

一种新的图像配准和超分辨率重建算法

杨浩 高建坡 吴镇扬
(东南大学信息科学与工程学院 南京 210096)

摘要: 对低分辨率观测图像进行精确配准是实现图像超分辨率重建的关键。然而,当低分辨率图像中的混叠分量达到一定程度时,许多配准算法不能满足超分辨率重建的精度要求。将图像配准和超分辨率重建联合实现的方法受混叠影响较小,该文分析其原因并提出实现这类方法的新算法,该算法采用类似于变量投影的思想,改善问题求解的条件,从而克服常用的坐标轮转下降法的一些不足。新算法利用 Lanczos 方法和 Gauss 求积原理高效地实现,并且能够处理低分辨率图像之间平移和旋转等形式的运动。实验结果证明了该方法的有效性。

关键词: 图像超分辨率重建; 分辨率增强; 配准

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)01-0168-04

A New Algorithm for Image Registration and Super-Resolution Reconstruction

Yang Hao Gao Jian-po Wu Zhen-yang

(School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The accurate knowledge of the sub-pixel registration parameters for each observed Low-Resolution (LR) image is the key for image Super-Resolution Reconstruction (SRR). Many registration algorithms fail to provide sufficient precision for SRR when the LR images are severely aliased. However, the method which combines the registration problem into SRR can obtain accurate estimation for registration parameters of each LR image in this situation. This paper analyzed the method and proposed a new approach to solve it. The proposed approach uses the principle similar to variable projection which results in a better-conditioned problem and avoids some shortcomings of cyclic coordinate descent optimization procedure. It can be efficiently implemented by using Lanczos method and Gauss quadrature theory. As a result, the proposed approach can deal with translation and rotation between the LR images. Experimental results demonstrate the effectiveness of our approach.

Key words: Image super-resolution reconstruction; Resolution enhancement; Registration

1 引言

图像超分辨率重建是利用数字信号处理技术从一组混叠、模糊、含噪的低分辨率观测图像中重建一幅高分辨率图像^[1]。这些低分辨率观测图像是同一场景的不同成像,它们之间存在亚像素级位移,即每幅图像含有不同信息,因此可以得到超过任何一幅低分辨率图像质量的高分辨率图像。显然,低分辨率图像配准问题是图像超分辨率重建的关键^[2-4],配准精度直接影响重建效果。很多重建算法并不涉及图像配准,因此,重建之前需要利用现有的配准算法获得低分辨率图像的配准信息。然而,低分辨率图像中的混叠分量会对图像配准产生不利影响,导致配准精度下降^[4, 5]。当混叠达到一定程度时,许多配准算法不能满足超分辨率重建的精度要求。

为了减轻混叠对图像配准的不利影响,文献[2,3]提出了

配准和重建联合实现的方法。然而,该方法实现过程中通常采用坐标轮转下降优化算法,也称交替最小化法,即交替估计高分辨率图像和配准参数,直至满足估计精度或迭代次数达到预定值。文献[6]指出,交替最小化法有明显不足:求解过程中,逐步向局部最优解靠近时原问题的病态程度会不断加重,导致解不稳定。Robinson 等人的最新研究成果^[4]表明,变量投影法^[6]可以用于配准和重建联合方法的具体实现,并能取得良好效果。受这一研究成果的激发,本文提出实现联合方法的新算法,该算法采用类似于变量投影的思想,克服了坐标轮转下降法的不足。新算法利用 Lanczos 方法和 Gauss 求积原理高效地实现,能够处理较为复杂的运动模型,比如低分辨率图像之间存在平移和旋转等形式的运动。

2 配准与图像重建

2.1 观察模型

为了研究图像超分辨率重建算法,需要建立观察模型。记 p 幅低分辨率图像为 $\{\mathbf{y}_k\}_{k=1}^p$, 利用这些图像重建一幅高分辨率图像 \mathbf{z} , 并且将低分辨率图像看成是由高分辨率图像

2007-02-05 收到, 2007-09-24 改回

国家自然科学基金(60672094)和江苏高校高新技术产业发展项目(JH02-076)资助课题

经过位移、模糊、抽取并受到加性噪声的影响而得到的^[1], 此过程可由下式表示:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{D}\mathbf{B}_k\mathbf{M}_k(\mathbf{s}_k)\mathbf{z} + \mathbf{n}_k, \quad 1 \leq k \leq p \quad (1)$$

其中 \mathbf{y}_k 是 $N \times 1$ 的向量, 表示第 k 幅 $m \times n$ ($N = mn$) 低分辨率图像从行方向堆叠而成。如果 r_1 和 r_2 分别是水平方向和垂直方向的抽取因子, \mathbf{z} 就是 $r_1r_2N \times 1$ 的向量, 表示 $r_1m \times r_2n$ 高分辨率图像从行方向堆叠而成。 $\mathbf{M}_k(\mathbf{s}_k)$ 是 $r_1r_2N \times r_1r_2N$ 的位移矩阵, \mathbf{B}_k 是 $r_1r_2N \times r_1r_2N$ 的模糊矩阵, \mathbf{D} 是 $N \times r_1r_2N$ 的抽取矩阵, \mathbf{n}_k 是 $N \times 1$ 的向量, 表示加性噪声。矩阵 $\mathbf{M}_k(\mathbf{s}_k)$ 由向量 \mathbf{s}_k 生成, 向量 $\mathbf{s}_k = [s_{k,1}, s_{k,2}, \dots, s_{k,q}]^T$ 含有第 k 幅图像的 q 个配准参数。这些参数可以表示水平方向和垂直方向的整体平移、旋转或者其他形式的位移参数^[3]。

