

离散复镜像方法中的积分路径与展开函数的研究

焦程鹏^① 贺秀莲^① 龚书喜^②

^①(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

^②(西安电子科技大学天线与电磁散射研究所 西安 710071)

摘要: 该文分析了二级离散复镜像方法中的积分路径与展开函数,给出了正确的展开函数,提出了一种新的积分路径,可以用来快速计算微带结构的空域格林函数。采用该方法计算了一个5层微带结构的空域格林函数,证实了本文方法的有效性。

关键词: 微带天线; 格林函数; 离散复镜像方法(DCIM)

中图分类号: TN823

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)03-0734-04

On the Integration Path and Expansion Function of the Discrete Complex Image Method

Jiao Cheng-peng^① He Xiu-lian^① Gong Shu-xi^②

^①(Institute of Electronics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China)

^②(Research Inst. of Antennas and EM Scattering, Xidian Univ. Xi'an 710071, China)

Abstract: The integration paths and the expansion functions in two-level DCIM are investigated. Accurate expansion functions are proposed and a novel integration path, which can be used to calculate the spatial Green's functions of microstrip structure, is presented. The spatial Green's functions of a five-layer microstrip structure are calculated, and the results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: Microstrip antenna; Green's function; Discrete complex image method(DCIM)

1 引言

矩量法^[1]是目前研究微带天线的主要方法之一,用矩量法分析微带天线需要用到微带结构的空域格林函数。空域格林函数的数值计算非常耗时。为解决该问题,Chow^[2]提出了离散复镜像方法(DCIM),为了进一步提高计算速度,Aksun^[3]提出了二级DCIM。

在计算微带天线结构的空域格林函数时,由于选用的展开函数和积分路径存在问题,Chow提出的DCIM和Aksun提出的二级DCIM只能正确地计算源位于空气层时候的格林函数^[4]。Shuley^[5]认识到这一问题,采用正确的指数展开函数,计算了单层微带天线的空域格林函数。但是Shuley没有分析积分路径的选取对计算格林函数的影响。为此本文分别对二级离散复镜像方法中使用的展开函数和积分路径进行研究,提出了一种新的积分路径选取方法,可以用来快速计算微带结构的空域格林函数。

2 格林函数和离散复镜像方法

微带结构如图1所示,每层介质的相对介电常数和磁导率分别是 ϵ_{ri} 、 μ_{ri} 。放置在图1所示的多层介质中的电流源产生的电场用混合位形式可以表示为

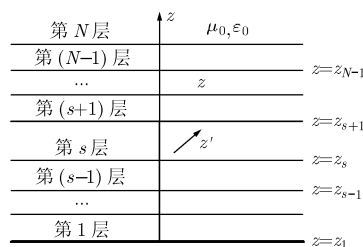


图1 微带结构示意图

$$\mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \langle \bar{G}^A; \mathbf{J} \rangle + \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \nabla \langle G^\varphi; \nabla' \cdot \mathbf{J} \rangle \quad (1)$$

其中 \bar{G}^A 和 G^φ 分别是格林函数的矢量位和标量位。 $\tilde{\bar{G}}^A$ 和 \tilde{G}^φ 分别是 \bar{G}^A 和 G^φ 的谱域形式。 $\tilde{\bar{G}}^A$ 的具体形式为

$$\begin{aligned} \tilde{\bar{G}}^A = & (\hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y})\tilde{G}_{xx} + \hat{z}\hat{x}\tilde{G}_{zx} + \hat{z}\hat{y}\tilde{G}_{zy} \\ & + \hat{x}\hat{z}\tilde{G}_{xz} + \hat{y}\hat{z}\tilde{G}_{yz} + \hat{z}\hat{z}\tilde{G}_{zz} \end{aligned} \quad (2)$$

