

## 基于 UKF 的单站无源定位与跟踪算法

袁罡 陈鲸

(西南电子通信技术研究所 成都 610041)

**摘要:** 单站无源定位与跟踪系统观测方程的非线性性决定了定位与跟踪中必须采用非线性滤波技术。MGEKF 等非线性滤波方法本质上都属于扩展卡尔曼滤波算法, 都存在由于线性化误差而导致滤波器稳定性差等问题。基于 unscented 变换的 UKF 算法不存在线性化误差, 具有更好的稳定性, 但由于协方差估计不足, 导致收敛速度较慢。该文基于 UKF 算法提出了一种迭代 UKF(IUKF)算法, 通过对状态和协方差的迭代估计, 改善了 UKF 协方差估计不足的问题。仿真结果表明在不同的参数测量精度条件下, IUKF 算法既保持了较好的稳定性又提高了算法的跟踪精度和收敛速度。

**关键词:** UKF; 无源定位; 卡尔曼滤波; 迭代

中图分类号: TN97

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)09-2120-04

## An Algorithm Based on UKF for Single Observer Passive Location and Tracking

Yuan Gang Chen Jing

(The South-West Institute of Electronics & Telecommunication Technology, Chengdu 610041, China)

**Abstract:** Nonlinear filtering algorithms must be applied to single observer passive location and tracking system for the nonlinearity of its observation equations. MGEKF and other nonlinear filters are belong to EKF in essence, while the EKF-like algorithms share the disadvantage of linearization reduce to the unstability of filters. The filter, based on unscented transformation is named UKF, does not need linearization and shows robustness strongly; however, the convergence of UKF is poor for its underestimation of true covariance. An iterated UKF algorithm is developed, and the estimation to the covariance of filter is improved by iterating estimation. Simulation results demonstrate the tracking performance of this algorithm in different conditions.

**Key words:** Unscented Kalman filter; Passive location; Kalman filtering; Iteration

### 1 引言

多站长基线无源定位技术需要各站实现时间、空间以及数据传输上的同步, 且基线增加后使得各个侦测站无法同时截获雷达等具有较强方向性的辐射源所辐射的信号, 以致无法对其进行定位, 同时限制了系统应用的机动性与灵活性。相比之下, 单站无源定位不需要多站同步工作和数据传输, 也不依赖于站间的通信, 因此具有更高的独立性和灵活性。在单站无源定位中, 角度、角度变化率以及多普勒频率变化率等观测量都是状态变量的非线性函数, 必须采用非线性滤波方法, 寻找一种收敛速度快、稳定性好的跟踪滤波算法成了单站无源定位与跟踪中需要解决的首要问题。传统的非线性滤波方法是扩展卡尔曼滤波<sup>[1]</sup>(Extended Kalman Filter, EKF), 以及在此基础上衍生出来的修正增益扩展卡尔曼滤波<sup>[2]</sup>(Modified Gain EKF, MGEKF), 修正协方差扩展卡尔曼滤波<sup>[3]</sup>(Modified Covariance EKF, MVEKF)等算法, 但这些算法本质上都属于 EKF 类算法, 其基本思想都是将非线性观测方程在状态预测处进行泰勒展开并取一阶近似项, 线

性化后再利用卡尔曼滤波算法进行跟踪, 不可避免地存在线性化误差, 从而导致滤波器性能不稳定, 尤其是参数测量精度不高的情况下。

在“近似任意非线性函数的概率分布比近似非线性函数更容易<sup>[4, 5]</sup>”的思想指导下, Simon Julier 等人提出了基于 unscented 变换的 Kalman 滤波(UKF)<sup>[4-6]</sup>, 在确保随机向量均值和协方差不变的前提下, 选择一组 Sigma 样点集, 每个 Sigma 点通过非线性变换, 由变换后样点的统计量来估计随机向量通过非线性变换后的均值及方差, 避免了线性化所带来的误差, 且不需要计算非线性方程的 Jacobi 矩阵, 比 EKF 类算法具有更好的稳定性, 然而由于 unscented 变换对协方差估计不足<sup>[6]</sup>, 因此存在收敛速度较慢, 短时间内收敛精度有限的问题。针对这种问题, 本文在 UKF 算法的基础上提出了一种迭代 UKF 算法, 利用 UKF 滤波之后的状态估计值及滤波协方差, 对状态向量进行重采样, 重新选择 Sigma 样点, 并通过迭代逐渐逼近状态估计和滤波协方差, 从而实现既继承了 UKF 的优点又提高了算法的收敛速度和跟踪精度。

