

## 数据复用在 Bussgang 类盲均衡算法中的应用

许军 汪芙平 王赞基

(清华大学电机工程与应用电子技术系 北京 100084)

**摘要:** 为解决突发通信或非合作通信中接收数据短、直接均衡迭代难于收敛问题, 该文将数据复用的思想引入 Shalvi 算法中。通过分析数据复用均衡后序列与原始码元序列峰度的关系, 得出了数据复用方法有效收敛的原因。以此为基础, 将该结论推广到整类 Bussgang 盲均衡算法, 并分析了影响数据复用盲均衡效果的几个因素。仿真实验表明, 数据复用方法大大减少了 Bussgang 算法收敛所需要的码元数目, 有一定的工程实用价值。

**关键词:** 非合作通信; 数据复用; Bussgang; 盲均衡; 峰度

中图分类号: TN911.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)09-2174-04

## Reusing Data in Bussgang Blind Equalization Algorithm

Xu Jun Wang Fu-ping Wang Zan-ji

(Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** In Short Burst wireless communication and non-corporation communication, the receive data is not long enough to use in Bussgang blind equalization method. In this paper reusing data was introduced to shalvi's blind equalization algorithm, by comparing the kurtosis of the reused data after equalizing and the original symbol, the reason of the algorithm's valid converging was got. Base on this conclusion, the reusing data method was introduced to Bussgang algorithm. And then the factors which will influent the effect of the reusing data equalization method were analyzed. Simulation results show that reusing data equalization can reduce the symbols of the Bussgang method need to converge, it has some practical utility.

**Key words:** Non-corporation communication; Reusing data; Bussgang; Blind equalization; Kurtosis

### 1 引言

在很多通信场合, 由于信号参数未知和信道滤波作用, 需对接收数据盲均衡。Bussgang 类盲均衡算法根据特定代价函数, 采用梯度下降法, 对均衡器系数进行调整。该类盲均衡方法原理简单、计算复杂度低, 实际中有广泛的使用。但该类方法收敛较慢, 需要较大的数据量才能实现算法的收敛。突发通信中接收到的每帧数据段只有几十至几百个, 非合作通信中接收到的数据段也可能较短。同时较大的数据量意味着较长的均衡时间, 在一些码率较低的通信场合, 例如 2400bit/s 的短波通信中, 若实现收敛需要 5000 个码元, 则需要 2.1s 才能实现均衡, 这在实际中是无法忍受的。这个缺点使得 Bussgang 类盲均衡算法的应用受到限制。文献[1]在突发通信中, 针对 CMA 恒模算法提出了数据复用的思想, 即重复使用接收到的短数据段进行均衡。但该文没有详细分析数据复用方法有效的原因, 也未探讨数据复用方法在其他均衡算法中的应用。

本文针对短接收信号长度, 将数据复用方法引入到 Shalvi<sup>[2]</sup>盲均衡算法中, 详细分析了算法有效的原因, 验证

了数据复用在 Shalvi 盲均衡算法中的有效性。在此基础上, 文章将数据复用方法推广到整类 Bussgang 盲均衡算法中。采用该方法, 大大减少了 Bussgang 算法收敛所需要的码元数: 在一定信噪比下, 对于 MPSK 信号, 仅需要 150 个左右的码元就可以实现均衡。

为详细分析数据复用的作用, 文章第 2 节首先简介数据模型和 Shalvi 盲均衡算法。在算法分析基础上, 第 3 节讨论数据复用方法在该均衡算法中的作用, 并将重复使用数据方法推广到 Bussgang 类算法。第 4 节讨论影响数据复用均衡算法性能的因素。第 5 节通过仿真实验验证以上结论, 最后作出总结。

### 2 数据模型和 Shalvi 算法概述

假设输入信号序列  $a_i$  为 0 均值的独立同分布实(复)随机变量, 通过未知静态信道  $H = h(i)$ , 为减小输出序列码间串扰, 设计均衡器  $C = \{c_i\}$ , 均衡后的输出序列可以表示为

$$z_i = a_i^* h_i^* c_i \quad (1)$$

文献[2] Shalvi 算法指出当输入序列  $a_i$  与输出序列  $z_i$  的二阶和四阶矩分别相等时, 系统可达到完全均衡状态, 即

如果  $E\{|z_i|^2\} = E\{|a_i|^2\}$ , 则有: (1)  $|K(z_i)| \leq |K(a_i)|$ ; (2) 系统理想均衡时,  $|K(z_i)| = |K(a_i)|$ , 其中  $K$  表示序列的峰度。

