

一种新的XPNAV系统解脉冲周期模糊算法

谢振华^① 许录平^① 郭伟^① 倪广仁^②

^①(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

^②(中国科学院国家授时中心 西安 710600)

摘要: 为降低X射线脉冲星导航定位(XPNAV)系统解脉冲周期模糊的复杂度,提高其工程实用性,该文提出一种新的XPNAV系统解脉冲周期模糊算法。以脉冲星自身属性确定的量作为因子,以每次测量的脉冲到达时间差(TDOA)相位余值确定的量作为常数项,基于正交原理建立了新的脉冲整周期数关系式。理论分析与仿真实验结果表明,新的解脉冲周期模糊算法可以有效降低系统运算量,且可将脉冲整周期数关系式中的参数项固化入运算系统硬件或存储于处理器的存储单元中,便于工程实现。

关键词: 自主天文导航; X射线脉冲星; XPNAV; 解脉冲周期模糊; 正交性原理

中图分类号: TN967.1

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)09-2124-04

A New Algorithm of Pulse Period Ambiguity Resolution for XPNAV

Xie Zhen-hua^① Xu Lu-ping^① Guo Wei^① Ni Guang-ren^②

^①(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

Abstract: For reducing the computation complexity of pulse period ambiguity resolution for X-ray Pulsars NAVigation (XPNAV) and improving its convenience in engineering implementation, the Optimization Model for 4 X-ray pulsars localization is presented based on the orthogonality principle. A new relation formula of period number of the Time Difference Of Arrival (TDOA) of pulses is presented, whose factors are decided by the characteristics of X-ray pulsars and whose constancy is decided by TDOA phase residue. Theoretical analysis and experimental simulation show that the new method can reduce the complexity of computation obviously. Meanwhile the relation formula of the new ambiguity resolution has constants, which can be solidified into hardware or be stored into memory unit, so that the new ambiguity resolution is easy to implement in engineering.

Key words: Autonomous celestial navigation; X-ray pulsars; XPNAV; Pulse period ambiguity resolution; Orthogonality principle

1 引言

基于X射线脉冲星的导航定位(XPNAV)是一种新的自主天文导航技术,与依赖近天体目标的天文导航技术不同,XPNAV系统在宇宙空间建立一套固定坐标系统。2004年初,美国国防高级研究计划局(DARPA)提出了“基于X射线脉冲星源的自主导航(XPNAV)”预研计划^[1]。

XPNAV技术的基本原理是基于事先建立的脉冲星辐射脉冲TOA预测模型(SSB惯性系下)计算脉冲到达航天器相对于其到达SSB的时间差TDOA,确定航天器在该脉冲星方向上相对于SSB的位移。融合多颗X射线脉冲星方向上的位移即可确定航天器的空间位置。然而,直接比较脉冲TOA与TOA预测值仅可求出航天器位置与SSB之间的时间差余值,需要

通过解模糊算法确定两者间的脉冲整周期数。与脉冲多普勒雷达系统的解距离模糊不同^[2],XPNAV系统的解脉冲周期模糊问题更加复杂:(1)X射线脉冲星射电辐射是自然现象,各X射线脉冲星辐射脉冲信号的周期之间不存在两两即约关系;(2)各X射线脉冲星辐射脉冲信号的周期噪声较大;(3)XPNAV系统解脉冲周期模糊问题属于三维或更高维空间。因此不能采用脉冲多普勒雷达系统中已成熟的解距离模糊技术。Sheikh^[3]提出了3种XPNAV系统解脉冲周期模糊算法:最小二乘解模糊算法、浮点Karman滤波解模糊算法和搜索空间算法。与前两种算法相比,搜索空间算法确保不会遗漏正确的脉冲整周期数向量,但该方法计算量较大。为降低空间搜索算法的运算量,Sala^[4]提出在三维空间定位解脉冲周期模糊问题上,4颗X射线脉冲星观测数据作为解模糊算法的最小单元,不断更新X射线脉冲星,循环执行空间搜索,直至确定唯一的脉冲整周期数向量,同时利用长周期X射线脉冲星观测值构成最初单元,利用毫秒级X射线脉冲星观测数

