

基于先验信息的 M-APSK 信号迭代信噪比估计

聂远飞 葛建华 王勇

(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 该文提出了一种适合多进制振幅移相键控信号信噪比估计的迭代算法。给定先验信息的条件下,由经过平坦衰落的多进制振幅移相键控信号的概率分布出发,对其对数期望求导得到信噪比参数和数据的关系,引入数据可信度更新信噪比参数,从而获得相应的迭代算法。与已有的矩方法相比,该文提出的基于先验信息迭代算法在迭代四次,互信息大于 0.4 以上时性能优于已有非数据辅助算法,而无先验信息下的五次迭代时中高信噪比下优于矩方法。

关键词: 信噪比估计; 最大期望; 最大似然; 互信息

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)09-2170-04

Iterative SNR Estimation Algorithm for M-APSK Signal Based on A Priori Information

Nie Yuan-fei Ge Jian-hua Wang Yong

(National Key Lab. of Integrated Service Networks, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: This paper proposes an iterative Signal-to-Noise Ratio (SNR) estimation algorithm suited to Multiple Amplitude Phase Shift Keying (M-APSK) signal based on a priori information. Given a priori, the M-PASK signal has the determinate probability distribution with flat-fading, and its logarithmic expectation is differentiated to yield the relation between the SNR parameters and the data. Reliability metric is introduced to update the parameters, then the iterative algorithm is put forward correspondingly. Compared with the foregone Moment Methods (MM), simulation results show that the new algorithm using a prior has better performance when the intrinsic information is larger than 0.4 with 4 iterations, while that without a prior only better in middle and high SNR with 5 iterations used.

Key words: Signal-to-Noise Ratio (SNR) estimation; Expectation Maximum (EM); Maximum Likelihood (ML); Intrinsic information

1 引言

信噪比参数在自适应系统和类 Turbo 系统(包括类 Turbo 码、迭代比特交织调制编码以及 Turbo 均衡等)中非常重要,准确估计对保证这些系统逼近理想性能具有非常重要的意义。多进制振幅移相键控(Multiple Amplitude Phase Shift Keying, M-APSK)信号因具有恒模特性适合高功率放大而广泛应用在卫星通信中,已有的 DVB-S2^[1]标准采用了 16-APSK 和 32-APSK 两种调制,根据提供的信号模值分布差异,共有 11 类调制方式。但目前针对 M-APSK 信号信噪比估计算法较少。基于数据辅助(Data-Aided, DA)的估计性能好,不过它需要训练序列而降低了有效数据率,本文集中在非数据辅助(Non-Data-Aided, NDA)方法上。NDA 方法目前主要是最大似然算法^[2]和矩方法(Moment Method, MM)^[3,4],前者低信噪比下性能较差,后者高信噪比下较差,

本文将它们应用在 M-APSK 作为已有算法与新算法进行比较。近几年来,基于最大似然准则下的信噪比迭代估计算法^[5-7],可以得到一个局部最优解,性能较好,但目前所查阅的文献仅有针对二进制和四进制移相键控信号的结果,它通过采用软判决的迭代最大期望(Expectation Maximum, EM)方法^[5]或 Newton-Raphson 方法得到最大对数似然函数关于幅度求导函数为零时的解^[6, 7]实现迭代运算,本文将文献^[5]结果扩展到 M-APSK 中。以上这些算法都是在先验信息为零时得到的。作为最近研究热点的类 Turbo 接收系统,接收信号先验信息可由软译码器反馈提供^[8],该信息在信噪比估计应用中非常少。因此,利用先验信息的信噪比迭代估计算法是本文研究的重点,本文根据 EM 准则,由信号最大似然函数推导出平坦衰落下迭代信噪比估计算法,最后通过仿真将这些算法进行比较。

2 系统模型与已有算法的拓展

发送信号 x_k , $k = 1, 2, \dots, N$, 对应星座集合 $\chi = \{s_1, \dots, s_M\}$, M 为集合的势, 则每个符号对应比特数为 $\log_2 M$,

2007-03-07 收到, 2007-09-24 改回

国家 863 计划项目(2006AA01Z270), 国家自然科学基金重大项目(60496316)和国家自然科学基金重点项目(60332030)资助课题

符号 x_k 第 v 比特记为 $b_{k,v}$ ($v = 1, \dots, \log_2 M$), 星座点 s_i 对应第 v 个映射比特记为 s_i^v . 接收信号为 $r_k = h_k x_k + n_k$, h_k 为信号衰落系数, 平坦衰落信道下可近似认为是复常数 h , n_k 为服从零均值方差 σ^2 的高斯分布的噪声信号. 不失一般性, 归一化星座点, 这样符号信噪比 $\alpha = |h|^2 / \sigma^2$, $|h|^2$ 为取绝对值操作.

