1.5\lambda$  的 PEC 立方体(模型 4)的双站 RCS 所需的时间, 模型 4 的每公共边的长度平均为  $\lambda/10$ , 共生成 2700 个三角形面元, 4050 个未知数。从表中看出, 对于模型 1, 由于未知数的数目比较小, 因此我们最多分了 132 块, 当  $M = 34$  时时间最少, 其他值则有所增加, 特别是块数较少时, 时间增加的尤为明显。对于模型 2 和模型 3, 在  $M = 56 \sim 152$  之间时, 他们各自的计算时间几乎相同, 但是当其他区间时, 则有所增加, 而模型 4 也是类似, 当  $M = 102 \sim 152$  之间时, 可以得到较少的计算时间, 其他区间  $M$  越小, 计算时间越长,  $M$  再增加时间也会略有增加。由此可以看出, 在分块数目  $M$  与未知数个数  $N$  之间近似满足  $M = \sqrt{N} \sim \sqrt{3N}$  时, 会获得较好的计算效率。

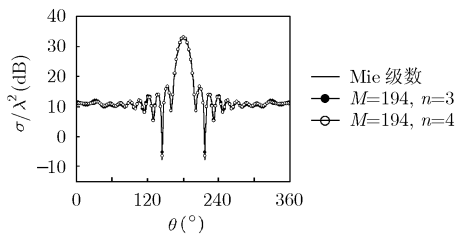
在存储复杂度方面, 由于只保存了每块的自阻抗或者块间的互阻抗矩阵, 存储复杂度仅为  $O(\text{Max}(N_{av}^2) \times M)$ , 而最后形成的 CBF 矩阵仅为  $O(nM \times nM)$ , 比传统的矩量法有着很大的内存节省空间, 也比 CBFM-I 的  $O(M^2 \times M^2)$  小很多, 因为一般情况下,  $n \ll M$ , 基本上不受分块数目多少的限制。计算过程中 CBFM-II 的存储要求量与 AMCBFM 大致相当, 但是在最后判断精度收敛情况时, CBFM-II 的式

表 1 不同分块数目的计算时间(s)

	分块数目(M)											
	8	18	26	34	56	68	82	102	132	152	218	386
模型 1( $n=4$ )	184	154	157	145	148	151	159	163	169	-	-	-
模型 2( $n=3$ )	387	269	235	216	198	197	195	196	194	200	206	235
模型 3( $n=3$ )	394	271	252	224	202	200	199	205	205	206	238	250
模型 4( $n=3$ )	2452	1923	1356	1104	1016	1025	998	932	928	915	1003	1017

(1)比 AMCBFM 的式(7)的存储度则要大的多。

最后本文计算了半径  $R = 2.0\lambda$  的 PEC 球的双站 RCS。入射波为  $\theta$  方向极化的平面波,  $f = 300\text{MHz}$ , 共生成 12312 个三角形面元, 18863 个未知数, 对目标体人为地划分成 194 块, 基函数的阶数分别取  $n = 3$  和  $n = 4$ 。从图 3 的数值结果上看, 跟 Mie 级数的结果吻合的很好。由于未知数元素较多, 增加一次基函数, 时间就会增加很多, 因此对于不同精度要求的模型, 可以选择不同阶数的基函数, 使得计算时间尽量减少。

图 3 半径  $R = 2.0\lambda$  的金属球的双站 RCS

#### 4 该方法应用中值得讨论的几个问题

(1)在填充每一次的 CBF 系数矩阵时, 其低次基函数的 CBF 系数矩阵中元素可以重复用到, 因而可以直接填充, 不需计算。同时在求解低次基函数时的矩阵矢量积, 也可以直接作为已知向量而不需计算。

(2)在此方法中, 最后形成的 CBF 系数矩阵与所选取的基函数的阶数和划分的块数有关, 其尺度为  $nM \times nM$ , 远远小于  $N \times N$ , 因此求解的过程大大简化, 可以用 LU 分解法直接求解而不必用迭代法。