使用传输线模型^[6, 7],可以得出矢量位的各个分量和标量位的表达式。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{G}_{xx}^A &= \frac{1}{j\omega\mu_0} V_i^h \\ \tilde{G}_{zz}^A &= \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left[\left(\frac{\mu_r}{\epsilon_r} - \frac{\mu_r' k_z^2}{\epsilon_r k_\rho^2} \right) I_v^e + \frac{k_0^2 \mu_r \mu_r'}{k_\rho^2} I_v^h \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\tilde{G}_{zt}^A = \frac{\mu_r k_t}{jk_\rho^2} (I_i^h - I_i^e), \quad t = x, y; \quad \tilde{G}_{tz}^A = \frac{\mu_r k_t}{jk_\rho^2} (V_v^h - V_v^e),$$

$$t = x, y \quad (4)$$

$$\tilde{G}^\varphi = \frac{j\omega\epsilon_0}{k_\rho^2} (V_i^e - V_i^h) \quad (5)$$

式(3)-式(5)中 $V_{i,v}^{e,h}$ 和 $I_{i,v}^{e,h}$ 是等效传输线上的电压和电流。对式(3)-式(5)所表示的谱域格林函数做汉克尔反变换得到空间域格林函数。

$$G_{A,\varphi}(\rho, z/z') = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}_{A,\varphi}(k_\rho, z/z') H_0^{(2)}(k_\rho \rho) k_\rho dk_\rho,$$

$$k_\rho^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (6)$$

其中 $\rho = [(x-x')^2 + (y-y')^2]^{1/2}$ 。式(6)就是索莫非尔德积分, 其计算非常耗费时间, Chow 提出了一级离散复镜像方法^[2]来提高计算速度。为了进一步提高计算速度, Aksun^[3]提出了二级离散复镜像方法。为了叙述的方便引入 Sommerfeld 恒等式:

$$\frac{e^{-jk_s r}}{4\pi r} = \frac{1}{4\pi} \int_{\text{SIP}} dk_\rho k_\rho H_0^{(2)}(k_\rho \rho) \frac{e^{-jk_{zs} z}}{j2k_{zs}},$$

$$k_{zs}^2 + k_\rho^2 = \epsilon_{rs} k_0^2 \quad (7)$$

其中 $r = [\rho^2 + z^2]^{1/2}$, SIP 是索末菲尔德积分的路径; $H_0^{(2)}(\bullet)$ 是零阶第二类贝塞尔函数。离散复镜像方法^[2, 3]分为两步: 第1步在积分路径上对谱域格林函数均匀采样, 积分路径的参数方程为: Cap1: $k_{zs} = -jk_s [T_{02} + t]$, $0 \leq t \leq T_{01}$; Cap2: $k_{zs} = k_s [-jt + (1-t/T_{02})]$, $0 \leq t \leq T_{02}$ 。使用这些采样点以及 GPOF^[8]方法得到谱域格林函数的指数拟合表达式(8)。

$$\tilde{G}_{A,\varphi}(k_\rho, z, z') = \frac{1}{2jk_{zs}} \cdot \left(\sum_{n=1}^{N_1} a_{1n} e^{-b_{1n} k_{zs}} + \sum_{n=1}^{N_2} a_{2n} e^{-b_{2n} k_{zs}} + 2jk_{zs} \sum_{i=1}^{N_{\text{pole}}} \frac{2k_{\rho pi} \text{Re } s_i}{k_\rho^2 - k_{\rho pi}^2} \right) \quad (8)$$

式(8)中的第3项是为了正确计算远区场的格林函数而引入的表面波项, 其中 N_{pole} 是极点的个数, $k_{\rho pi}$ 和 $\text{Re } s_i$ 是谱域格林函数 \tilde{G} 的第 i 个极点, 以及这个极点相对应的留数。 a_{1n} 、 b_{1n} 、 a_{2n} 、 b_{2n} 使用 GPOF 方法得到^[8]。第2步使用索莫非尔德恒等式解析地表示空间域的格林函数式(9)。

$$G_{A,\varphi} = \frac{1}{4\pi} \left(\sum_{n=1}^{N_1} a_{1n} \frac{e^{-jk_s r_{1n}}}{r_{1n}} + \sum_{n=1}^{N_2} a_{2n} \frac{e^{-jk_s r_{2n}}}{r_{2n}} \right) - \frac{j}{2} \sum_i \text{Re } s_i H_0^{(2)}(K_{\rho pi} \rho) K_{\rho pi} \quad (9)$$