估计信噪比的两种典型矩方法分别是基于一阶二阶矩 (M1M2) 和二阶四阶 (M2M4) 矩. 定义 i 阶矩为 $\tau_i = E\{|r_k|^i\}$, M1M2 时不同矩的比值为 $v_{1,2} = \tau_2 / \tau_1^2$, 而 M2M4 为 $v_{2,4} = \tau_4 / \tau_2^2$, 由推导可知矩比值仅与信噪比和调制方式有关^[3,4], 即对给定的调制方式, 该值为信噪比的函数. 在所关注的信噪比区间内, 通过计算机仿真得出仿真信噪比样点统计意义上的比值与信噪比的关系, 采用多项式插值得到给定估计分辨率下两者之间的关系, 从而建立了查找表. 估计算法是计算实际接收信号不同阶数的矩, 由矩比值反向查表得到相应的信噪比. 显然, 如果得到的关系中比值关于信噪比的导数几乎为零, 那么由接收信号得到的矩比值的抖动对估计性能会有很大的影响, 这意味着此时矩方法性能就比较差. 由于尚未查到 M-APSK 应用矩方法具体结果, 根据上述流程下面给出本文仿真中采用的信噪比矩方法估计表达式:

$$\alpha = \sum_{i=0}^L a_i v \text{ (dB)}$$

这里估计的信噪比单位为 dB, v 为 $v_{1,2}$ 或者 $v_{2,4}$, L 等于 5, 相应系数如表 1 所示:

3 算法提出

记发送符号集合为 \mathbf{X} , 参数矢量 $\boldsymbol{\theta} = [h \ \sigma^2]$, 则单一样点的完全数据概率分布 $f_D(x_k | \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{|r_k - h x_k|^2}{\sigma^2}\right)$. 记完全数据序列的概率分布为

$f_X(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta})$, 在不完全序列 $\{r_k\}$ 和第 $m-1$ 次参数信息 $\boldsymbol{\theta}_{m-1}$ 条件下其对数期望为

$$Q(\boldsymbol{\theta}_m; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) = E_{\mathbf{X}|\mathbf{R}, \boldsymbol{\theta}_{m-1}}[\ln f_X(\mathbf{X} | \boldsymbol{\theta}_m)] \quad (1)$$

而接收数据条件概率分布为

$$f_D(x_k; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) = \frac{1}{2\pi\sigma_m^2} \exp\left(-\frac{|r_k - h_m \bar{x}_{k,m-1}|^2}{\sigma_m^2}\right) \quad (2)$$

这里 $\bar{x}_{k,m-1} = \sum_{i=1}^M s_i p_{k,i,m-1}$, $p_{k,i,m-1}$ 为得到参数 $\boldsymbol{\theta}_{m-1}$ 的条

件下数据 r_k 判决为符号 s_i 的概率, 即

$$p_{k,i,m-1} = p(s_i | r_k; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) = p(r_k | s_i; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) p(s_i; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) / p(r_k; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) \quad (3)$$

式(2)代替式(1)中的 $f_X(\mathbf{X}; \boldsymbol{\theta}_m)$, 有

$$Q(\boldsymbol{\theta}_m; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^M p_{k,i,m-1} \ln f_D(x_k | \boldsymbol{\theta}_{m-1}) = C - N \ln \sigma_m^2 - \sum_{k=1}^N \frac{|r_k|^2 - r_k^* h_m \bar{x}_{k,m-1} - r_k h_m^* \bar{x}_{k,m-1} - |h_m|^2 \hat{x}_{k,m-1}}{\sigma_m^2} \quad (4)$$

其中 C 为常数, $*$ 为共轭运算, $\hat{x}_{k,m-1} = \sum_{i=1}^M |s_i|^2 p_{k,i,m-1}$.