2007-03-14 收到, 2007-09-24 改回

国家高技术研究发展计划项目(2007AA12Z323),国家自然科学基金(60472085)和陕西省自然科学基金(2006F04)资助课题

据提高定位精度。本文在Sheikh和Sala的研究基础上,分析了XPNAV系统解脉冲周期模糊的数学模型,基于正交性原理提出了新的空间搜索算法。理论分析和仿真实验表明空间搜索改进算法有效降低了运算量,且脉冲整周期数关系式的因子和常数项分别由X射线脉冲星特征属性和观测值确定,可将这些参数固化入硬件或存储于处理器的存储单元中,便于工程实现。

2 XPNAV系统空间定位数学模型

航天器携带的X射线探测器接收X射线光子,利用星载钟记录光子的到达时间,并进行周期积累,获得脉冲星辐射脉冲的累积脉冲轮廓 $p(t)$ 。将 $p(t)$ 与事先建立的标准脉冲轮廓 $S(t)$ 进行比较,获得观测脉冲轮廓的相位差余值 $\Phi_R^n(t)$ 。本文仅研究解脉冲周期模糊方法,因此事先假定脉冲TOA模型以SSB惯性系为基准,且航天器上测量的脉冲TOA已转换为SSB惯性系下。

设SSB惯性系下,脉冲星脉冲相位演化模型为

$$\Phi_{\text{SSB}}^n(t) = \Phi_{\text{SSB}}^n(t_0) + f_n(t - t_0) + \sum_{m=2}^{\infty} \frac{f_n^{(m)}(t - t_0)^m}{(m)!} \quad (1)$$

$$\tau_n = \frac{\mathbf{X}_p \mathbf{U}_n}{C} \quad (2)$$

则位于宇宙空间 \mathbf{X}_p 点的航天器于 t 时刻测量到的脉冲相位差余值为

$$\begin{aligned} \Phi_{p-R}^n(t) &= \left| \Phi_{\text{SSB}}^n(t) - \Phi_{\text{SSB}(p)}^n(t) \right| = \left| \Phi_{\text{SSB}}^n(t) - \Phi_{\text{SSB}}^n(t - \tau_n) \right| \\ &= f_n \left(\frac{\mathbf{X}_p \mathbf{U}_n}{C} \right) - m_n \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $\Phi_{\text{SSB}}^n(t)$ 为第 n 颗脉冲星脉冲相位演化模型 t 时刻的相位值, f_n 为第 n 颗脉冲星脉冲频率, $f_n^{(\bullet)}$ 为脉冲频率的 (\bullet) 阶导数, C 为光速, $\Phi_{\text{SSB}(p)}^n(t)$ 为航天器于 t 时刻测量到的第 n 颗脉冲星的脉冲相位值。设 \mathbf{U}_n 为第 n 颗脉冲星辐射电磁波方向, τ_n 为以光速从航天器沿 \mathbf{U}_n 方向运行到SSB所需的时间, $[\bullet]$ 表示取小数运算。式(1),式(3)忽略了脉冲相位演化模型中的频率导数项因子^[4]。

设 \mathbf{R}_i 为过航天器位置且垂直于 \mathbf{U}_n 的平面, (x_i, y_i, z_i) 为过SSB沿 \mathbf{U}_n 的直线与平面 \mathbf{R}_i 的交点, (x, y, z) 为航天器空间位置状态向量, l_i 为SSB与点 (x_i, y_i, z_i) 之间的距离,即航天器在 \mathbf{U}_n 方向上到SSB的距离。设 α_i 为脉冲星辐射电磁波方向 \mathbf{U}_n 与地球赤道面的夹角, β_i 为 \mathbf{U}_n 在地球赤道面投影与 X 轴的夹角。

