

非线性系统中状态和参数联合估计的双重粒子滤波方法

侯代文^{①②} 殷福亮^①

^①(大连理工大学电子与信息工程学院 大连 116023)

^②(海军试验基地 大连 116041)

摘要: 该文提出了一种双重粒子滤波方法,对存在未知参数的非线性系统进行状态和参数联合估计。该方法采用基于充分统计量的粒子滤波技术,避免了重采样过程中的粒子枯竭现象;采用贝塔分布拟合系统参数的后验分布,不仅充分利用了先验信息,而且避免了对高斯分布拖尾部分的采样,提高了粒子的采样效率。仿真实验结果表明,该方法提高了非线性系统中状态和参数的估计精度,降低了滤波器对初始误差的敏感性。

关键词: 粒子滤波; 双重估计; 充分统计量; 贝塔分布; 非线性系统

中图分类号: TP271; TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)09-2128-06

A Dual Particle Filter for State and Parameter Estimation in Nonlinear System

Hou Dai-wen^{①②} Yin Fu-liang^①

^①(School of Electronic and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

^②(Naval Test Base, Dalian 116041, China)

Abstract: The dual particle filter is proposed to solve the problem of simultaneously estimating the state and the parameter of a nonlinear dynamic system. In the new filter, the sufficient statistics based particle filter is adopted to deal with sampling impoverishment arising in generic particle filter and the beta distribution, which makes good use of the prior knowledge as well as avoids tail draws for the parameter, is used to fit the parametric *a posteriori* probability density function. Simulation results show that both estimation accuracy and initial sensitivity of the nonlinear system are improved.

Key words: Particle filtering; Dual estimation; Sufficient statistics; Beta distribution; Nonlinear system

1 引言

状态空间方法利用状态方程描述系统状态的动态特性,利用观测方程描述观测量与系统状态之间的关系,能利用含有噪声的观测信息,实时估计隐含的系统状态。自从1960年Kalman^[1]提出状态空间方法以来,它已经成为状态估计问题中最经常使用的方法之一。在基于状态空间方法的状态估计中,总是假定动态系统先验已知。但当先验知识缺乏,某些参数不能确定时,在估计系统状态的同时,还要估计系统参数,即同时估计系统状态和参数。对这类问题, Schmidt-Kalman 滤波器在没有估计参数大小的情况下,考虑了参数不确定性对状态估计的影响^[2]。在统计学领域,基于期望最大化(Expectation-Maximization, EM)^[3,4]的最大似然估计方法是解决该问题的主要方法。对于线性系统,EM方法中的似然函数一般具有解析表达形式,但对大多数非线性系统,解析表达形式并不存在,而必须采用数值优化方法,这将导致EM优化过程中出现迭代运算,从而因计算量太大不能实

现实时估计^[5]。另外两种广泛使用的方法是联合(Joint)估计方法^[6-8]和双重(Dual)估计方法^[9, 10]。联合估计方法扩展原来的系统状态,使之包含未知的系统参数,并使用一个单独的Kalman滤波器估计扩展后的系统状态。该方法结构简单,易于实现,但系统状态维数较高,矩阵运算复杂,而且易受不良观测和初始误差等因素的影响而发散。双重估计方法使用两个分离的Kalman滤波器并行处理,分别估计系统状态和系统参数。在任意时刻,状态估计滤波器认为系统参数已知,同样地,参数估计滤波器认为系统状态已知。双重估计方法暂时分离了状态和参数变量,不仅降低了计算复杂性,而且增强了系统稳定性和处理方法上的灵活性。

随着滤波技术的发展,粒子滤波方法^[11]对非线性、非高斯问题的处理显示出明显的优越性。Berzuini等^[6]首先利用基于粒子滤波的联合估计方法,研究非线性系统中状态和参数的联合估计问题。但一般情况下,由于联合分布函数的解析表示形式不易获得,且固定的系统参数不具有各态历经性,这在滤波过程中容易导致粒子枯竭现象,从而影响状态估计的精度^[12]。为解决粒子枯竭问题,人们采取添加人为噪声的方法来增加粒子多样性^[8],但添加随机噪声会增加系统

