

电大尺寸涂层散射体 RCS 的快速并行分析

袁 军 刘其中 郭景丽 谢拥军

(西安电子科技大学天线与微波技术国家重点实验室 西安 710071)

摘 要: 该文提出了一种快速单元级矢量有限元/自适应多层快速多极子并行算法, 该算法可在单元级上完成有限元部分的所有计算过程而无须生成总体系数矩阵; 通过将基函数和权函数分别用不同空间位置上的点源函数展开, 使多层快速多极子部分的积分计算得到大大简化, 转移过程可由快速傅里叶变换计算完成, 与波形渐进预估技术结合实现了大型涂层体 RCS 的快速预估。数值结果说明了算法的有效性。

关键词: 雷达散射截面; 有限元算法; 多层快速多极子算法; 波形渐进预估; 并行算法

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)10-2360-04

RCS Fast Analysis of Electrically Large Coated Scatters via Parallel Method

Yuan Jun Liu Qi-zhong Guo Jing-li Xie Yong-jun

(National Key Laboratory of Antennas and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A parallel algorithm via Element Level Vector Finite Element Method(ELVFEM) and Adaptive Multilevel Fast Multipole Algorithm(AMLFMA) is introduced. In this algorithm the calculation of finite element method can be finished at elementary level and no need to form the global coefficient matrix. By expanding the basis functions and testing functions with Dirac functions on different position, the integration calculation of the multilevel fast multipole algorithm can be simplified and transformation procedure can be calculated by FFT. Combining this algorithm with Asymptotic Wave form Evaluation (AWE) technique, the RCS of electrically large coated scatters can be calculated fast. The numerical results show the effectiveness of the presented parallel algorithm.

Key words: Radar cross section; Finite element method; Multilevel Fast Multipole Algorithm(MFMA); Asymptotic wave form evaluation; Parallel algorithm

1 引言

随着全涂层隐身技术的发展, 现实中越来越多的目标都会具有隐身功能, 快速准确地分析这些涂层体的雷达目标特性(RCS) 在现实中具有十分重要的意义。对于复杂涂层体的散射问题, 矢量有限元法与多层快速多极子法的混合算法^[1, 2]最为有效, 尤其是积分方程离散后所得的稠密矩阵的计算和存储问题也被近几年迅速发展的快速多极子算法及其多层算法^[3, 4]所解决。

实际情况中待分析的复杂涂层体有很多属于电大尺寸的散射体, 其求解运算量往往超出传统方法的运算能力, 为了更好地解决这一类电磁散射计算问题除了在存储量、计算速度和精度等方面提高计算方法本身的性能外, 将算法并行化也是十分有效的途径。本文提出了一种并行单元级矢量有限元法/自适应多层快速多极子算法(parallel ELVFEM/AMLFMA), 这种算法可在单元级上完成有限元矩阵与矢量相乘的所有运算, 无须生成有限元总体系数矩阵; 针对多层快速多极子部分的计算, 将基函数和试函数分别在高斯积分

节点和均匀网格中心用点源函数展开, 通过展开使各个环节的积分运算得到大大简化, 所有转移过程的计算可由快速傅里叶变换完成。这种混合算法可大大节省计算时间和存储量, 同时具有很高的并行性, 方便进行并行化计算, 将这种算法与波形渐进预估技术结合可实现大型涂层体 RCS 的快速预估。

2 并行算法

2.1 算法原理

对如图 1 所示的三维涂层复杂散射体, 在良导体表面与涂层外表面之间的有效区域 V 中, 电场满足的变分为

$$F(\mathbf{E}) = \frac{1}{2} \int_V \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E})(\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} \mathbf{E} \right] dV + jk_0 \int_{S_c} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot \hat{n} dS \quad (1)$$

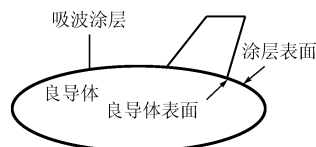


图 1 涂层散射体示意图

为消除内谐振的影响, 根据等效原理, 采用的等效面电流 \mathbf{J} 和面磁流 \mathbf{M} 所满足的组合积分方程(CFIE)^[4]作为边界, 具体表达式为

$$\alpha \text{EFIE} + (1 - \alpha) \text{MFIE}, \quad 0.2 \leq \alpha \leq 1 \quad (2)$$