若事先已确定脉冲整周期数 m_i ,则

$$l_i = C \left(\left(\Phi_{p-R}^n(t) \right)_i + m_i + v_i \right) / f_i \quad (4)$$

$$(x_i, y_i, z_i) = (l_i \cos \alpha_i \cos \beta_i, l_i \cos \alpha_i \sin \beta_i, l_i \sin \alpha_i) \quad (5)$$

$$D_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 \quad (6)$$

基于3颗X射线脉冲星可以确定航天器的空间位置:

$$x = \frac{(y_2 D_1 - y_1 D_2)(y_3 z_1 - y_1 z_3) - (y_3 D_1 - y_1 D_3)(y_2 z_1 - y_1 z_2)}{(y_2 x_1 - y_1 x_2)(y_3 z_1 - y_1 z_3) - (y_3 x_1 - y_1 x_3)(y_2 z_1 - y_1 z_2)} \quad (7)$$

$$y = \frac{(x_2 D_1 - x_1 D_2)(x_3 z_1 - x_1 z_3) - (x_3 D_1 - x_1 D_3)(x_2 z_1 - x_1 z_2)}{(x_2 y_1 - x_1 y_2)(x_3 z_1 - x_1 z_3) - (x_3 y_1 - x_1 y_3)(x_2 z_1 - x_1 z_2)} \quad (8)$$

$$z = \frac{(x_2 D_1 - x_1 D_2)(x_3 y_1 - x_1 y_3) - (x_3 D_1 - x_1 D_3)(x_2 y_1 - x_1 y_2)}{(x_2 z_1 - x_1 z_2)(x_3 y_1 - x_1 y_3) - (x_3 z_1 - x_1 z_3)(x_2 y_1 - x_1 y_2)} \quad (9)$$

然而,式(4)中的脉冲整周期数 m_i 常常不能直接获得,航天器位置 \mathbf{X}_p 出现模糊。航天器基于多组脉冲星获得的空间位置信息的误差与脉冲星自身定时噪声及星载钟定时噪声有关,基于上述思想Sheikh提出了XPNAV系统的空间搜索解脉冲周期模糊算法,具体步骤如下:

(1)根据航天器运行范围及其它先验信息建立脉冲整周期数向量搜索空间。如航天器运行于地球与月球之间,可将地月质心作为搜索空间中心;可根据搜索空间中的天体位置去除一些脉冲整周期数向量;航天器前一次记录的位置信息也有助于缩小搜索空间^[3]。

(2)利用3颗X射线脉冲星观测信息及其脉冲整周期数试探向量确定航天器空间位置 \mathbf{X}_p 。

(3)再引入新的X射线脉冲星观测数据,对(2)中根据脉冲整周期数试探向量确定的航天器位置进行检验。如式(10)所示,设 δ_V 为向量 \mathbf{V} 的标准方差。根据各脉冲星定时精度及星载钟定时精度确定 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$ 的检测门限 $T\delta_V$ 。不断从 m_4 试探空间中取值代入式(10),保留使 $\delta_V < T\delta_V$ 的 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$ 向量。

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \left(\frac{\mathbf{X}_p \mathbf{U}_1}{C} \right) - m_1 - \Phi_{p-R}^1(t) \\ f_2 \left(\frac{\mathbf{X}_p \mathbf{U}_2}{C} \right) - m_2 - \Phi_{p-R}^2(t) \\ f_3 \left(\frac{\mathbf{X}_p \mathbf{U}_3}{C} \right) - m_3 - \Phi_{p-R}^3(t) \\ f_4 \left(\frac{\mathbf{X}_p \mathbf{U}_4}{C} \right) - m_4 - \Phi_{p-R}^4(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

(4)重复式(2),式(3)直至 $[m_1, m_2, m_3]$ 搜索空间中的向量全部试探完毕,若 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$ 唯一,则得到最终的空间位置 \mathbf{X}_p 。

(5)若 $[m_1, m_2, m_3]$ 仍有多种可能,则以 $[m_1, m_2, m_3]$ 更新脉冲整周期数向量试探空间,重复式(2),式(3),式(4)。