2007-02-13收到,2007-09-28改回

国家自然科学基金(60772161, 60372082)和教育部跨世纪优秀人才基金资助课题

参数的协方差, 扩大后验分布函数的分散程度, 最终导致粒子集合不再渐进地逼近联合后验概率密度函数。为此, 本文提出了双重粒子滤波方法(Dual Particle Filter, DPF), 以同时估计非线性系统中的状态和参数。该方法采用基于充分统计量的粒子滤波方法^[9], 避免了滤波过程中静态参数的粒子枯竭现象, 同时, 采用更符合参数分布规律的贝塔分布拟合参数的分布特性, 提高了参数的收敛速度^[13]。计算机仿真实验结果, 验证了本文方法的有效性。

2 基于充分统计量的粒子滤波方法

令 $\mathbf{z}_k \in \mathcal{R}^{n_z}$ 和 $\mathbf{x}_k \in \mathcal{R}^{n_x}$ 分别表示系统在 k 时刻的观测值和状态值。假定状态的初始分布 $\mathbf{x}_0 \sim p(\mathbf{x}_0)$ 已知, 用状态空间模型方法对系统状态的估计问题, 可以通过观测概率密度函数和状态转移概率密度函数描述为

$$\text{系统观测 } \mathbf{z}_k \sim p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k) \quad (1)$$

$$\text{状态转移 } \mathbf{x}_k \sim p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) \quad (2)$$

其中 $p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k)$ 表示给定系统状态 \mathbf{x}_k 时观测值 \mathbf{z}_k 的概率密度函数, $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ 表示状态转移概率密度函数。贝叶斯状态估计方法通过求解后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k})$, 根据方程

$$\mathbb{E}(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) = \int \mathbf{x}_k p(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_{1:k}) d\mathbf{x}_k \quad (3)$$

求得状态向量 \mathbf{x}_k 的最小均方误差估计, 其中 $\mathbb{E}(\cdot)$ 表示数学期望。

粒子滤波方法, 也称序贯 Monte Carlo 方法, 它通过 Monte Carlo 模拟, 实现状态的贝叶斯递推估计^[11]。其核心思想是: 用一组随机采样点及其对应的权值表示所需的后验概率密度函数, 从而计算状态估计值。当采样点个数趋于无穷大时, Monte Carlo 模拟的概率密度函数等价于后验概率密度函数, 相应的状态估计值接近于最优的贝叶斯估计。

在粒子滤波方法中, 当系统状态变化缓慢或者观测精度较高时, 测得新的观测量 \mathbf{z}_k 后, 大部分参数粒子会由于似然值太小而被舍弃, 这样, 经过多次迭代, 最终会导致只有一个粒子的权值接近于 1, 其余粒子权值接近于 0, 即粒子枯竭现象。为解决这一问题, Storvik 提出了基于充分统计量的粒子滤波方法^[9], 该方法假定在观测 $\mathbf{z}_{1:k}$ 确定时, 参数的后验分布由充分统计量 $\mathbf{T}_k = \mathbf{T}_k(\mathbf{z}_{1:k})$ 决定, 其中 \mathbf{T}_k 是易于更新的低维向量。在滤波过程中, 每一时刻对参数粒子集合的更新, 由新的概率密度函数通过更新充分统计量重新生成, 而与上一时刻的粒子集合无关, 这样就不再需要重采样过程, 因而能够完全避免粒子枯竭现象。该方法的具体步骤如下:

设 $\mathbf{T}_{k-1} = \mathbf{T}_{k-1}(\mathbf{z}_{1:k-1})$ 为 $k-1$ 时刻关于系统状态 \mathbf{x}_{k-1} 的充分统计量:

(1) 采样 $\mathbf{x}_{k-1}^i \sim q(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{T}_{k-1})$, $i = 1, \dots, N_s$;

(2) 采样 $\mathbf{x}_k^i \sim p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^i)$;

(3) 估计权值 $\tilde{w}_k^i = \frac{p(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{T}_{k-1})p(\mathbf{z}_k | \mathbf{x}_k^i)}{q(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{z}_{1:k})}$;

(4) 归一化处理 $w_k^i = \tilde{w}_k^i / \sum_{i=1}^N \tilde{w}_k^i$;