(3)对于具体的问题, 可以先预估目标体互耦比较大的某一部分作为一块, 其他的区域再进一步分块, 这样可以提高计算的精度。

#### 5 结束语

通过数值计算的例子, 可以看出本文提出的新型特征基函数法, 降低了内存需求空间, 加快了计算速度, 普通的 PC 机即有了处理大宗量未知数的能力, 这在以前使用传统矩量法处理类似问题时是不可想象的; 同时, 尽管这种 CBFM 是一种近似的技术, 但是从前面的数值结果来看, 已

经具备了相当的精度, 这样也说明了该方法在处理一般散射问题时的有效性, 而且比前面两种基函数在存储复杂度、计算时间以及误差控制上都有一定的优势。由于它是通过不同阶数的基函数来体现目标体结构的自耦性和互耦性的, 而且是基于传统矩量法的基函数, 即 RWG 基函数, 理论上讲, 可以用来计算任意形体的散射问题, 其构建的特征基函数包括了频率信息和几何结构信息, 所以还可以通过频率的扩展来构造宽频带下的基函数, 因此具有乐观的发展前景。

#### 参考文献

- [1] Rao S M, Wilton D R, and Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape[J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1982, 30(5): 409-418.
- [2] Song J M and Chew W C. Fast multipole method solution of three dimensional integral equation[C]. *Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE, Orlando, 1995, (3): 1528-1531.*
- [3] Song J M, Lu C C, and Chew W C. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects [J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagat*, 1997, 45(10): 1488-1493.
- [4] Jakobus U and Landstorfer F M. Improvement of the PO-MoM hybrid method by accounting for effects of perfectly conducting wedges [J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1995, 43(2): 162-169.
- [5] Hurst M. An efficient approach to moment method analysis of large antenna arrays[C]. *IEEE AP-S/URSI Int Symp, URSI Digest, Salt Lake City, Utah, 2000: 170-173.*
- [6] Suter E and Mosig J. A sub-domain multilevel approach for MoM analysis pf large planar antennas [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2000, 26(4): 270-277.
- [7] Prakash V V S and Mittra R. Characteristic basis function method: A new technique for efficient solution of method of moments matrix equations [J]. *Microwave and Optical Technology Letter*, 2003, 36(2): 95-100.
- [8] Kwon S J, Du K, and Mittra R. Characteristic basis function method a numerically efficient technique for analyzing microwave and RF circuits [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2003, 38(6): 444-448.

- [9] Yeo J and Mittra R. Numerically efficient analysis of microstrip antennas using the Characteristic Basis Function method (CBFM), *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003, IEEE, Columbus, Ohio, 2003*, (4): 85-88.
- [10] Ma J F and Mittra R. Analysis of scattering characteristics of electrically large objects using a CBFM-based procedure, *Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE, Washington D.C., USA, 2005(3a)*: 105-108.
- [11] 聂在平, 徐利明. 电磁散射数值分析中的特征基函数方法[J]. *电波科学学报增刊*, 2004, 19: 45-49.
- [12] 孙玉发, 张奕, 徐善驾. 二维多导体柱电磁散射特性的特征基函数法分析[J]. *电波科学学报*, 2006, 26(2): 229-232.
- [13] Sun Y F, Chan C H, and Mittra R, *et al.* Characteristic basis function method for solving large problems arising in dense medium scattering. *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003, IEEE, Columbus, Ohio, 2003* (2): 1068-1071.
- [14] Mittra R. A look at some challenging problems in computational electromagnetics. *IEEE, Antennas and Propagation Magazine*, 2004, 46(5): 18-32.
- [15] Mittra R, Ma J F, Lucente E, and Monorchio A. CBMOM-An Iteration Free MoM Approach For Solving Large Multiscale EM Radiation and Scattering Problems, *Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE, Washington D.C., USA, 2005*, (2): 2-5.
- 韩国栋: 男, 1980年生, 博士生, 专业方向为计算电磁学.
- 顾长青: 男, 1958年生, 教授, 博士生导师, 主要从事的研究领域有宽带天线、智能天线与天线小型化、电磁兼容性设计与电磁环境预测、计算电磁学等.