因此求解盲均衡问题,等价于在保证  $E\{|z_i|^2\} = E\{|a_i|^2\}$  的条件下,最大化  $K(z_i)$  的值。文中证明了该优化问题存在唯一局部最大值点,即全局最大值点,并且可以采用最速下降法搜索该最大值点,选取的代价函数为

$$F = |K(z)| = \text{sgn} K(a)K(z) \\ = \text{sgn} K(a)[E\{|z_i|^4\} - 2E^2\{|z_i|^2\} - |E\{z_i^2\}|^2] \quad (2)$$

代价函数关于抽头系数  $c$  的梯度函数为

$$\nabla_c F = \left\{ \frac{\partial F}{\partial c_l} \right\}, \\ \frac{\partial F}{\partial c_l} = \text{sgn} K(a)[E\{|z_i|^2 z_i \tilde{y}_{i-l}^* - E\{z_i^2\} E\{z_i \tilde{y}_{i-l}^*}\}] \quad (3)$$

式中 \* 表示共轭。

### 3 数据复用 in Bussgang 类盲均衡算法中的应用

#### 3.1 数据复用 in Shalvi 算法中的应用

Shalvi 算法属于 Bussgang 算法的一种<sup>[3]</sup>。算法使用随机梯度法进行迭代,并且使用了二阶和四阶统计量,同样存在收敛缓慢的缺点。下面详细分析数据复用在该算法中的作用。

假设接收到的数据段长度  $n$ , 数据向量为

$$\mathbf{Z} = [z_1, z_2, \dots, z_n] \quad (4)$$

有两种方式重复使用数据:方法 1, 将第一轮均衡  $n$  次得到的滤波器做为下一轮重复使用数据均衡的初始值,重复均衡  $m$  轮,等价于使用  $m$  个向量  $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_m$  进行均衡,其中  $\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \dots = \mathbf{Z}_m = \mathbf{Z}$ ; 方法 2, 将数据复制  $m$  次,得到一个新数据向量:

$$\mathbf{Z}' = \underbrace{[z_1 \dots z_n, z_1 \dots z_n, \dots, z_1 \dots z_n]}_{mm} \quad (5)$$

这两种方法本质上是一致的,但方法 2 中,在构造向量  $\mathbf{Z}'$  时,在每一帧数据结束与下一帧数据开始之间人为构造的结构,破坏了数据的平稳性,对均衡的收敛结果存在一定的影响。实验证明在  $n$  足够大时,该影响可以忽略。

根据 Shalvi 算法可知,随机梯度法迭代的目的是在  $E\{|z_i|^2\} = E\{|a_i|^2\}$  的条件下,最大化  $|K(z_i)|$  的值。达到理想均衡时,  $|K(z_i)|$  的值为  $|K(a_i)|$ 。在实际使用中由于数据长度有限,所使用数据段原始码元的峰度  $K'(a)$  是  $K(a_i)$  的一个估计值。算法迭代的目标是使得均衡后数据段的峰度  $K'(z)$  收敛到  $K'(a)$ 。在重复使用数据的均衡算法中,假设接收到的数据向量  $\mathbf{Z}$  对应的码元向量为  $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ , 根据重复使用数据方法 2(方法 1 能得到同样的结论),将数据复制  $m$  次,得到一个新数据向量  $\mathbf{Z}'$ , 其对应码元向量  $\mathbf{a}'$ :

$$\mathbf{a}' = \underbrace{[a_1 \dots a_n, a_1 \dots a_n, \dots, a_1 \dots a_n]}_{mm} \quad (6)$$

在使用数据向量  $\mathbf{Z}$  时,由于数据较短,迭代次数太少,  $K'(z)$  无法收敛到  $K'(a)$ 。若使用数据向量  $\mathbf{Z}'$ , 由于数据足够长,最速下降算法可以迫使  $K'(z')$  收敛到  $K'(a')$ 。显然,  $K'(z) = K'(z')$ ,  $K'(a) = K'(a')$ 。即重复使用数据的目的是

使得算法收敛到短数据段码元对应的峰度值。图 1 为 4PAM 信号重复使用数据均衡算法中,100 次实验中每次实验均衡后的  $K'(z)$  与原始码元  $K'(a)$  的关系。虚线为每次实验  $K'(z)$  值,实线为  $K'(a)$  值。从图中可以看出每次实验中  $K'(z)$  很好地跟踪了  $K'(a)$ 。

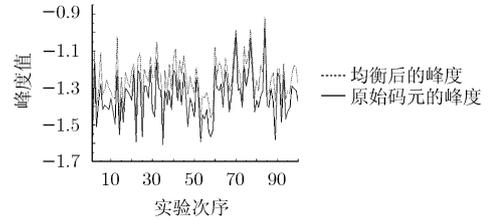


图 1 均衡后的峰度  $K'(z)$  与原始码元峰度  $K'(a)$  对比

#### 3.2 重复使用数据对其他 Bussgang 均衡算法的作用

在 Shalvi 算法中,重复使用数据进行迭代的目的,在于克服迭代算法收敛缓慢的缺点,使得算法的目标函数收敛到相对于短数据段的极值。我们也可以将数据复用方法推广到其他采用最速下降法迭代的 Bussgang 类盲均衡算法中。