## 2 迭代 UKF 算法

### 2.1 定位跟踪模型

在直角坐标系下, 无源定位与跟踪系统的状态方程可表示为

$$\mathbf{X}(k) = \Phi \mathbf{X}(k-1) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{X}(k) = [x_k, y_k, z_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k]^T$  为系统相对运动的状态向量,  $\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & T\mathbf{I}_3 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix}$  为状态转移矩阵,  $\mathbf{I}_3$  为三阶单位阵,  $T$  为测量周期,  $\mathbf{w}_{k-1}$  为状态噪声。

单站无源定位与跟踪系统中可观测量包括辐射源的方位角、方位角变化率和频率变化率等信息<sup>[7]</sup>, 系统观测方程为

$$\mathbf{z}(k) = h[\mathbf{X}(k)] + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

其中  $h[\cdot]$  为状态向量的非线性函数,  $\mathbf{v}_k$  为测量噪声。设  $\mathbf{w}_k$  和  $\mathbf{v}_k$  为互不相关的零均值高斯白噪声, 且有

$$\begin{cases} E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] = \delta_{k,j} \mathbf{Q}_k \\ E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T] = \delta_{k,j} \mathbf{R}_k \end{cases} \quad (3)$$

### 2.2 IUKEF 算法原理

设第  $k$  时刻的滤波状态为  $\widehat{\mathbf{X}}(k|k)$ , 滤波协方差为  $\mathbf{P}(k|k)$ , 状态向量  $\mathbf{X} \sim N(\widehat{\mathbf{X}}, \mathbf{P})$ , 观测向量  $\mathbf{z} \sim N(h(\widehat{\mathbf{X}}), \mathbf{R})$ , 构造增广向量:

$$\mathbf{X}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix}, f(\widehat{\mathbf{X}}) = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{X}} \\ h(\widehat{\mathbf{X}}) \end{bmatrix} \quad (4)$$

由于观测向量与状态向量相互独立, 因此有:

$$\mathbf{X}^a \sim N(f(\widehat{\mathbf{X}}), \mathbf{P}^a), \mathbf{P}^a = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (5)$$

则  $\mathbf{X}^a$  的似然函数为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{X}^a) &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n+m} |\mathbf{P}^a|}} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{X}^a - f(\widehat{\mathbf{X}}))^T (\mathbf{P}^a)^{-1} (\mathbf{X}^a - f(\widehat{\mathbf{X}}))\right\} \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $n$  和  $m$  分别为状态向量和观测向量的维数, 则对状态  $\widehat{\mathbf{X}}$  的极大似然估计为

$$\widehat{\mathbf{X}}_{ml} = \arg \max(L(\mathbf{X}^a)) \quad (7)$$

由高斯-牛顿迭代法<sup>[8]</sup>, 式(7)的极大似然解为

$$\widehat{\mathbf{X}}^{i+1} = \widehat{\mathbf{X}}^i + \mathbf{G}_i(\mathbf{z} - h(\widehat{\mathbf{X}}^i)) \quad (8)$$

估计误差方差为

$$\mathbf{P}^{i+1} = \mathbf{P}^i - \mathbf{G}_i \mathbf{S}_i \mathbf{G}_i^T \quad (9)$$

其中  $\mathbf{S}_i$  为新息协方差阵,  $\mathbf{G}_i$  为增益阵。按照以下步骤迭代求解状态估计及其协方差:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^1(k|k) &= \mathbf{X}(k|k), \mathbf{P}^1(k|k) = \mathbf{P}(k|k) \\ \text{for } i &= 1, \dots, M \end{aligned}$$