其中 $r_{1,2n} = \sqrt{\rho^2 - b_{1,2n}^2}$ 。

3 理论分析和数值结果

图1所示的微带结构的谱域格林函数含有与 k_{z0} 相关的枝节割线, 此枝节割线对应的枝节点是 k_0 ^[4]。因此在使用离散复镜像方法时, 只有采用 $\exp(-b_i k_{z0})/k_{z0}$ 作为展开函数, 才含有与谱域格林函数相同的枝节点 k_0 。而 Aksun 提出的二级 DCIM, 采用的展开函数是 $\exp(-b_i k_{zs})/k_{zs}$, 它含有的枝节点是 k_s , 只有当激励源在最上层的空气层中时, 才有 $k_s = k_0$, 因此 Aksun 提出的二级离散复镜像方法, 只能正确

计算源在最上层的空气层中时的格林函数。Shuley^[5]认识到这一问题, 采用 $\exp(-b_i k_{z0})/k_{z0}$ 展开谱域格林函数, 正确地计算了微带天线的空间域格林函数。但是 Shuley 没有对积分路径进行研究。

在计算格林函数时, 可以选择 $\exp(-b_i k_{z0})/k_{z0}$ 或者 $\exp(-b_i k_{zs})/k_{zs}$ 作为展开函数; 同时积分路径中可以选择 k_0 或者 k_s , 因此存在4种不同的展开函数和积分路径的组合。另外特别研究一下选择 $\exp(-b_i k_{z0})/k_{z0}$ 作为展开函数, 在积分路径中选择 k_m 的情况。其中 k_m 是介电常数最大的介质层的波数。这5种组合分别是:

组合1 Cap1: $k_{z0} = -jk_s [T_{02} + t]$, $0 \leq t \leq T_{01}$
 Cap2: $k_{z0} = k_s [-jt + (1-t/T_{02})/\sqrt{\epsilon_{rs}}]$, $0 \leq t \leq T_{02}$

$$\tilde{G}(k_\rho) = \sum_{i=1}^N a_i \exp(-b_i k_{z0}) \quad (10)$$

组合2 Cap1: $k_{zs} = -jk_0 [T_{02} + t]$, $0 \leq t \leq T_{01}$
 Cap2: $k_{zs} = k_0 [-jt + \sqrt{\epsilon_{rs}}(1-t/T_{02})]$, $0 \leq t \leq T_{02}$

$$\tilde{G}(k_\rho) = \sum_{i=1}^N a_i \exp(-b_i k_{zs}) \quad (11)$$

组合3 Cap1: $k_{zs} = -jk_s [T_{02} + t]$, $0 \leq t \leq T_{01}$
 Cap2: $k_{zs} = k_s [-jt + (1-t/T_{02})]$, $0 \leq t \leq T_{02}$

$$\tilde{G}(k_\rho) = \sum_{i=1}^N a_i \exp(-b_i k_{zs}) \quad (12)$$

组合4 Cap1: $k_{z0} = -jk_0 [T_{02} + t]$, $0 \leq t \leq T_{01}$
 Cap2: $k_{z0} = k_0 [-jt + (1-t/T_{02})]$, $0 \leq t \leq T_{02}$

$$\tilde{G}(k_\rho) = \sum_{i=1}^N a_i \exp(-b_i k_{z0}) \quad (13)$$

组合5 Cap1: $k_{z0} = -jk_m [T_{02} + t]$, $0 \leq t \leq T_{01}$
 Cap2: $k_{z0} = k_m [-jt + (1-t/T_{02})/\sqrt{\epsilon_{rm}}]$, $0 \leq t \leq T_{02}$