(5) 更新充分统计量 $\mathbf{T}_k = \mathbf{T}_k(\mathbf{T}_{k-1}, \{\mathbf{x}_k^i, w_k^i\}_{i=1}^{N_s}, \mathbf{z}_k)$ 。

3 贝塔分布及其在参数估计中的应用

3.1 贝塔分布及其特点^[14]

设随机变量 y 服从贝塔分布, 其概率密度函数为

$$f(y; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{1}{B(\alpha, \beta)} y^{\alpha-1} (1-y)^{\beta-1}, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (4)$$

其中 α 和 β 是两个非负参数, $B(\alpha, \beta)$ 是贝塔函数, 具体表达式为

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx \quad (5)$$

贝塔分布的概率密度函数随参数 α 和 β 的变化规律如图 1 所示。同均匀分布相比, 贝塔分布具有更大的灵活性, 事实上, 当 $\alpha = \beta = 1$ 时, 贝塔分布退化为 $[0, 1]$ 上的均匀分布。随着参数 α, β 的变化, 贝塔分布具有多种形状。特别地, 在各个时刻, 可以通过更新 α, β 的值, 来更新贝塔分布的概率密度函数, 即通过改变 α, β 的相对大小, 调整贝塔分布在 $[0, 1]$ 区域上的聚集区域; 通过改变 α, β 的绝对大小, 调整贝塔分布在某一区域的聚集程度, 从而实现了对贝塔分布函数的控制。

3.2 贝塔分布在参数估计中的应用

在基于粒子滤波方法的系统参数估计中, 通过添加随机噪声建立参数动态方程, 其实质是用高斯分布描述参数的随机分布特性。然而, 在系统参数 θ 的估计问题中, 根据先验知识, 一般能够确定其分布范围 $[r_l, r_u]$ 。对于这种采样空间限定在某一范围内的随机变量, 贝塔分布能充分利用其先验信息, 而且能避免高斯分布在长拖尾部分的采样(如图 2), 因而优于高斯分布形式^[13]。

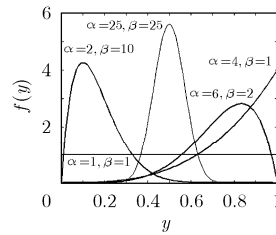


图 1 不同参数条件下的贝塔概率密度函数

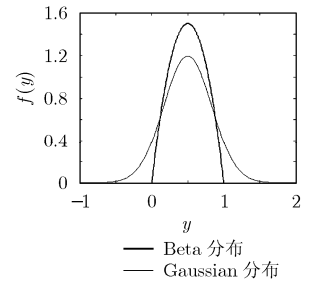


图 2 高斯分布与贝塔分布比较

根据 Neyman-Fisher 因式分解定理^[15], 易知 $\mathbf{T} = \{\alpha, \beta\}$ 为贝塔分布的充分统计量。只要能够在滤波过程中实时更新充分统计量 \mathbf{T} 的取值, 就能够利用基于充分统计量的粒子滤波方法实现系统参数的递推估计。

如果参数 $\theta \in [0, 1]$, 假定 θ 服从参数为 α, β 的贝塔分

布, 则其均值和方差分别为^[14]

$$\mu = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}, \quad \sigma^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)} \quad (6)$$

根据上式, 如果求得参数 θ 的均值 μ_θ 和方差 σ_θ^2 , 就可以计算出其充分统计量为

$$\alpha = \frac{\mu_\theta^2(1 - \mu_\theta)}{\sigma_\theta^2} - \mu_\theta, \quad \beta = \left(\frac{\mu_\theta(1 - \mu_\theta)}{\sigma_\theta^2} - 1 \right) (1 - \mu_\theta) \quad (7)$$

因此, 如果在滤波过程中能够求得参数 θ 的一阶矩和二阶矩, 就能够实现对充分统计量 \mathbf{T} 的更新。

设在 $k-1$ 时刻估计得到贝塔分布的充分统计量为 $\mathbf{T}_{k-1} = \{\alpha_{k-1}, \beta_{k-1}\}$, 从贝塔分布 $f(\theta; \alpha_{k-1}, \beta_{k-1})$ 中抽取粒子, 根据 k 时刻的观测量 z_k 计算各个粒子的权值, 就能够求得参数 θ 的均值 μ_θ 和方差 σ_θ^2 , 再利用式(7)计算出 k 时刻贝塔分布的充分统计量 \mathbf{T}_k , 从而实现充分统计量的更新。