3 解脉冲周期模糊新算法

在SSB惯性系下,设航天器空间位置为 (x, y, z) 。以4颗X射线脉冲星观测数据建立解脉冲周期模糊最小运算单元,其中3颗脉冲星观测数据确定一空间位置 \mathbf{X}_1 ,然后更换一脉冲星观测数据确定另一位置 \mathbf{X}_2 ,正确的脉冲整周期数向量使 $(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2)$ 的均方误差小于一定门限值。

$$E(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2)^2 = E \left(\sum_{i=1, k \neq i}^4 h_i l_i - \sum_{i=1, k \neq i=3}^4 g_i l_i \right)^2 \quad (11)$$

\mathbf{X}_1 与 \mathbf{X}_2 的均方误差可以写成式(11)的形式,式中 l_i 为点 (x, y, z) 与SSB之间在脉冲星辐射电磁波方向 \mathbf{U}_n 上的距离, h_i 和 g_i 是由 \mathbf{U}_n 确定的因子。若使 $E(\mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_2)^2$ 有最小值,根据正交性原理^[5],需

$$E\left(\sum_{i=1 \& i \neq 4}^4 h_i l_i - \sum_{i=1 \& i \neq 3}^4 g_i l_i\right) l_i = 0 \quad (12)$$

进而, 根据X射线脉冲星空间定位模型及式(12)可以推导出4颗X射线脉冲星的脉冲整周期数关系式为

$$m_1 W_1 + m_2 W_2 + m_3 W_3 - m_4 W_4 = S \quad (13)$$

式中

$$S = \Phi_{p_R}^4(t) U_4 - \Phi_{p_R}^1(t) U_1 - \Phi_{p_R}^2(t) U_2 - \Phi_{p_R}^3(t) U_3 \quad (14)$$

$$W_i = U_i / f_i, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (15)$$

$$U_1 = \frac{P_2^{12}}{P_1^{12}} + \frac{P_2^{22}}{P_1^{22}} + \frac{P_2^{32}}{P_1^{32}} \quad (16)$$

$$U_i = \frac{P_{i+1}^1 P_2^1}{P_1^{12}} + \frac{P_{i+1}^2 P_2^2}{P_1^{22}} + \frac{P_{i+1}^3 P_2^3}{P_1^{32}}, \quad i = 2, 3, 4 \quad (17)$$

$$P_1^i = A_i^1 A_i^1, \quad i = 1, 2, 3 \quad (18)$$

$$P_2^i = B_i^1 A_i^2 - B_i^2 A_i^1, \quad i = 1, 2, 3 \quad (19)$$

$$P_3^i = D_i^1 A_i^2 - D_i^2 A_i^1, \quad i = 1, 2, 3 \quad (20)$$

$$P_4^i = C_i^1 A_i^2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (21)$$

$$P_5^i = C_i^2 A_i^1, \quad i = 1, 2, 3 \quad (22)$$

$$B_i^j = J_m^{2+j} J_n^2 - J_m^2 J_n^{2+j}, m = \begin{cases} i+1, & i \leq 2 \\ 1, & i = 3 \end{cases}, n = \begin{cases} m+1, & m \leq 2 \\ 1, & i = 3 \end{cases} \quad (23)$$

$$C_i^1 = C_i^2 = J_m^2 J_n^1 - J_m^1 J_n^2, m = \begin{cases} i+1, & i \leq 2 \\ 1, & i = 3 \end{cases}, n = \begin{cases} m+1, & m \leq 2 \\ 1, & i = 3 \end{cases} \quad (24)$$

$$D_i^j = J_m^1 J_n^{j+2} - J_m^{j+2} J_n^1, m = \begin{cases} i+1, & i \leq 2 \\ 1, & i = 3 \end{cases}, n = \begin{cases} m+1, & m \leq 2 \\ 1, & i = 3 \end{cases} \quad (25)$$

$$A_i^j = B_i^j J_i^1 + C_i^j J_i^{2+j} + D_i^j J_i^2 \quad (26)$$

$$J_1^j = \cos(\alpha_j) \cos(\beta_j) \quad (27)$$

$$J_2^j = \cos(\alpha_j) \sin(\beta_j) \quad (28)$$

$$J_3^j = \sin(\alpha_j) \quad (29)$$

式中 S 是观测量 $\Phi_{p_R}^i(t)$ 的函数, W_i 和 U_i 由运算单元中的4颗脉冲星自身属性确定, 与观测数据无关。

根据式(13)-式(29)建立解脉冲周期模糊新算法:

(1) 建立脉冲整周期数向量搜索空间。

(2) 根据观测量 $\Phi_{p_R}^i(t)$ 计算 S , 根据各脉冲星定时精度计算 S 的标准方差 δ_S , 进而确定检测门限 $T\delta_S$ 。

(3) 在搜索空间中选取脉冲整周期数向量 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$ 计算 \bar{S} , 若 $|S - \bar{S}| < \delta_S$, 则保留 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$, 否则舍弃。

(4) 循环执行式(3), 最终保留的 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$ 仍不唯一, 则以 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$ 更新脉冲整周期数向量试探空间, 引入新的第4颗脉冲星, 重复式(2)-式(4)。

4 算法分析与仿真

以SSB惯性系为基准, 假设航天器空间位置为

$[-73523777.224\text{km}, -127346917.717\text{km}, -25928451.297\text{km}]$ 。定义搜索空间为半径大约121309km, 中心距离SSB大约149306335km的球, 总试探次数为51785730。首先选取B1509-58, B1821-24, B1957+20, B1937+21四颗X射线脉冲星作为定位源, 参数见表1。 S 服从近似高斯分布, 根据各脉冲星的定时精度确定 $\delta_S = 0.00213$ 。本实验中设 $T\delta_S = 3\delta_S$ 。首先建立脉冲整周期数向量搜索空间, 计算由4颗脉冲星构成的运算单元中的脉冲星自身属性参数 W_i 或 U_i , 然后根据TOA观测值计算 S , 最后根据式(13)进行脉冲整周期数向量 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$ 的搜索。具体仿真数据见表2。

表1 5颗X射线脉冲星: 坐标(J2000)、周期和定时精度 δ_{TOA} (观测时间500s, 探测面积 1m^2 , X射线背景噪声 $0.005\text{ph/cm}^2\text{s}$ (2-10 keV))

Name	RAJD($^\circ$)	DECJD($^\circ$)	$T(\text{ms})$	$\delta_{\text{TOA}}(\mu\text{s})$
B1509-58	228.48	-59.14	150.66	16.4702
B1821-24	276.13	-24.87	3.05	1.6545
B1957+20	299.90	20.80	1.61	0.88592
B1937+21	294.91	21.58	1.55	4.4577
B0531+21	83.633	22.014	33.08	0.2946

表2 仿真数据: 脉冲整周期数范围(最小周期数 m_{\min} 和最大周期数 m_{\max}), TOA观测值, U_i 和 S

Name	m_{\min}	m_{\max}	TOA(s)	U_i	S
B1509-58	2125	2129	0.8262	1.294	-108.0593328
B1821-24	129562	129772	0.0085	-3.294	
B1957+20	123539	123740	0.7298	1.749	
B1937+21	148398	148640	0.2102	0.433	

由于TOA观测值存在噪声, 搜索到正确的脉冲整周期数向量 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$ 为一概率事件, 较小的门限值 $T\delta_S$ 降低虚警概率, 但同时也提高了漏检概率; 提高 $T\delta_S$, 则可以保证较高的检测概率, 但同时也提高了虚警概率。实验结果表明, 采用 $3\delta_S$ 门限可以获得99.7%的检测概率, 基本确保不丢失正确的脉冲整周期数向量, 如图1, 两条横线代表检测门限 $T\delta_S$, 两条检测门限间的点为正确检测。采用4颗X射线脉冲星观测数据可以获得855个满足式(13)的向量。以此855个向量重建搜索空间, 引入第5颗脉冲星B0531+21代替B1937+21重新进行检测, 可以获得唯一的脉冲整周期数向量。表3比较了Sheikh空间搜索算法, Sala改进算法和本文提出的算法在实验中所需的计算量, 表明新算法可以有效降低系统计算量。