在 EM 准则下^[9]

$$\boldsymbol{\theta}_m = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}_m} Q(\boldsymbol{\theta}_m; \boldsymbol{\theta}_{m-1})$$

结合式(4)获得 $\boldsymbol{\theta}_m$, 要求 $\partial Q(\boldsymbol{\theta}_m; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) / \partial \boldsymbol{\theta}_m = 0$, 从而有

$$h_m = \frac{\sum_{k=1}^N \bar{x}_{k,m-1}^* r_k}{\sum_{k=1}^N \hat{x}_{k,m-1}}, \quad \sigma_m^2 = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{k=1}^N |r_k|^2 - \frac{\left| \sum_{k=1}^N \bar{x}_{k,m-1}^* r_k \right|^2}{\sum_{k=1}^N \hat{x}_{k,m-1}} \right\} \quad (5)$$

当数据先验信息存在时, 假定译码器迭代反馈的关于 $b_{k,v}$ 对数似然信息记为 $\tilde{b}_{k,v}$, 由该信息可以得到相应符号的软信息, 进而得到 $p_{k,i,m-1}$. $b_{k,v}$ 对应比特为 1 和 0 的概率为

$$l_{k,v}^v = 2^{-1} \exp\left(\tilde{b}_{k,v} \text{sign}(2v_b - 1) / 2\right) / \cosh\left(\tilde{b}_{k,v} / 2\right) \quad (6)$$

这里 $v_b \in \{1, 0\}$, $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数, 大于零为 1, 反之为零.

$\cosh(\cdot)$ 为双正曲余弦函数. 在比特相互独立的假定下, 有

$$q_{k,i,m-1} = p(r_k | s_i; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) p(s_i; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) = \exp\left[-|r_k - h_{m-1} s_i|^2 / \sigma_{m-1}^2\right] \prod_{v=1, \dots, \log_2 M}^{s_i^v = v_b} l_{k,v}^{v_b} = 2^{-\log_2 M} \exp\left[-\frac{|r_k - h_{m-1} s_i|^2}{\sigma_{m-1}^2} + \sum_{v=1, \dots, \log_2 M}^{s_i^v = v_b} \frac{\tilde{b}_{k,v} \text{sign}(2v_b - 1)}{2}\right] \prod_{v=1, \dots, \log_2 M} \cosh^{-1}\left(\frac{\tilde{b}_{k,v}}{2}\right) \quad (7)$$

从而式(3)可写为

$$p_{k,i,m-1} = p(r_k | s_i; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) p(s_i; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) / p(r_k; \boldsymbol{\theta}_{m-1}) = q_{k,i,m-1} / \sum_{i=1}^M q_{k,i,m-1} \quad (8)$$

参数更新过程为: 对给定的先验信息, 由式(6)~式(8)得到第 m 次迭代时符号的概率, 代入式(5)更新信噪比参数, 然后重复式(6)~式(8)和式(5), 这样迭代至满足给定的条件. 初始

表 1 不同 MAPSK 调制对应的 MM 方法系数列表

类型	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
16APSK-M1M2	1.231	-1.109e-2	-4.521e-4	8.060e-5	-3.104e-6	3.888e-8
16APSK-M2M4	1.799	-4.812e-2	-1.813e-3	3.239e-4	-1.216e-5	1.481e-7
32APSK-M1M2	1.240	-8.720e-3	-3.667e-4	6.449e-5	-2.478e-6	3.096e-8
32APSK-M2M4	1.834	-3.982e-2	-1.533e-3	2.722e-4	-1.024e-5	1.250e-7

信噪比参数为 $\theta_0 = [\infty \ 1]$ 。为了后续仿真比较方便，这里记基于先验信息反馈的信噪比估计算法为 MLA。

当先验信息为零时

$$p_{k,i,m-1} = p(r_k | s_i; \theta_{m-1}) / p(r_k; \theta_{m-1})$$

$$= p(r_k | s_i; \theta_{m-1}) / \sum_{i=1}^M p(r_k | s_i; \theta_{m-1})$$

在参数 θ_{m-1} 条件下，条件概率 $p(r_k | s_i; \theta_{m-1})$ 与完全数据概率分布类似，从而上式可写为

$$p_{k,i,m-1} = \frac{\exp[-|r_k - h_{m-1}s_i|^2 / \sigma_{m-1}^2]}{\sum_{i=1}^M \exp[-|r_k - h_{m-1}s_i|^2 / \sigma_{m-1}^2]}$$

记该算法为 ML，迭代流程与 MLA 类似。

由于基于先验信息的信噪比估计与先验信息可信度密切相关，这意味着对同样的调制星座，不同的星座标识和译码器会影响到估计性能。如果能够对先验信息建模，算法验证则可以独立于接收机其他环节。文献[10]采用高斯模型对先验信息建模，本文引入该模型：

$$\tilde{b}_{k,v} = \frac{\sigma_w^2}{2} (2b_{k,v} - 1) + w \tag{9}$$

其中 w 服从零均值方差 σ_w^2 的高斯分布。上式对应的互信息为

$$I = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left[-\frac{(\xi - \sigma_w^2/2)^2}{2\sigma_w^2}\right] \log 2(1 + \exp(-\xi)) d\xi$$