EFIE 为电场积分方程, MFIE 为磁场积分方程。采用四面体矢量边缘元和三角形矢量边缘元对式(1)和式(2)进行离散, 得到如式(5)所示的矩阵方程。 \mathbf{E}_I 是区域 V 内的未知离散电场参量, \mathbf{E}_S 和 \mathbf{H}_S 分别是边界面上的未知离散电场和磁场参量。矩阵 $\mathbf{K}_{II}, \mathbf{K}_{IS}, \mathbf{K}_{SI}, \mathbf{K}_{SS}, \mathbf{B}$ 都是稀疏矩阵, 而且 $\mathbf{K}_{II}, \mathbf{K}_{SS}$ 是对称的, \mathbf{B} 是反对称的, 且 $\mathbf{K}_{IS} = \mathbf{K}_{SI}^T$ (T 表示转置)。 \mathbf{P}, \mathbf{Q} 分别是边界积分方程离散后与 \mathbf{E}_S 和 \mathbf{H}_S 相对应的系数矩阵。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{II} & \mathbf{K}_{IS} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{SI} & \mathbf{K}_{SS} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_I \\ \mathbf{E}_S \\ \mathbf{H}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (3)$$

ELVFEM 的计算思想是将一个总体矩阵向量积计算转化到一组单个矩阵向量积的运算, 无须生成总体系数矩阵。当用边界积分法求解实际问题时, 有限元总体系数矩阵 \mathbf{K} (暂时不考虑积分边界上的单元) 有式(4)所示的分裂形式, 即

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^N \mathbf{K}_i \quad (4)$$

\mathbf{K}_i 表示与第 i 号单元相应的对应整个问题的全局矩阵, 这个矩阵中与第 i 号单元有关的行和列上的元素不为零, 这些不为零的元素就是第 i 个单元的单元系数矩阵中的元素。 N 为单元总数。则 ELVFEM 算法中总体系数矩阵向量积的计算过程可由以下式表示

$$\mathbf{b} = \mathbf{K}\mathbf{x} = \sum_i \mathbf{K}_i \mathbf{x} = \sum_i \mathbf{K}_i \mathbf{x}_i = \sum_i \mathbf{b}_i \quad (5)$$

$$\mathbf{b} = \{0, 0, b\}^T, \quad \mathbf{x} = \{\mathbf{E}_I, \mathbf{E}_S, \mathbf{H}_S\}^T$$

式(5)中 \mathbf{x}_i 是与 \mathbf{K}_i 相应的向量, \mathbf{x}_i 中的非零元素就是 \mathbf{x} 中的元素。 $\mathbf{K}_i \mathbf{x}_i$ 完全由第 i 号单元决定, 因此可同时在“单元级”上计算稠密矩阵 \mathbf{K}^i 与相应向量 \mathbf{x}^i 的乘积。这里 \mathbf{K}^i 为第 i 号单元的单元系数矩阵, \mathbf{x}^i 表示与之相应的向量, 为了与 \mathbf{K}_i 和 \mathbf{x}_i 有所区别采用上标。

在矩阵方程式(3)中, 积分方程离散后所得的线性方程组为

$$\sum_{i=1}^{N_s} P_{ji} e_{si} + \sum_{i=1}^{N_s} Q_{ji} h_{si} = b_j \quad (6)$$

式中 N_s 为表面单元的总数, $j=1, 2, \dots, N_s$ 。涂层体表面在采用 RWG 矢量基函数 \mathbf{f}_i 展开, 伽辽金匹配的情况下, 上式左边两部分的表达式如下:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_s} P_{ji} e_{si} &= \sum_{i \notin G_{m'}} P_{ji} e_{si} + \oint_s d^2 k \mathbf{V}_{fmj}^P(\hat{k}) \\ &\cdot \sum_{m' \in G_{m'}} T_L(\hat{k} \cdot \hat{r}_{mm'}) \sum_{i \in G_{m'}} \mathbf{V}_{sm'i}(\hat{k}) e_{si} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_s} Q_{ji} h_{si} &= \sum_{i \notin G_{m'}} Q_{ji} h_{si} + \oint_s d^2 k \mathbf{V}_{fmj}^Q(\hat{k}) \\ &\cdot \sum_{m' \in G_{m'}} T_L(\hat{k} \cdot \hat{r}_{mm'}) \sum_{i \in G_{m'}} \mathbf{V}_{sm'i}(\hat{k}) h_{si} \end{aligned} \quad (8)$$