(1)对于 Decision-Directed 算法<sup>[4]</sup>, 代价函数为  $J(n) = E\{|g(y(n)) - y(n)|^2\}$ , 其中  $g(y(n))$  为非线性函数,其运算结果是离  $y(n)$  最近的星座点。重复使用数据进行迭代,目标是使已有短数据段的点收敛到该调制类型对应的星座图。

(2)对于 Sato 算法<sup>[4]</sup>, 代价函数为  $J(n) = E\{|g(y(n)) - y(n)|^2\}$ , 其中  $g(y(n)) = \gamma \cdot \text{sgn}(y(n))$ ,  $\gamma = \frac{E\{s^2(n)\}}{E\{|s(n)|^p\}}$ ,

重复使用数据进行迭代,目标是使得已有短数据段的点收敛到  $\pm\gamma$  两点。

(3)对于 CMA 算法<sup>[4]</sup>, 代价函数为  $J(n) = E\{|y(n)|^p - R_p\}^2$ , 其中  $R_p = \frac{E\{|s(n)|^{2p}\}}{E\{|s(n)|^p\}^2}$ , 通常取  $p = 1$  或者  $p = 2$ ,

重复使用数据进行迭代,目标是使已有短数据段的点收敛到以  $R_p^{1/p}$  为半径的圆。

## 4 影响算法性能的因素

#### 4.1 复用数据长度

如果离散时间信道建模为 FIR 滤波器,信源为有限字符集,则信道输出也只有有限个可能的取值<sup>[1]</sup>。例如对于 BPSK 信号,信道长度 5,则信道输出的可能取值最多有  $2^5 = 32$  个。如果随机序列包含了全部 32 种输出结果,则有可能根据该序列求解出信道滤波器。这是各种采用随机梯度法进行均衡的间接盲均衡算法中能够重复使用数据的本质原因。对于  $M$  进制调制信源,信道滤波器长度为  $N$ ,要实现完全均衡,则要求重复使用的每段均衡码元数目  $n$  满足:

$$n \geq M^N \quad (7)$$

对于高进制调制,例如 16QAM,假设信道滤波器长度

为 5, 则要求  $n \geq 1048576$ , 这在实际中是很难满足的, 所以实际中很难做到完全均衡。但只要复用的随机数据段包含了大部分信息, 则可以实现近似均衡。复用数据段越长, 则包含的有用信息越多, 均衡效果越好。

对于不同的盲均衡算法, 由于没有充分利用信号以及信道的统计量信息, 实现均衡要求的数据长度会超过以上理论值。例如对于 Shalvi 算法, 其没有利用信号的 M 进制星座图信息, 而是采用将峰度  $K'(z)$  最大化到  $K'(a_i)$  作为迭代目标。实际中数据长度有限, 不可能得到准确的  $K'(a_i)$ , 只能采用其估计值  $K'(a)$ ,  $K'(a)$  是  $K'(a_i)$  的一个无偏估计, 即

$$E\{K'(a)\} = K'(a_i) \quad (8)$$

假设每次估计所使用的数据长度为  $n$ , 则有

$$D\{K'(a)\} \propto \frac{1}{n^k}, \quad k > 1 \quad (9)$$

从式(9)可以看出, 每次估计所使用的数据越长,  $K'(a)$  的方差越小。在重复使用数据均衡中, 由于有效数据长度较短, 所以  $K'(a)$  的方差较大, 这可以从图 1 中实线的变化幅度较大看出来。当  $K'(a)$  与真实  $K'(a_i)$  相差较大时, 算法可能会收敛到错误的峰度估计值, 而不会减小 ISI, 从而导致均衡失败。

#### 4.2 迭代次数

在 LMS 算法中, 数据之间的相关性会影响算法的收敛速度<sup>[5]</sup>。复用数据方式构造的数据向量  $\mathbf{Z}'$  各帧之间相关系数为 1, 但只要每一帧的长度, 即复用数据长度远超过均衡器的长度, 则该相关性对算法迭代收敛速度的影响可忽略。在采用同样算法和步长参数条件下, 复用数据盲均衡与使用长数据段盲均衡达到收敛所需的迭代次数基本接近。例如对于某种算法, 需要迭代 5000 次才能收敛。若重复使用 100 个码元, 则迭代 50 轮能够收敛; 若重复使用 200 个码元, 则迭代 25 轮能够收敛。

#### 4.3 噪声水平

由于噪声的影响, 信道输出的取值将会是无限个, 此时采用有限长的数据段, 无法实现完全均衡。当随机序列中包含了均衡所需要的大部分信息的时候, 可以实现近似均衡。噪声水平越高, 同样长度的随机序列中包含的有用信息量越少, 均衡效果越差, 达到同样均衡效果所需要复用的码元段就越长。