噪声方差确定与互信息 I 一一对应，这样通过仿真得到两者对应关系，实现对给定的互信息，查表得到相应的噪声方差，由式(9)即可得到先验信息对数似然建模。

此外，注意到基于似然估计的信噪比算法是有偏的，类似于 BPSK 减偏 ML 算法，最后得到的信噪比 $\hat{\alpha}$ 可对上述运算得到的 $\tilde{\alpha}$ 作如下修正^[2]：

$$\hat{\alpha} = \frac{N-3}{N} \tilde{\alpha} - \frac{1}{N} \tag{10}$$

4 仿真结果

本文仿真采用 DVB-S2 标准^[1]下 16-APSK 和 32-APSK 在编码率为 9/10 对应的星座，由于估计算法减偏前后估计值差异不大，故仿真中仅列出了减偏后结果，即式(10)。对比算法为 M1M2、M2M4 和无先验信息下迭代 ML 估计算法。已有文献很多都比较了估计均值的动态范围，作为估计器性能的一部分这是非常必要的，但结合到实际系统，尤其是高阶调制系统，甚低信噪比(如-5dB 以下)或过大时的估计意义并不大，给出的仿真信噪比范围为-5dB~25dB。此外，考虑到基于最大似然的估计是有偏的，因此比较归一化估计方差更为重要。定义信噪比归一化方差平方根

$$\rho = [E((\hat{\alpha} - \alpha)^2)]^{1/2} / \alpha \approx \sqrt{\sum_{k=1}^{N_t} (\hat{\alpha}_k - \alpha)^2 / N_t} / \alpha$$

式中 N_t 表示测试次数。

仿真条件：每帧符号数为 200 个采样点，仿真次数为 10000 帧。图 1 和图 2 给出了 16-APSK 调制下不同算法性能比较。无论是估计均值性能方面还是归一化方差平方根，采

用 ML 的算法在高信噪比下很好的逼近了理想估计(或 DA 估计)，但 MM 则差很多，且 M2M4 优于 M1M2。对 MM 算法，在确定仿真矩比值与信噪比关系的过程中发现在中高信噪比下(10dB 以上)，比值关于信噪比的一阶导数很小，这是其性能变差的主要原因。结合仿真结果，可得到如下结论：

(a)低信噪比下，MM 算法优于 NDA 的迭代 ML 估计，与带先验信息的 ML 迭代估计相比，在先验信息大于 0.4 时，MM 性能差一些；(b)中高信噪比下，基于 ML 的算法性能优于 MM 算法，前者随信噪比是渐进最小均方估计；(c)迭代改进了 ML 算法性能，NDA 下有近 4dB 增益，信噪比的增加算法性能逼近 DA；(d)先验信息的使用提高了估计精度，但互信息量很少时，如 0.3，可信度更新有限，从而新算法的改进在低信噪比下不及 MM 算法；(e)结合先验信息的 ML 迭代估计随着先验信息的增加，在整个仿真区间都是逼近 DA 界的，这和直观理解是一致的。值得说明的是在互信息大于 0.4 以后新算法已经优于文中所提到的所有 NDA 算法，而互信息为 0.4 时，一般通信系统中误比特率还比较高^[10]，这意味着该算法应用条件并不非常苛刻。

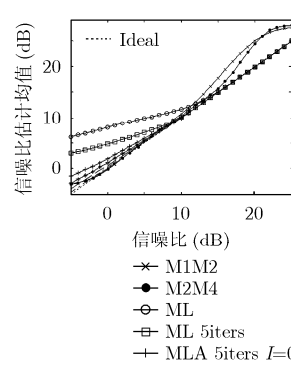


图 1 16-APSK 时各种算法估计均值比较

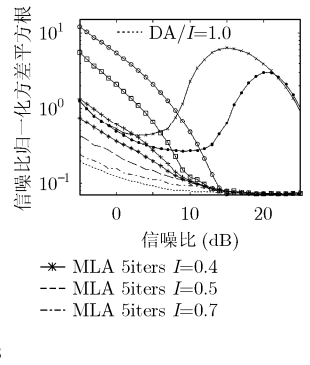


图 2 16-APSK 时各种算法归一化方差平方根比较

图 3 和图 4 是 32-APSK 下估计器性能比较，与 16-APSK 相比，各种算法性能比较的结果类似。无先验信息下的迭代 ML 估计较非迭代的改善了不到 4dB，先验信息为 0.4 时新