(1)对状态向量进行重采样, 由第  $i$  次迭代的状态估计向量  $\widehat{\mathbf{X}}^i(k|k)$  和协方差阵  $\mathbf{P}^i(k|k)$  产生 Sigma 样点<sup>[5, 6]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_j(k|k) &= \left( \sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}^i(k|k)} \right)_j \\ \chi_0 &= \widehat{\mathbf{X}}^i(k|k) \\ \chi_j &= \widehat{\mathbf{X}}^i(k|k) \pm \sigma_j(k|k) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中  $\sigma_j(k|k)$  为矩阵平方根的第  $j$  行或第  $j$  列。

(2)计算加权状态向量及其误差协方差:

$$\left. \begin{aligned} \widetilde{\mathbf{X}}(k) &= \sum_{j=0}^{2n} w_j \chi_j \\ \widetilde{\mathbf{P}}_{xx}(k) &= \sum_{j=0}^{2n} w_j [\chi_j - \widetilde{\mathbf{X}}(k)][\chi_j - \widetilde{\mathbf{X}}(k)]^T \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(3)计算 Sigma 样点处的观测向量:

$$\mathbf{z}_j = h[\chi_j] \quad (12)$$

(4)计算加权观测向量及其误差协方差:

$$\left. \begin{aligned} \widetilde{\mathbf{z}}(k) &= \sum_{j=0}^{2n} w_j \mathbf{z}_j \\ \widetilde{\mathbf{P}}_{zz}(k) &= \sum_{j=0}^{2n} w_j [\mathbf{z}_j - \widetilde{\mathbf{z}}(k)][\mathbf{z}_j - \widetilde{\mathbf{z}}(k)]^T \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(5)计算增益和新息协方差阵:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G}_i &= \widetilde{\mathbf{P}}_{xx}(k) \widetilde{\mathbf{P}}_{zz}^{-1}(k) \\ \mathbf{S}_i &= \widetilde{\mathbf{P}}_{zz}(k) + \mathbf{R}(k) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中  $\widetilde{\mathbf{P}}_{zz}(k)$  为状态向量和观测向量的互协方差阵。

通过以上迭代方法求解得到的状态估计和协方差, 改善了 UKF 算法中协方差估计不足的缺点, 提高了算法的跟踪精度和收敛速度。

### 2.3 IUKEF 算法实现

基于 UKF 算法原理<sup>[6]</sup>, IUKEF 算法实现步骤如下:

(1)由状态滤波向量  $\widehat{\mathbf{X}}(k|k)$  和滤波协方差阵  $\mathbf{P}(k|k)$  按照(10)式产生 Sigma 样点;

(2)根据系统状态方程计算预测 Sigma 样点及其均值和预测协方差, 计算滤波增益并更新滤波输出, 具体实现步骤参见文献[6];

(3)根据滤波输出, 按照式(10)-式(14)迭代更新目标状态估计和误差协方差阵;

(4)按照式(8)和式(9)更新状态估计和滤波误差协方差。

## 3 仿真结果与性能分析

仿真中分别考虑观测站固定和观测站运动情况下利用角度、角度变化率和频率变化率信息对匀速运动辐射源的三维定位与跟踪<sup>[7]</sup>, 并将 IUKEF 算法与 UKF 算法和 EKF 算法类的代表 MVEKF<sup>[3]</sup>进行比较。定义第  $j$  次仿真中第  $i$  时刻的定位误差为

$$\sigma_{ri}^j = \sqrt{(x_{Ti} - \hat{x}_{Ti})^2 + (y_{Ti} - \hat{y}_{Ti})^2 + (z_{Ti} - \hat{z}_{Ti})^2}, \quad i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M \quad (15)$$

其中  $N$  为观测次数,  $M$  为 Monte-Carlo 仿真次数, 取  $M$  次仿真试验实际定位误差的平均得平均定位误差:

表1 不同仿真条件下的参数相对测量精度

仿真条件	条件1		条件2		条件3		条件4	
	角度变化率	频率变化率	角度变化率	频率变化率	角度变化率	频率变化率	角度变化率	频率变化率
相对测量精度(%)	16.7354	13.2409	25.6228	33.5710	14.6681	21.1780	21.9549	35.2476

$$\bar{\sigma}_{ri} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sigma_{ri}^j \quad (16)$$