对于分布区域为 $[r_l, r_u]$ 的随机参数 ϕ , 作变换 $\theta = \frac{\phi - r_l}{r_u - r_l}$, 就可以使变量 θ 的分布区域转换到 $[0, 1]$, 以满足贝塔分布的条件。

4 双重粒子滤波估计方法

4.1 双重估计滤波器

在贝叶斯估计框架下, 当系统存在未知参数 θ 时, 需要同时估计系统状态 \mathbf{x}_k 和系统参数 θ , 此时, 描述系统的状态空间模型为

$$\text{系统观测 } z_k \sim p(z_k | \mathbf{x}_k, \theta) \quad (8)$$

$$\text{状态转移 } \mathbf{x}_k \sim p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \theta) \quad (9)$$

联合估计问题需要根据观测量 $z_{1:k}$ 估计联合后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k, \theta | z_{1:k})$ 。然而, 对大多数问题, 难以得到 $p(\mathbf{x}_k, \theta | z_{1:k})$ 的解析表示形式。为了构造具有实用价值的滤波器, 通常把联合后验概率密度函数分解为系统状态的条件后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}_k | z_{1:k}, \theta)$ 和系统参数的边缘概率密度函数 $p(\theta | z_{1:k})$ 。这样, 就能够通过状态和参数的概率密度函数分别更新, 来实现联合后验概率密度函数的递推估计。

对于系统状态的条件后验概率密度函数, 其递推估计形式为

$$p(\mathbf{x}_k | z_{1:k}, \theta) \propto p(z_k | \mathbf{x}_k, \theta) \cdot \int p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \theta) p(\mathbf{x}_{k-1} | z_{1:k-1}, \theta) d\mathbf{x}_{k-1} \quad (10)$$

假定 k 时刻求得系统参数 $\theta = \theta_k$, 则式(10)退化为参数 θ_k 条件下的基本滤波问题。此处, 参数的下标 k 并不意味着参数随时间发生变化, 只表示 k 时刻对参数的估计。

系统参数边缘概率密度函数的递推形式为

$$\begin{aligned} p(\theta | z_{1:k}) &\propto p(\theta | z_{1:k-1}) p(z_k | z_{1:k-1}, \theta) \\ &= p(\theta | z_{1:k-1}) \int p(z_k | \theta, \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | \theta, z_{1:k-1}) d\mathbf{x}_k \\ &\propto p(\theta | z_{1:k-1}) p(z_k | \theta, \mathbb{E}[\mathbf{x}_k | \theta, z_{1:k-1}]) \\ &\propto p(\theta | z_{1:k-1}) p(z_k | \theta, \hat{\mathbf{x}}_k) \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 为 k 时刻的状态估计。

双重估计滤波器提供了实现上述递推滤波算法的具体方案。双重估计滤波器由状态估计滤波器和参数估计滤波器组成。滤波器先利用当前参数估计值进行系统状态估计, 再利用更新后的状态值重新估计系统参数; 如此交替进行, 通过迭代运算, 最终分别估计出系统状态和参数。双重估计滤波器的具体结构如图3所示。

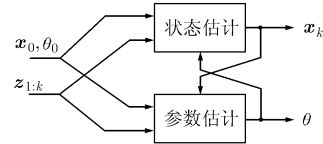


图3 双重估计滤波结构

4.2 基于粒子滤波的双重估计滤波器

对于状态和参数同时估计问题, 双重滤波结构提供了处理方法上的灵活性, 它不仅能够对不同的滤波器选取不同的滤波算法, 甚至可以选取不同的优化准则进行估计。这里, 选用粒子滤波方法分别完成非线性系统中状态和参数的估计。对状态估计部分, 采用参数 θ 条件下基本的粒子滤波方法; 对参数估计部分, 采用基于充分统计量的粒子滤波方法。特别地, 根据参数分布的特点, 选取贝塔分布模拟系统参数的概率分布形式, 并利用参数估计的均值和方差实现充分统计量的更新。双重粒子滤波方法如下所示:

设系统状态先验分布为 $\mathbf{x}_0 \sim p_0(\mathbf{x}_0)$, 参数分布区域为 $[r_l, r_u]$, 取 $\alpha_0 = 1, \beta_0 = 1$ 。

(1) 采样 $\mathbf{x}_0^i \sim p_0(\mathbf{x}_0), i = 1, 2, \dots, N_x$ 。

For $k = 1, 2, \dots$

(2) 状态估计

(a) 采样 $\tilde{\mathbf{x}}_k^i \sim \pi_x(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^i, z_{1:k}, \theta), i = 1, 2, \dots, N_x$;

(b) 估计权值 $\tilde{w}_{k,x}^i = w_{k-1,x}^i \cdot \frac{p(\tilde{\mathbf{x}}_k^i | \mathbf{x}_{k-1}^i, \theta) p(z_{1:k} | \tilde{\mathbf{x}}_k^i, \theta)}{\pi_x(\tilde{\mathbf{x}}_k^i | \mathbf{x}_{k-1}^i, z_{1:k}, \theta)}$;

(c) 权值归一化 $w_{k,x}^i = \tilde{w}_{k,x}^i / \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{k,x}^i$;

(d) 估计状态值 $\hat{\mathbf{x}}_k = \sum_{i=1}^N w_{k,x}^i \tilde{\mathbf{x}}_k^i$;

(e) 重采样 根据权值 $w_{k,x}^i$ 的大小, 按比例重新确定粒子集合 $\{\mathbf{x}_k^i\}_{i=1}^{N_x}$, 舍弃权值较小的粒子, 复制权值较大的粒子, 并令 $w_{k,x}^i = 1/N_x, i = 1, 2, \dots, N_x$ 。

(3) 参数估计

(a) 采样 $\theta^i \sim \pi_\theta(\theta^i | z_{1:k}), i = 1, \dots, N_\theta$, 并令 $\theta^i = \phi^i \cdot (r_u - r_l) + r_l, i = 1, \dots, N_\theta$;

(b) 估计权值 $\tilde{w}_{k,\theta}^i = \frac{f(\theta^i; \alpha_{k-1}, \beta_{k-1}) p(z_k | \theta^i, \hat{\mathbf{x}}_k)}{\pi_\theta(\theta^i | z_{1:k})}$;

(c) 权值归一化 $w_{k,\theta}^i = \tilde{w}_{k,\theta}^i / \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{k,\theta}^i$;

(d) 计算参数及其方差 $\hat{\theta} = \sum_{i=1}^N w_{k,\theta}^i \theta^i, \sigma_\theta^2 = \sum_{i=1}^N w_{k,\theta}^i \theta^i$

$\cdot(\hat{\theta} - \theta^i)(\hat{\theta} - \theta^i)^T$;

(e)更新充分统计量: 令 $\mu = \frac{\hat{\theta} - r_i}{r_u - r_i}$, $\sigma_\mu^2 = \frac{\sigma_\theta^2}{(r_u - r_i)^2}$,

则 $\alpha_k = \frac{\mu^2(1-\mu)}{\sigma_\mu^2} - \mu$, $\beta_k = \left(\frac{\mu(1-\mu)}{\sigma_\mu^2} - 1 \right) (1-\mu)$ 。其中 $\pi_x(\mathbf{x}_k^i | \mathbf{x}_{k-1}^i, \mathbf{z}_{1:k}, \theta)$ 和 $\pi_\theta(\theta^i | \mathbf{z}_{1:k})$ 分别为状态估计滤波器和参数估计滤波器中的重要性采样函数, N_x 和 N_θ 分别为状态估计滤波器和参数估计滤波器中采样粒子的个数, 参数初始分布选为均匀分布。

5 计算机仿真与实验结果

为了验证本文方法的有效性, 利用 4.2 节建立的双重粒子滤波方法, 同时对系统状态和系统参数进行估计。对非线性系统情况, 还与使用两个扩展 Kalman 滤波器的 DEKF 方法^[10]进行了比较。