Sheikh提出的空间搜索解脉冲周期模糊算法及Sala提出的改进算法需要对每个试探向量 $[m_1, m_2, m_3]$ 计算航天器的空间位置, 然后将新的X射线脉冲星脉冲整周期数试探空间中的每一个元素代入式(10)计算误差向量 \mathbf{V} 。该方法运算

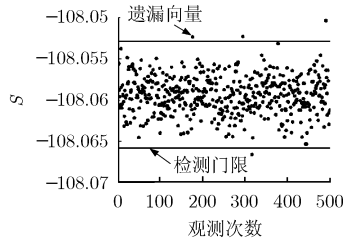


图1 本文提出的解脉冲周期模糊算法采用 $3\delta_s$ 门限的检测性能

表3 Sheikh 空间搜索算法, Sala 改进算法与本文提出算法的计算量比较

搜索算法	乘法运算 次数	加法运算 次数	比较运算 次数
Sheikh 空间搜索算法	3.81E+10	1.31E+10	1.19E+9
Sala 空间搜索改进算法	1.68E+9	5.78E+8	5.18E+7
本文算法	2.07E+8	2.07E+8	5.18E+7

量较大, 运算系统设计较复杂, 不利于工程实现。本文提出的算法不需要计算航天器的空间位置, 而是利用脉冲整周期数关系式直接进行向量 $[m_1, m_2, m_3, m_4]$ 的搜索。关系式中, 因子 W_i 和 U_i 由应用于空间定位的 X 射线脉冲星自身特征属性及其应用顺序确定, 与观测量 $\Phi_n^a(t)$ 无关; 常数项 S 由每次的观测信息确定, 在每次解模糊运算中也是固定不变的。在系统设计时, 可以将这些因子及常数项固化入运算系统硬件或者存储于 DSP 或其它处理器的存储单元中。因此, 本文提出的算法运算量较小, 且便于工程实现。

5 结束语

针对XPNAV系统脉冲周期模糊问题, 本文提出了一种新的脉冲整周期数搜索算法。理论分析与仿真实验表明, 该算法可以有效降低系统运算量, 且算法中存在由脉冲星自身属性确定的固定量 U_i 和 W_i 及每次定位中的确定量 S , 可以

在运算时将其固化入运算系统硬件或者存储于处理器的存储单元中, 便于工程实现。

参 考 文 献

[1] Pines D J. X-ray source navigation for autonomous position determination program. DARPA/TTO. USA, 2004.

[2] 曾涛, 龙腾. 一种脉冲多普勒雷达解模糊新算法. 电子学报, 2000, 28(12): 99-101.
Zeng Tao and Long Teng. A new algorithm for PD radar ambiguity resolution. *Acta Electronica Sinica*, 2000, 28(12): 99-101.

[3] Sheikh S I. The use of variable celestial x-ray sources for spacecraft navigation. Maryland: department of Aerospace Engineering, University of Maryland. 2005.

[4] Sala J, Urruela A, and Villares X. Feasibility study for a spacecraft navigation system relying on pulsar timing information. ARIADNA Study 03/4202.(Final Report). http://www.esa.int/gsp/ACT/ariadna/completed_studies.htm, 2005, 10.

[5] 张贤达. 现代信号处理(第二版). 北京: 清华大学出版社, 2002: 45-60.
Zhang Xian-da. *Modern Signal Processing(Second Edition)*. Beijing: Tsinghua University Press. 2002: 45-60.

谢振华: 男, 1978 年生, 博士, 研究方向为脉冲星微弱信号检测及其导航定位机理研究。

许录平: 男, 1961 年生, 教授, 博士, 博士生导师, 研究方向为微弱信号检测、雷达探测制导和先进导航技术研究。

郭 伟: 男, 1978 年生, 博士, 研究方向为模式识别、图像处理与计算机视觉。

倪广仁: 男, 1946 年生, 高级工程师, 研究方向为脉冲星计时和时间频率研究。