以上两式中, 右边第 1 项表示近区耦合作用, 第 2 项表示远区耦合作用, 式中

$$T_L = \sum_{l=0}^L j^l (2l+1) h_l^{(1)}(kr_{m'}) p_l(\hat{k} \cdot \hat{r}_{mm'}) \quad (9)$$

$$\mathbf{V}_{fmj}^P(\hat{k}) = \frac{-k_0^2}{16\pi^2} \int_s (\alpha \eta \mathbf{f}_j(\mathbf{r})(\bar{\mathbf{I}} - \hat{k}\hat{k}) + (1-\alpha) \mathbf{f}_j(\mathbf{r}) \times \hat{k}) e^{-j\hat{k} \cdot \hat{r}_{jm}} ds \quad (10)$$

$$\mathbf{V}_{fmj}^Q(\hat{k}) = \frac{-k_0^2}{16\pi^2} \int_s \left(\frac{1-\alpha}{\eta} \mathbf{f}_j(\mathbf{r})(\bar{\mathbf{I}} - \hat{k}\hat{k}) - \alpha \mathbf{f}_j(\mathbf{r}) \times \hat{k} \right) e^{-j\hat{k} \cdot \hat{r}_{jm}} ds \quad (11)$$

$$\mathbf{V}_{sm'i}(\hat{k}) = \int_s \mathbf{f}_i(\mathbf{r}') e^{-j\hat{k} \cdot \hat{r}_{sm'}} ds' \quad (12)$$

$\mathbf{V}_{sm'i}, \mathbf{T}_L, \mathbf{V}_{fmj}$ 分别为聚合、转移及配置因子。AMLFMA 算法对传统算法的改进主要体现在积分的计算、转移过程的计算和转移因子的计算三方面。

对于配置因子 \mathbf{V}_{fmj} 表达式中的权函数 \mathbf{f}_j 用高斯积分节点上的点源函数展开

$$\tilde{g}_j = \sum_{s=1}^{I_G} p_{sr} \delta_s^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad g_j \in \{f_{jx}, f_{jy}, f_{jz}\} \quad (13)$$

式(13)中 I_G 为高斯积分的点数, 展开系数 p_{sr} 可以用以下公式求得

$$\int (x - x_{j0})(y - y_{j0})(z - z_{j0})(g_j - \tilde{g}_j) ds = 0 \quad (14)$$

(x_{j0}, y_{j0}, z_{j0}) 为权函数 \mathbf{f}_j 定义域中心的坐标。由 δ 函数的性质可知这样, 配置因子 \mathbf{V}_{fmj} 表达式中形如式(15)部分的积分可以得到大大简化。

$$\int \mathbf{f}_j(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds = \sum_{s=1}^{I_G} w_s p_{sr} F \quad (15)$$

对近场阻抗表达式中的基函数和权函数分别用高斯积分节点上的点源函数展开, 则形如式(16)部分的积分也可以得到大大简化。

$$\int \mathbf{f}_i(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}) F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds = \sum_{s_i=1}^{I_{G_i}} \sum_{s_j=1}^{I_{G_j}} w_{s_i} p_{s_i} w_{s_j} p_{s_j} F \quad (16)$$

式(15), 式(16)中 F 为积分核函数, w_s 为高斯积分节点的权值。对于任意复杂形状的散射体, 处于不同位置的面元积分可采用不同的高斯积分点数。

将聚合因子中的基函数 \mathbf{f}_i 用位于多层快速多极子均匀分组网格中心的一组点源函数展开, 令

$$\tilde{g}_i = \sum_{r' \in C_i} \beta_{ir'} \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad g_i \in \{f_{ix}, f_{iy}, f_{iz}\} \quad (17)$$

式中 C_i 是 \mathbf{f}_i 周围 $(M+1)^3$ 个网格中心的集合^[5, 6]。上式中的展开系数 $\beta_{ir'}$ 可以用以下公式求得

$$\int (x - x_{i0})(y - y_{i0})(z - z_{i0})(g_i - \tilde{g}_i) dv = 0 \quad (18)$$