5.1 非线性参数估计

考虑典型的非线性系统, 观测 y_k 由以下模型产生

$$x_k = \theta x_{k-1} + \frac{25x_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} + 8 \cos(1.2k) + v_k \quad (12)$$

$$y_k = x_k^2 / 20 + w_k \quad (13)$$

式中 $v_k \sim \mathcal{N}(0,1)$, $w_k \sim \mathcal{N}(0,1)$, 选取初始值 $x_0 \sim \mathcal{N}(0,5)$, 其中 $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ 表示均值为 μ , 方差为 σ^2 的高斯分布。对于式(12)中参数 θ 已知的情况, 文献[16,17]已经对该类系统进行了深入的研究。在本文中, 仅考虑参数 θ 未知的情况。利用本文方法, 同时运行两个粒子滤波器, 其中状态估计滤波器使用当前参数值 θ_k 来估计系统状态 x_k , 参数估计滤波器利用当前状态估计值 x_k 来估计系统参数 θ_k , 如此交替运行, 实现状态和参数的联合估计。

在仿真中, 分别使用 DEKF 和 DPF 两种方法对该系统进行滤波估计。在 DPF 方法中, 状态估计和参数估计滤波器中采样粒子的个数均为 500, 结果如图 4 和图 5 所示。从图 4 和图 5 可以看出, 无论是状态估计还是参数估计, DPF 的滤波精度都高于 DEKF。

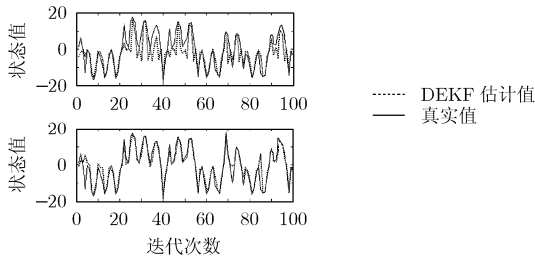


图 4 DEKF 和 DPF 方法状态序列估计比较

为了对估计结果进行定量分析, 定义单次实验的经验性标准偏差^[11]为

$$\text{RMSE} = \frac{1}{N} \left[\sum_{k=1}^N (\hat{x}_k - x_k)^2 \right]^{1/2} \quad (14)$$

经过计算, $\text{RMSE}_{\text{dDPF}} = 0.345$, $\text{RMSE}_{\text{dDEKF}} = 0.626$, $\text{RMSE}_{\theta\text{DPF}} = 0.00314$, $\text{RMSE}_{\theta\text{DEKF}} = 0.00585$, 结果同样表明 DPF 具有较好的估计结果。

在此基础上, 本文进一步研究了参数初始化误差对两种算法的影响。对于参数 $\theta = 0.5$ 的情况, 分别取初始值 0.2, 0.5 和 0.7, 其结果如图 5 所示。图 5(a)为 DEKF 方法的参数估计结果, 分别对应于概率 0.025, 0.5 和 0.975 的分位数^[18]随时间的变化轨迹; 图 5(b)为 DPF 对应的估计结果。可以看出, DPF 方法不仅对参数的估计精度高, 而且初始误差的敏感性降低。

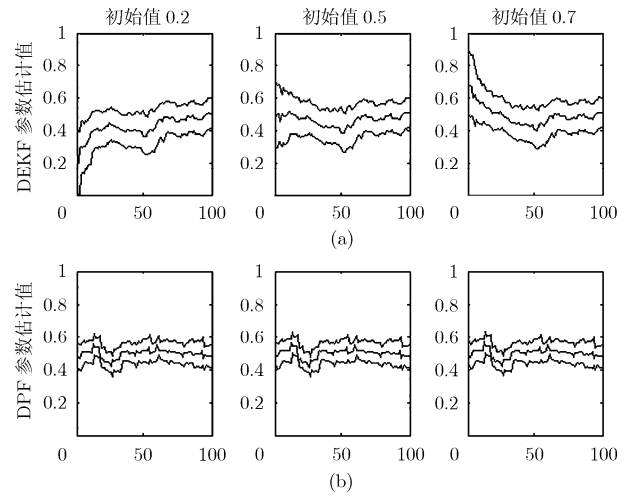


图 5 改变初始值, 参数序列的 0.025, 0.5 和 0.975 分位数估计比较

5.2 飞行器再入大气层问题

该问题由 Athans^[19]最先提出, 是非线性滤波中的经典性问题, 它主要描述如何跟踪快速运动的物体再次进入大气层后的运动轨迹。飞行器运动轨迹如图 6 所示。地面雷达观测系统每秒测量一次距离信息 z_k , 雷达高度 $r_1 = 30.5 \text{ km}$, 距离飞行器落地点 $r_2 = 30.5 \text{ km}$ 。设飞行器物体高度和速度分别为 $x_{1,k}$ 和 $x_{2,k}$, 则系统动态模型为