$$\tilde{G}(k_\rho) = \sum_{i=1}^N a_i \exp(-b_i k_{z0}) \quad (14)$$

这5种情况下的积分路径如图2所示。实际上 Aksun 和 Shuley 分别采用的是组合3和组合4的情况。分别使用上述5种情况下的积分路径和展开函数, 计算如图3所示的5层介质的格林函数 G_φ , 来研究枝节点奇异性对展开函数和积分路径的影响。在图3中 ϵ_r 、 h 分别是每一层介质的相对介电常数和厚度, 厚度的计量单位是 mm。首先研究场点和源点在同一介质层 $z = z' = 0.4\text{mm}$ 的情况, 计算时选用的各个参数如表1所示, 工作频率 $\text{Fre} = 30\text{GHz}$ 。计算结果如图4(a)所示, 图4(b)清楚地表示了格林函数在远区的变化。

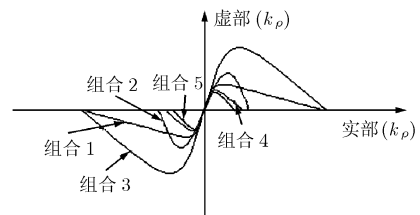


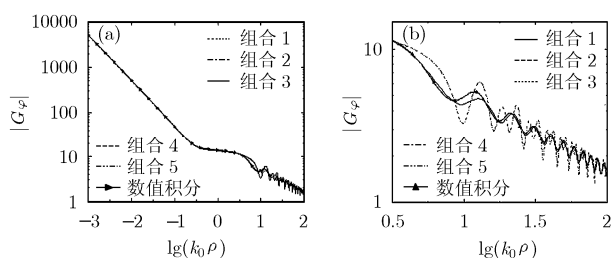
图2 5种情况下的二级DCIM的积分路径

表1 计算格林函数 G_ρ 的有关参数(注: 本文采用 Fortran 语言编制程序)

组合	Eq.	$k_{\rho \max 2}$	T_{01}	$N_{\text{sam}1}$	T_{02}	$N_{\text{sam}2}$	时间(s)
1	(10)	$k_0 \sqrt{1 + \varepsilon_{rs} T_{02}^2} = k_0 \sqrt{1 + 8.6 * 5^2}$	300	80	5.0	80	0.49
2	(11)	—	300	80	5.0	80	—
3	(12)	—	300	80	5.0	80	—
4	(13)	$k_0 \sqrt{1 + T_{02}^2} = k_0 \sqrt{1 + 5^2}$	300	60	5.0	60	0.36
5	(14)	$k_0 \sqrt{1 + \varepsilon_{rm} T_{02}^2} = k_0 \sqrt{1 + 12.5 * 1.1^2}$	300	40	1.1	40	0.25

介质层	ε_r	h
5	1.0	∞
4	2.1	0.7
3	12.5	0.3
2	9.8	0.5
1	8.6	0.3

图3 5层介质结构示意图

图4 格林函数 G_ρ 的幅度值, $z=z'=0.4\text{mm}$

从图4可以看出组合1, 组合4和组合5的计算结果与数值积分的结果^[9]吻合良好, 是因为它们都是采用 $\exp(-b_l k_{z0})/k_{z0}$ 作为展开函数。而组合2和组合3不能得到正确的结果, 是因为组合2和组合3都是采用 $\exp(-b_l k_{zs})/k_{zs}$ 作为展开函数。因此可以得出, 必须采用 $\exp(-b_l k_{z0})/k_{z0}$ 作为展开函数, 才能得到正确的结果。我们还可以看出组合1, 组合4和组合5在积分路径 Cap1 和 Cap2 中选取的分别是 k_s , k_0 和 k_m 都得到了正确的结果, 说明在计算如图1所示的微带天线的格林函数时, 只要选取正确的展开函数 $\exp(-b_l k_{z0})/k_{z0}$, 在 Cap1 和 Cap2 中采用 k_0 , k_s 或者 k_m 都可以使用离散复镜像方法正确地计算空间域的格林函数。