(x_{i0}, y_{i0}, z_{i0}) 为基函数 f_i 定义域中心的坐标。通过这一展开操作, 使转移过程可以用快速傅里叶变换计算

$$\sum_{m' \in G_{m'}} T_L \mathbf{S}_{m'} = \text{FFT}^{-1} \{ \text{FFT}(\mathbf{S}_{m'}) \times \text{FFT}([T_L]) \} \quad (19)$$

$\mathbf{S}_{m'}$ 为聚合量, 其表达式为

$$\mathbf{S}_{m'}(\hat{k}) = \sum_i \mathbf{V}_{sm'i}(\hat{k}) a_i, \quad a_i \in \{e_{si}, h_{si}\} \quad (20)$$

对于转移因子, 在采用射线传播近似^[7]和远场近似^[8]的基础上, 应用文献[9]中的方法, 只计算 1/8 球面上的角谱分量, 其它的分量由对称关系得到。

波形渐进预估技术(AWE)^[10]是通过将式(3)中待求解的电场和磁场量展开成关于某一角度 φ_0 的泰勒级数, 即(R 代表电场或磁场)

$$R_n(\varphi_0) = \sum_{i=0}^{\infty} m_n(\varphi - \varphi_0)^n \quad (21)$$

如果将式(3)简写为

$$\mathbf{Z}\mathbf{R} = \mathbf{V}$$

则展开系数表达式为

$$m_0 = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{V}(\varphi_0) \quad (22)$$

$$m_n = \mathbf{Z}^{-1} \frac{\mathbf{V}^{(n)}(\varphi)}{n!} \quad (23)$$

为了扩大泰勒级数的收敛半径, 需要将式(21)转化为Pade有理函数, 即

$$R_n(\varphi) \approx P_n(L/M) = \frac{\sum_{i=0}^L a_i(\varphi - \varphi_0)^i}{\sum_{j=0}^M b_j(\varphi - \varphi_0)^j} \quad (24)$$

式中整数 L 和 M 分别为有理函数分子、分母多项式的最高次数, 系数 a_i 和 b_j 由下式决定:

$$a_n - \sum_{j=0}^{n-1} m_j b_{n-j} = m_n \quad (25)$$

式中 $n = 1, 2, \dots, L + M$ 。求得系数 a_i 和 b_j 后应用式(24)便可以求得任意一点的电磁场分布。

2.2 算法并行化

对混合算法中 ELVFEM 和 AMLFMA 两部分算法的并行运算需要分别分配相应的 master 和 slave 计算机, 对于每种算法, 其 slave 计算机负责具体运算, master 计算机负责算法的具体调度。另外, 还需要设置一台 master 计算机负责混合算法的总体调度与协调。并行网络具体逻辑结构如图 2 所示。

ELVFEM 算法部分涉及两部分的并行计算, 即 \mathbf{K}^i 与

\mathbf{x}^i 的乘积计算和 \mathbf{b}^i 的迭加运算。 \mathbf{K}^i 与 \mathbf{x}^i 的乘积计算并行性十分明显, 这一点可由式(5)说明。对于第 2 项的并行计算, 第 1 步是通过相关单元数序列将向量 \mathbf{b}^i ($i = 1, 2, \dots, ne$, ne 为单元总数), 装配进 NE (NE 为包含单元棱边的相关单元数) 个长为 n 的向量 \mathbf{B}_k ($k = 1, 2, \dots, NE$) 中, 这里 \mathbf{B}_k 是通过那些至少有 k 个相关单元的棱边贡献形成的。当所有 \mathbf{B}_k 向量形成之后, 原来关于 \mathbf{b}^i 的合成问题便转化为 \mathbf{B}_k 的合成问题。

\mathbf{B}_k 中有的位置处元素为零, 且固有零元素总是在向量的后一部分。假设分配给 ELVFEM 的计算机数为 m_1 , 则将所有单元均匀划分为 ne/m_1 个组, 以组为节点划分任务。

AMLFMA 算法是在 MLFMA 算法基础上改进而来, 从算法的描述上可以发现 AMLFMA 算法和 MLFMA 一样仍然是一种树型算法^[11, 12], 具有很高的并行性。根据树型算法的特点, 可以按照以下规则划分任务: 假定分配给 AMLFMA 的计算机数为 m_2 , 以组结点数大于等于 $2m_2 - 1$ 的层 (l 层) 每个组结点作为子树的根, 每棵子树上的计算作为一个任务, 余下的从第 2 层到第 l 层上的计算以第 2 层的组结点作为子树的根, 也是以组为节点划分任务, 不变项需要事先计算并存储。