$$\dot{x}_{1,k} = -x_{2,k} + w_{1,k} \quad (15)$$

$$\dot{x}_{2,k} = -\theta x_{2,k} e^{-\gamma x_{1,k}} + w_{2,k} \quad (16)$$

$$z_k = \sqrt{r_2^2 + [x_{1,k} - r_1]^2} + v_k \quad (17)$$

其中 $\gamma = 5 \times 10^{-5}$, $w_{1k} \sim \mathcal{N}(0, 10^6)$, $w_{2k} \sim \mathcal{N}(0, 4 \times 10^6)$, $v_k \sim \mathcal{N}(0, 10^4)$, 弹道参数 θ 未知。模拟仿真中, 初始值设定为 $x_{1,0} = 91.5 \text{ km}$, $x_{2,0} = 6.1 \text{ km/s}$, 参数 θ 的分布范围先验设定为 $[0, 2 \times 10^{-3}]$ 。分别使用 DEKF 方法和 DPF 方法对飞行器状态及弹道参数进行估计。在 DPF 滤波方法中, 两个子滤波器的采样粒子个数均为 2000。

经过 50 次 Monte Carlo 仿真实验, 对飞行器高度、速度和弹道参数估计的均方根误差估计结果分别如图 7~图 9 所示。从仿真结果可以看出, 在初始阶段, 由于物体接近于匀速运动, 对应的状态方程近于线性, 两种滤波方法性能比

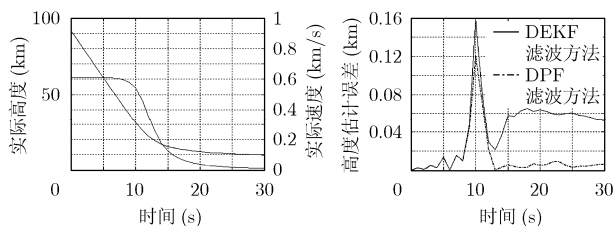


图6 飞行物体高度和速度随时间变化图

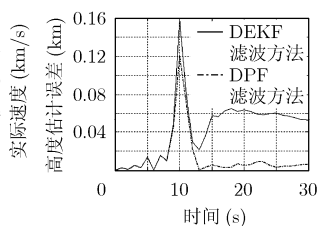


图7 高度估计均方根误差

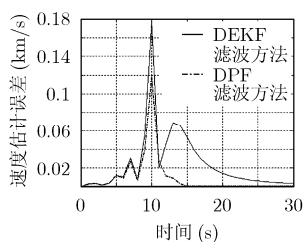


图8 飞行速度估计均方根误差

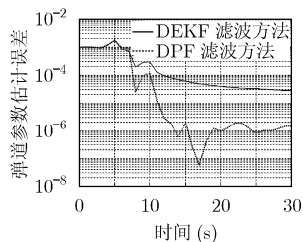


图9 弹道参数估计均方根误差

较接近。随着飞行物进入大气层内部，状态方程的非线性程度加剧，尤其在第10~20 s之间，飞行物剧烈减速，此时，采用粒子滤波的DPF滤波器效果明显，无论是对飞行物状态的估计，还是对弹道参数的估计，其误差明显小于对应的DEKF方法。

此外，在仿真实验中还发现，在基于贝塔分布的粒子滤波器中，通过对参数 α ， β 设置上限，可以避免参数粒子分布过于聚集，从而保持贝塔分布函数对参数估计的灵活性。

6 结束语

针对非线性系统中状态和参数的联合估计问题，本文提出了一种双重粒子滤波方法。该方法采用基于充分统计量的粒子滤波方法，避免了参数估计过程中的粒子枯竭现象；利用贝塔分布拟合系统参数的后验概率密度函数，不仅充分利用实际问题中的先验信息，而且避免了在高斯分布拖尾部分的采样，提高了参数粒子的采样效率。计算机仿真结果表明，与传统的DEKF方法相比，DPF方法能有效地提高非线性系统中状态和参数的估计精度并降低了对初始误差的敏感性。需要说明的是，本文仅对参数为标量的情况进行了研究，对于矢量参数的情况，可用多元贝塔分布^[20, 21]对参数分布进行拟合，这也是我们下一步工作的方向。