### 5 仿真试验

本节设计实验, 验证 Bussgang 算法中, 重复使用数据进行均衡的效果。实验中采用 Shalvi 均衡算法(采用其他算法能得到类似的结果), 白化滤波器长度为 8, 均衡器长度 13,  $\delta = 0.0005$ ,  $\lambda = 0.0005$ <sup>[2]</sup>, 均衡算法迭代 10000 次。采用一种典型的语音通信信道, 信道参数为<sup>[6]</sup>

$$H(z) = [(-0.005 - 0.004j) + (0.009 + 0.030j)z^{-1} + (-0.024 - 0.104j)z^{-2} + (0.854 + 0.520j)z^{-3} + (-0.218 + 0.273j)z^{-4} + (0.049 - 0.074j)z^{-5} + (-0.016 + 0.020j)z^{-6}] \quad (10)$$

**实验 1** 测试复用数据均衡算法中, 复用数据段长度与剩余 ISI 水平的关系。无噪声影响, 对于每种数据复用长度的情况下, 实验 100 次, 以剩余 ISI 的均值作为该数据长度下均衡算法的剩余 ISI。实验结果如图 2 所示。

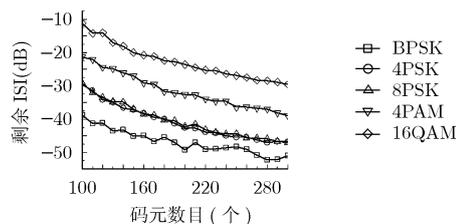


图 2 码元数目与剩余 ISI 关系

**实验 2** 测试复用数据均衡算法中, 噪声水平 SNR 与剩余 ISI 水平的关系。对于每种 SNR 的情况下, 复用码元长度 150 个, 实验 100 次, 以剩余 ISI 的均值作为该噪声水平下均衡算法的剩余 ISI。实验结果如图 3 所示。

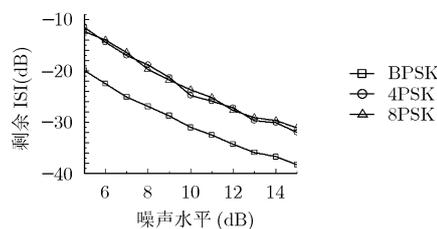


图 3 信噪比与剩余 ISI 关系

从图 2 可以看出, 对于各种信号, 复用数据段越长, 均衡效果越好。不同调制类型的信号, 达到同样均衡效果所需要的码元数目不同。从图中可以看出, 对于效果最差的 16QAM 信号, 在码元数目超过 180 个时, 均衡后剩余 ISI 低于  $-20\text{dB}(0.1)$ , 此时可将算法切换到 DD 算法<sup>[2]</sup>。

从图 3 可以看出, 随着噪声水平的降低(信噪比增加), 剩余 ISI 逐渐降低。对于 MPSK 信号, 在复用 150 个码元的情况下, 符号信噪比大于 9dB 时, 均衡后剩余 ISI 低于  $-20\text{dB}$ 。

### 6 结束语

在 Bussgang 算法中重复使用数据, 可以迫使算法收敛到复用数据段对应的目标函数, 从而实现近似均衡。复用数据段越长, 均衡效果越好。重复使用数据方法在不增加算法复杂度的情况下, 克服了传统 Bussgang 类算法需要较大数据量才能实现收敛的缺点, 可以应用在突发通信、非合作通信等均衡码元较短的场合, 以及在码元速率较低的场合用来

减少均衡时间,较短的均衡数据也可以克服信道的时变性。

### 参 考 文 献

- [1] Kim Byoung-Jo and Cox D C. Blind equalization for short burst wireless communication. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2000, 49(4): 1235-1247.
  - [2] Shalvi O and Weinstein E. New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems(channels). *IEEE Trans. on Information Theory*, 1990, 36(2): 312-321.
  - [3] Destro J B, Joao G F, and Romano M T. New bussgang methods for blind equalization. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1997, 3: 2269-2272.
  - [4] 张贤达. 通信信号处理. 北京: 国防工业出版社, 2002: 270-277.
  - [5] 张贤达. 现代信号处理(第二版). 北京: 清华大学出版社, 2002: 188-205.
  - [6] Li Xi-Lin and Zhang Xian-Da. A family of generalized constant modulus algorithms for blind equalization. *IEEE Trans. on Communications*, 2006, 54(11): 1913-1917.
- 许 军: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为软件无线电、通信信号处理.
- 汪芙蓉: 男, 1974 年生, 助理研究员, 研究方向为通信信号处理.
- 王赞基: 男, 1946 年生, 教授, 研究方向为电路与系统.