AWE 部分的计算中, 涉及 3 部分的并行计算, 即 \mathbf{Z} 的并行求逆, b_i 的并行求解, 求解 a_i 时矩阵与向量的并行乘法计算。 \mathbf{Z} 的并行求逆以矩阵的行来划分任务, 第 2 部分的并行求解以行划分任务进行迭代求解, 第 3 部分矩阵与向量的并行乘法计算采用行带状划分。

2.3 并行算法调度策略

混合算法采取的总体并行调度策略如下: 假定 ELVFEM 部分和 AMLFMA 部分分别有 L_i ($i=1, 2$) 个任务, 分配的计算机数量为 m_i , 程序运行前把 L_i 个任务及各任务所需的数据根据任务大小及各任务所需的数据量按从大到小的顺序构成两个长度分别为 L_i 的队列, 此队列由主进程进行管理, 另外根据系统特性选取两个常数 t_i 和两个初始化步长 $step_i$ (大于等于 $L_i/(2m_i - 1)$), 主要用于调节负责 ELVFEM 算法部分和 AMLFMA 算法部分运算的计算机上的内存的占用量和负载平衡效果。在程序运行前把队列中前 $m_i \times step_i$ 个任务分配给每种算法隶属的所有计算机, 每个计算机都分配 $step_i$ 个任务, 主进程在调度余下任务之前把这些任务所需的数据传送给相应的计算机, 队列的长度变为 $L_i - m_i \times step_i$ (静态调度); 在程序运行过程中, 每当一个计算机上分配给它的任务中最后一个任务执行了 t_i , 发送一消息给主结点, 如队列的长度 $l_i \geq 2m_i - 1$, 主进程把队列中前 $[l_i/(2m_i - 1)]$ 个任务分配给它, 队列的长度减少 $[l_i/(2m_i - 1)]$, 否则把队列中第一个任务分配给它, 队列的长度减少 1, 同时把这些任务对应的数据传送给该结点, 直到队列的长度变为零 (动态调度)。

AWE 部分的所有并行计算过程可根据计算量的大小在 ELVFEM 所属机群或 AMLFMA 所属的机群上计算, 因为这两个机群均配有相对独立的 master 计算机和 slave 计算机, 也可以在原整个并行网络上进行, 这时, ELVFEM 所属机群和 AMLFMA 所属的机群的 master 计算机转变为

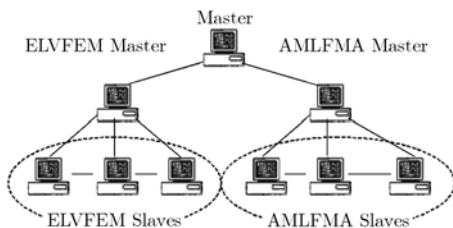


图 2 互联 PC 机群逻辑结构

slave 计算机,整个并行网络只由一个 maser 计算机负责整体调度。

3 数值结果

并行计算工作在 PC 机群上完成。计算机均配有 100Mbit/s 自适应网卡,PIV 1.8GHz Intel 处理器, master 计算机内存为 2Gbyte, slave 计算机内存为 1Gbyte。图 3 所示为国外 F117 隐身轰炸机模型的单站 RCS 计算值和测试值对比图,该模型为 1:13 缩比模型,长约 1.291m,宽约 1.016m,机身高约 0.112m。计算频率为 9.375GHz,水平极化,水平扫描,方位角零度对应飞机模型头部方向,飞机模型未知数个数为 48346 个。计算 F-117 模型的并行网络由 13 台 PC 计算机组成,系统中 master 计算机 3 台, slave 计算机 10 台。并行计算时间 12033s,加速比 6.61,效率 50.8%,单机内存占用量为 338Mbyte。

图 4 为 F-22 战机 S 波段(3GHz)的单站 RCS 本文方法(ELVFEM/AMLFMA/AWE)计算值和传统方法(FEM/MLFMA/AWE)计算值对比图,可以发现两种方法的计算结果吻合良好但本文方法的性能明显优于传统方法,计算 F-22 模型的并行网络由 17 台计算机组成,系统中 master 计算机 3 台, slave 计算机 14 台,未知量总数 228075 个,具体并行性能参数如表 1 所示。