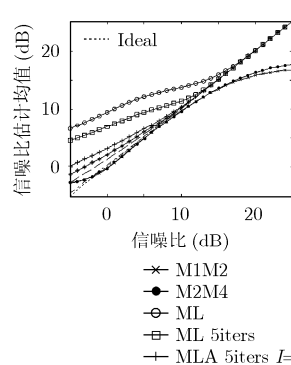


图 3 32-APSK 时各种算法估计均值比较

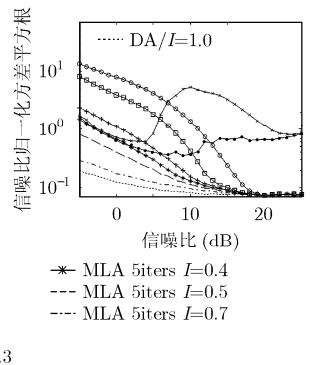


图 4 32-APSK 时各种算法归一化方差平方根比较

算法与 MM 算法 0dB 下相当, 这说明迭代算法改进随着调制制度的增加改善要小一些。此外考虑到仿真结果中各种算法的相似性, 从某种意义上讲, 本文给出的算法具有一定的普遍性, 可以应用到其他类型的高阶调制信号中。

5 结束语

本文对比了 MM 算法在 M-APSK 信噪比估计性能, 结果表明 M2M4 优于 M1M2。先验信息给定的条件下, 信噪比估计应该可以获得好于 NDA 时的算法, 但所查文献没有这样的结果。本文从数据概率分布出发, 利用 EM 准则, 提出了给定先验信息下 M-APSK 迭代信噪比估计算法。从仿真结果可以看出在先验信息大于 0.4 时, 新算法性能的确好于 NDA 算法。而且在先验信息比较小或者为零时对应的迭代算法在中高信噪比下都具有较好的性能, 这一点恰是已有的 MM 算法的不足之处。不过本文所给的算法侧重在性能改善上, 简化其实现结构是下一步研究的目标。

参 考 文 献

- [1] ETSI. Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications, ETS 302 307 V1.1.1 [S]. Lucioles France: ETSI. June 2004.
- [2] David R Pauluzzi and Norman C Beaulieu. A comparison of SNR estimation techniques for the AWGN channel [J]. *IEEE Trans. on Comm.*, 2000, 48(10): 1681-1691.
- [3] Gao Ping and Tepedelenlioglu Cihan. SNR estimation for nonconstant modulus constellations [J]. *IEEE Trans. on SP*, 2005, 53(3): 865-870.
- [4] 许华, 樊龙飞, 郑辉. 一种 QAM 信号的盲信噪比估计算法[J]. 电子学报, 2005, 33(4): 758-761.
- [5] Ami Wiesel, Jason Goldberg, and Hagit Messer. Non-data-aided signal-to-noise-ratio estimation [A]. Proc.IEEE Int. Conf. Commun. (ICC) [C]. New York, 2002: 198-201.
- [6] Li Bin, DiFazio Robert, and Zeira Ariela. A low bias algorithm to estimate negative SNRs in an AWGN channel[J]. *IEEE Commmunication Letters*, 2002, 6(11): 469-471.
- [7] Li Bin, DiFazio Robert, and Zeira Ariela, *et al.* New results on SNR estimation of MPSK modulated signals[A]. Proceedings of the 14th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication (PIMRC)[C]. Beijing: IEEE 2003: 2373-2377.
- [8] Thorsten Clevom, Frank Oldewurtel, and Susanne Godtmann,*et al.* Iterative demodulation for DVB-S2[A]. IEEE 16th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC) [C]. Berlin: IEEE 2005: 2576-2580.
- [9] Titterington D M, Smith A F M, and Makov U E. Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions [M]. NewYork: Wiley, 1985: 345-380.
- [10] Brink S ten. Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes [J]. *IEEE Trans. on Comm.*, 2001, 49(5): 1727-1737.

聂远飞: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为空时信号迭代处理与编码调制。
葛建华: 男, 1961年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会通信学会高级会员, 研究方向为无线宽带多媒体通信。
王 勇: 男, 1976年生, 博士, 讲师, IEEE 协会专业会员, 研究方向为无线宽带多媒体通信。