仿真中设采样周期  $T=1$ , 观测次数  $N=200$ , 进行 100 次 Monte-Carlo 仿真。不同仿真条件下的方位角测量误差  $\sigma_\beta = 1^\circ$ , 俯仰角测量误差  $\sigma_\epsilon = 1^\circ$ , 角度变化率和频率变化率的相对测量精度如表 1 所示。表 2 给出了各种仿真条件下 IUKF 和 MVEKF, UKF 相比较平均单次测距精度的改善量。

表2 不同仿真条件下 IUKF 平均单次测距精度改善量(km)

算法	MVEKF	UKF
条件1	1.4021	3.5408
条件2	649.8548	11.7857
条件3	2.2095	4.3872
条件4	45.3846	58.9071

### 3.1 仿真场景 1 (固定观测站对运动目标定位)

观测平台位于坐标原点, 目标与观测平台的水平距离  $D=200\text{km}$ , 方位  $\beta = 45^\circ$ , 目标高度  $H=5\text{km}$ , 辐射源信号频率  $f_t = 1090\text{MHz}$ 。目标运动速度  $v = 250\text{m/s}$ , 目标运动方向  $v_\theta = 270^\circ$ 。不同参数测量精度条件下的定位误差收敛曲线如图 1 所示。

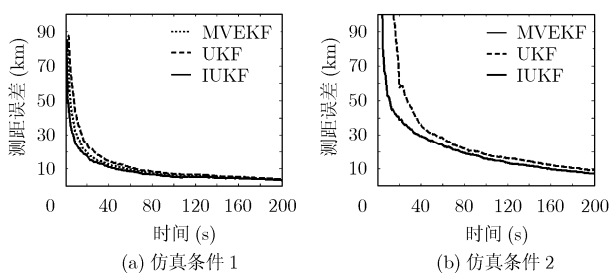


图1 仿真场景 1 下的定位误差收敛曲线

仿真条件 1 角度变化率测量精度  $\sigma_\beta = 0.01^\circ/\text{s}$ , 频率变化率测量精度  $\sigma_f = 0.1\text{Hz/s}$ ;

仿真条件 2 角度变化率测量精度  $\sigma_\beta = 0.015^\circ/\text{s}$ , 频率变化率测量精度  $\sigma_f = 0.25\text{Hz/s}$ 。

由图 1(a) 的仿真结果可见, 当参数测量精度较高的情况下, MVEKF 的定位精度和收敛速度都优于 UKF 算法, 根

本原因在于 UKF 算法对协方差的估计不足, IUKF 对目标状态估计和协方差估计通过迭代进行更新后, 改善了 UKF 的性能, 估计精度均比 MVEKF 和 UKF 算法高。仿真条件 2 中, 在角度变化率和频率变化率的相对测量精度都低于 25% 的情况下, MVEKF 算法已经发散, UKF 和 IUKF 仍然能够稳定跟踪目标, 由表 2 可知, IUKF 算法平均单次测距误差比 UKF 算法小 10km 以上。

### 3.2 仿真场景 2 (运动观测站对运动目标定位)

观测平台的水平距离  $D=100\text{km}$ , 方位  $\beta = 215^\circ$ , 高度  $H=6\text{km}$ , 运动速度  $v = 150\text{m/s}$ , 运动方向  $v_\theta = 90^\circ$ , 目标运动状态与仿真场景 1 相同。不同参数测量精度条件下的定位误差收敛曲线如图 2 所示。

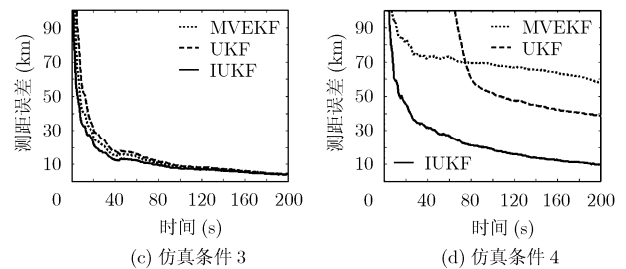


图2 仿真场景 2 下的定位误差收敛曲线

仿真条件 3 角度变化率测量精度  $\sigma_\beta = 0.01^\circ/\text{s}$ , 频率变化率测量精度  $\sigma_f = 0.3\text{Hz/s}$ ;