参考文献

- [1] Kalman R. A new approach to linear filtering and prediction problem. *Trans. of the ASME-Journal of Basic Engineering*, 1960, 82(D): 34-45.
- [2] Jazwinski A H. *Stochastic Processes and Filtering Theory*. New York: Academic press, 1970: 281-286.
- [3] Dempster A P, Laird N M, and Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1977, Series B, 39(1): 1-38.
- [4] Goodwin G C and Agüero J C. Approximate EM algorithms for parameter and state estimation in nonlinear stochastic models. Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005. Seville, Spain, 2005: 368-373.
- [5] Lange K A. Gradient algorithm locally equivalent to the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1995, Series B, 59(2): 425-437.
- [6] Berzuini C and Best N G, et al. Dynamic conditional independence models and Markov chain Monte Carlo methods. *Journal of the American Statistical Association*, 1997, 92(440): 1403-1441.
- [7] Gordon N, Salmond D, and Smith A F M. Novel approach to nonlinear and non-Gaussian Bayesian state estimation. *IEE Proceedings-F*, 1993, 140(2): 107-113.
- [8] Liu J and West M. Combined parameter and state estimation in simulation-based filtering. in *Sequential Monte Carlo in Practice*, A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, Eds. New York: Springer-Verlag, 2001: 197-223.
- [9] Storvik G. Particle filters in state space models with the presence of unknown static parameters. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(2): 281-289.
- [10] Wan E A and Nelson A T. Dual extended Kalman filter methods. in *Kalman Filtering and Neural Networks*, S. Haykin, Eds. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2001: 123-173.
- [11] Arulampalam M S and Maskell S, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(2): 174-188.
- [12] Minvielle P and Marrs A D, et al. Joint target tracking and identification: part I: sequential Monte Carlo model-based approaches. 8th International Conference on Information Fusion. Philadelphia, USA: FUSION'2005: 25-29.
- [13] Ristic B and Farina A, et al. Performance bounds and comparison of nonlinear filters for tracking a ballistic object on re-entry. *IEE Proceedings on Radar, Sonar and Navigation*, 2003, 150(2): 65-70.
- [14] 帕普里斯 A, 佩莱 S. 保铮等译. 概率、随机变量与随机过程. 西安: 西安交通大学出版社, 2004: 70-72.
- [15] Kay S M. 罗鹏飞, 张文明等译. 统计信号处理基础——估计与检测理论. 北京: 电子工业出版社, 2006: 85-102.
- [16] Anderson B and Moore J. *Optimal Filtering*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. 1979: 193-222.
- [17] Kitagawa G. A nonlinear smoothing method for time series

- analysis. *Statistica Sinica*, 1991, 1(2): 371-388.
- [18] Chen E J. Simulation-based estimation of quantiles. Proceedings of the 31st conference on Winter simulation, Arizona, United States, 1999: 428-434.
- [19] Athans R and Berolini A. Suboptimal state estimation for continuous-time nonlinear systems from discrete noisy measurements. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1968, 13(5): 504-514.
- [20] Diaz-Garcia J A and Jaimez R G. Noncentral matrix variate beta distribution. available from [http:// www.cimat.mx/reportes/enlinea/I-06-06.pdf](http://www.cimat.mx/reportes/enlinea/I-06-06.pdf). 2006.12. 24.
- [21] Wagle B. Multivariate beta distribution and a test for multivariate normality. *Journal of the Royal Statistical Society*, 1968, Series B, 30(3): 511-516.
- 侯代文: 男, 1972年生, 博士生, 研究方向为跟踪与定位技术、语音信号处理、阵列信号处理等.
- 殷福亮: 男, 1962年生, 博士生导师, 教授, 主要研究方向为语音信号处理、图像处理、阵列信号处理、现代通信技术等.