下面研究, 使用 $\exp(-b_l k_{z0})/k_{z0}$ 作为展开函数, 而在积分路径中选取不同的波数 k_0 , k_s , k_m 会有什么不同。在二级离散复镜像方法中, 谱域格林函数在 Cap2 上变化剧烈需要的采样点多; 谱域格林函数在 Cap1 上变换缓慢, 需要的采样点少。因此在使用二级 DCIM 时, 尽量使 Cap2 的区间小, 在相同的采样频率下, 可以使用较少的采样点, 从而减少计算时间; 同时使 Cap1 足够大, 能够保证谱域格林函数在 Cap1 之外的 $[k_{\rho \max 1}, \infty]$ 区间的值可以忽略。

从图4看出, 组合1、组合4和组合5这3种情况对应的 $k_{\rho \max 2}$ 值不尽相同, 他们的具体值如表1所示。在选取参数 T_{02} 时, 要保证 $k_{\rho \max 2} > \sqrt{\varepsilon_{rm}} k_0$, 这里 ε_{rm} 是最大的介电常数。因为组合1和组合4对应的 $k_{\rho \max 2}$ 与 ε_{rm} 无关, 在实际应用中选取 $T_{02} = 5.0$ ^[3]。而在组合5中只要选取 $T_{02}=1.1$, 便可以充分满足 $k_{\rho \max 2} > \sqrt{\varepsilon_{rm}} k_0$ 。从表1可以看出, T_{01} 和 T_{02} 确定后, 3种情况的 $k_{\rho \max 2}$ 满足组合1 > 组合4 > 组合5, 因此可以看出组合5的采样区间 Cap2 最小, 需要的采样点最少, 计算时间最少。从而可以得出, 使用组合5提出的积分路径和展开函数能够快速准确地计算微带结构的格林函数。

4 结束语

本文使用 DCIM 计算微带结构的空间域格林函数。研究了积分路径与展开函数的选取问题, 提出了一种新的积分路径的选取方法, 可以快速准确地计算微带结构的空间域格林函数。用文中的方法计算了5层介质的空间域格林函数, 验证了本文的方法。使用本文的方法能够快速正确地计算多层微带天线的空间域格林函数, 为使用矩量法分析微带天线的性能奠定了理论基础。

参考文献

- [1] 哈林登著. 王尔杰译. 计算电磁场的矩量法. 北京: 国防工业出版社, 1981, 第1-3章.
- [2] Chow Y L, Yang J J, Fang D F, and Howard G E. A closed-form spatial Green's function for the thick substrate[J]. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 1991, 39(3): 588-592.
- [3] Aksun M I. A robust approach for the derivation of closed-form Green's function[J]. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 1996, 44(5): 651-658.
- [4] Chew W C. *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*[M]. Van Nostrand, New York, 1990, Chapter1-3.
- [5] Shuley N V and Boix R R. On the fast approximation of Green's functions in MPIE formulations for planar layered

- media[J]. *IEEE Trans. on MTT*, 2002, 50(9): 2185-2192.
- [6] Liu Y. Application of DCIM to MPIE-MOM analysis of 3-D PEC objects in multilayered media[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2002, 50(2): 157-161.
- [7] Hsu C I G, Harrington R F, Michalski K A, and Zheng D. Analysis of a multiconductor transmission line of arbitrary cross-section in multilayered uniaxial media[J]. *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech*, 1993, 41(1): 70-78.
- [8] Hua Y and Sarkar T K. Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1989, 37(2): 229-234.
- [9] Katehi P B and Alexopoulos N G. Real axis integration of sommerfeld integrals with applications to printed circuit antennas[J]. *J. Math. Phys*, 1983, 24(3): 527-533.
- 焦程鹏: 女, 1977年生, 助理研究员, 研究合成孔径雷达自聚焦算法.
- 贺秀莲: 女, 1977年生, 助理研究员, 研究方向为波导缝隙天线、反射面天线、微带天线数值计算、电磁散射以及电磁兼容等.
- 龚书喜: 男, 1957年生, 教授、博士生导师, 天线与电磁散射研究所所长、天线与微波技术国防重点实验室副主任, 西安分部主任, 主要研究方向为天线与电磁散射理论等.