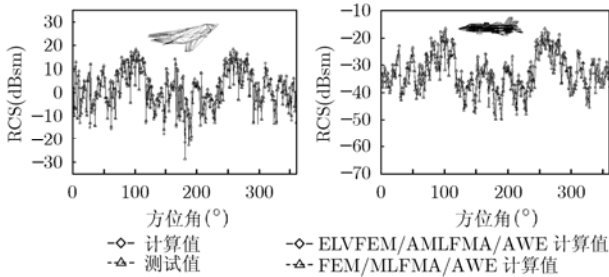


图 3 F-117 模型 RCS 计算值与测试值 图 4 F-22 RCS 计算值

表 1 本文方法与传统方法计算 F-22 模型性能对比

	时间(s)	加速比	效率	内存(Mbyte)
本文方法	21642	11.58	72%	748
传统方法	29216	10.21	63%	972

4 结束语

并行数值实验的结果说明本文方法具有较高的精度,算法的性能与所采用的计算机数量紧密相关,在保证足够的计算机数量时,可获得很高的加速比和效率,同时单机内存占用量也随计算机数量的增多而减少(与计算机数量成反比关系)。本文算法的并行时间及单机内存占用量仅为传统方法的 70%左右。

参考文献

- [1] Sheng X Q and Yung E K N. On the computing algorithms of the hybrid FEM/MLFMA[J]. *Microwave Opt. Tech. Lett.*, 2002, 33(4): 265-268.
- [2] Sheng X Q and Yung E K N. Implementation and experiments of a hybrid algorithm of the MLFMA-enhanced FE-BI method for open-region inhomogeneous electromagnetic problems[J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 2002, 50(2): 163-167.
- [3] Rokhlin V. Rapid solution of integral equations of scattering theory in two dimension[J]. *J. Comput. Phys.*, 1990, 86(2): 414-439.
- [4] Song J M and Chew W C. Multilevel fast multipole algorithm for solving combined field integral equations of electromagnetic scattering[J]. *Microwave Opt Tech Lett.*, 1995, 10(1): 14-19.
- [5] Bleszynski E, Bleszynski M, and Jaroszewicz T. Adaptive integral method for solving large-scale electromagnetic scattering and radiation problems. *Radio Sci.*, 1996, 31(5): 1225-1251.
- [6] Guo Jing-Li, Li Jian-Ying, and Liu Qi-Zhong. Analysis of arbitrarily shaped dielectric radomes using adaptive integral method based on volume integral equation[J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 2006, 54(7): 1910-1916.
- [7] Wagner R L and Chew W C. A ray propagation fast multipole algorithm[J]. *Microwave Opt. Tech. Lett.*, 1994, 7(10): 435-438.
- [8] Chew W C, Cui T J, and Song J M. A FAFFA-MLFMA algorithm for electromagnetic scattering[J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, 2002, 50(11): 1641-1649.
- [9] 王浩刚, 聂在平, 王军. 对三维多层快速多极子方法中不变项计算的优化[J]. *电子学报*, 2000, 28(9): 105-107.
- [10] Reedy C J, Deshpande M D, and Cockrell C R, et al. Fast RCS computation over a frequency band using method of moments in conjunction with asymptotic wave form evaluation technique[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.*, 1998, 46(8): 1229-1233.
- [11] Velampambil S V, Song J M, Chew W C, and Gallivan K. ScaleME: A portable scaleable multipole engine for electromagnetic and acoustic integral equation solvers[A]. *IEEE Antennas Propaga Society International Symp [C]*. Atlanta, GA, 1998: 1774-1777.
- [12] 卢光辉, 孙世新. 并行处理技术在电大尺寸复杂目标电磁散射中的应用[J]. *电子学报*, 2003, 31(6): 882-885.

袁 军: 男, 1977 年生, 博士生, 研究方向为计算电磁学、天线工程及射频系统电磁兼容设计等。
 刘其中: 男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为电磁散射、天线数值计算及 CAD 等。
 郭景丽: 女, 1979 年生, 博士, 副教授, 研究方向为天线数值计算、电磁散射和电磁兼容等。