仿真条件 4 角度变化率测量精度  $\sigma_\beta = 0.015^\circ/\text{s}$ , 频率变化率测量精度  $\sigma_f = 0.5\text{Hz/s}$ 。

分析图 2 的仿真结果可知, 在参数测量精度较高的情况下, 与仿真场景 1 的结论类似, IUKF 能获得比 MVEKF 和 UKF 更高的跟踪精度; 在参数测量精度较差的情况下, 由于 UKF 对方差估计不足导致在跟踪初期收敛速度很慢, 尽管 MVEKF 有收敛的趋势, 但最终仍没有能够跟踪上目标, 而 IUKF 算法始终能够实现稳定的跟踪目标, 跟踪精度和收敛速度都优于 MVEKF 和 UKF。

## 4 结束语

UKF 算法以有限的采样点逼近非线性函数的概率分布, 通过采样点的传播实现捕获随机变量通过非线性变换后的均值和方差, 不需要计算 Jacobi 矩阵, 也不存在对非线性方

程线性化带来的误差,且计算量保持与 EKF 同阶<sup>[6]</sup>。针对 UKF 对协方差估计不足导致跟踪精度和收敛速度都有限的缺点,提出了基于迭代的 UKF 算法,通过对状态估计和协方差估计的迭代来改善协方差的估计,既提高了 UKF 的跟踪精度又改善了算法的收敛速度,尤其在参数测量精度较低的情况下效果更加明显。仿真结果表明在不同参数测量精度条件下 IUKF 算法均具有更高跟踪精度和更快的收敛速度,且比 EKF 类算法具有更好的稳健性,因此在单站无源定位与跟踪系统工程化中具有较好的应用前景,同时也可应用于其它非线性滤波领域。

### 参 考 文 献

- [1] Yaakov Bar-Shalom and X Rong Li. Thiagalingam Kirubarajan. Estimation with Applications To Tracking and Navigation. New York: John Wiley & Sons, Inc. 2001: 381-394.
  - [2] Taek L Song and Jason L Speyer. A stochastic analysis of a modified gain extended kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1985, AC-30(10): 940-949.
  - [3] 郭福成,李宗华,孙仲康. 无源定位跟踪中修正协方差扩展卡尔曼滤波算法. *电子与信息学报*, 2004, 26(6): 917-922. Guo Fu-cheng, Li Zong-hua, and Sun Zhong-kang. The modified Covariance Extended kalman filter in passive location and tracking. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2004, 26(6): 917-922.
  - [4] Simon Julier, Jeffrey Uhlmann, and Hugh F. Durrant-Whyte. A new approach for filtering nonlinear systems. Washington, Proceeding of the American Control Conference. June, 1995: 1628-1632.
  - [5] Simon Julier, Jeffrey Uhlmann, and Hugh F. Durrant-Whyte. A new method for the nonlinear transformation of means and covariance in filters and estimators. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2000, 45(3): 477-482.
  - [6] Simon J Julier and Jeffrey K Uhlmann. Unscented filtering and nonlinear estimation. *Proceedings of the IEEE, March*, 2004, 92(3): 401-421.
  - [7] 郭福成. 基于运动学原理的单站无源定位与跟踪关键技术研究. [博士学位论文]. 长沙: 国防科学技术大学, 2002.
  - [8] 孙仲康,周一宇,何黎星. 单多基地有源无源定位技术. 北京: 国防工业出版社, 1996年5月: 234-290.
- 袁 罡: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为无源定位、目标跟踪等.
- 陈 鲸: 男, 1940年生, 中国工程院院士, 博士生导师, 主要研究方向包括空间目标探测、遥感卫星信息获取与处理技术等.