将所有观察方程堆叠成总的观察方程

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}(\mathbf{s})\mathbf{z} + \mathbf{n} \quad (2)$$

其中 \mathbf{y} 和 \mathbf{n} 为 $pN \times 1$ 的向量, $\mathbf{W}(\mathbf{s})$ 为 $pN \times r_1r_2N$ 的矩阵, 向量 \mathbf{s} 包含 p 幅低分辨率图像的位移参数。

2.2 基于正则化的图像配准和超分辨率重建

图像超分辨率重建是不适定问题^[1], 因此, 为了获得唯一的、稳定的解, 需要将原问题正则化。据此, 构造代价函数^[1, 3]:

$$J(\mathbf{z}, \mathbf{s}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{W}(\mathbf{s})\mathbf{z}\|^2 + \lambda\|\mathbf{H}\mathbf{z}\|^2 \quad (3)$$

其中 \mathbf{H} 是正则化算子, 相当于稳定矩阵, 使不适定问题得以改善。 $\|\mathbf{y} - \mathbf{W}(\mathbf{s})\mathbf{z}\|^2$ 反映了重建的高分辨率图像 \mathbf{z} 经过观察模型后与观察值相吻合的程度。 λ 被称为正则化参数, 它决定了正则化的强度。

将代价函数式(3)最小化可以得到配准参数和高分辨率图像的估计值, 即

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}, \hat{\mathbf{s}} &= \arg \min_{\mathbf{z}, \mathbf{s}} J(\mathbf{z}, \mathbf{s}) = \arg \min_{\mathbf{z}, \mathbf{s}} \left\{ \|\mathbf{y} - \mathbf{W}(\mathbf{s})\mathbf{z}\|^2 + \lambda\|\mathbf{H}\mathbf{z}\|^2 \right\} \\ &= \arg \min_{\mathbf{z}, \mathbf{s}} \left\{ \sum_{k=1}^p \|\mathbf{y}_k - \mathbf{D}\mathbf{B}_k\mathbf{M}_k(\mathbf{s}_k)\mathbf{z}\|^2 + \lambda\|\mathbf{H}\mathbf{z}\|^2 \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

这种图像配准和重建的联合实现方法中, 估计配准参数时不再将低分辨率图像相互比较, 而是隐含着将高分辨率图像 \mathbf{z} 作为参考图像, 对其位移后的图像 $\mathbf{M}_k(\mathbf{s}_k)\mathbf{z}$ 进行配准, 配准时的优化准则是

$$\min_{\mathbf{s}_k} \|\mathbf{y}_k - \mathbf{D}\mathbf{B}_k\mathbf{M}_k(\mathbf{s}_k)\mathbf{z}\|^2 \quad (5)$$

由于高分辨率图像 \mathbf{z} 及其位移后的图像 $\mathbf{M}_k(\mathbf{s}_k)\mathbf{z}$ 含较少甚至没有混叠分量, 因此即使低分辨率图像中含有较多混叠分量, 该方法仍然有效。

为了简便, 本文考虑 \mathbf{H} 为单位矩阵的情况, 即为 Tikhonov 正则化, 则代价函数简化为

$$J(\mathbf{z}, \mathbf{s}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{W}(\mathbf{s})\mathbf{z}\|^2 + \lambda\|\mathbf{z}\|^2 \quad (6)$$

实际应用中, 如果 \mathbf{H} 不是单位矩阵, 可以采取重新定义变量等措施将其标准化^[7], 使得 $\mathbf{H} = \mathbf{I}$ 。

2.3 高效的实现方案

利用式(6)可以得到配准参数和高分辨率图像的估计值,

即

$$\hat{\mathbf{z}}, \hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{z}, \mathbf{s}} J(\mathbf{z}, \mathbf{s}) = \arg \min_{\mathbf{z}, \mathbf{s}} \left\{ \|\mathbf{y} - \mathbf{W}(\mathbf{s})\mathbf{z}\|^2 + \lambda\|\mathbf{z}\|^2 \right\} \quad (7)$$

求解上式通常使用坐标轮转下降法, 也称交替最小化方法, 即交替估计配准参数和高分辨率图像。由于该方法在求解过程中, 逐步向局部最优解靠近时原问题的病态程度会不断加重, 导致解不稳定^[6], 因此本文采用类似于变量投影的思想, 其过程如下:

对于代价函数式(6), 当配准参数 \mathbf{s} 已知时, 根据正则化最小二乘原理, 高分辨率图像 \mathbf{z} 的估计值可以表示为

$$\hat{\mathbf{z}} = (\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{W}(\mathbf{s}) + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{y} \quad (8)$$

采用文献[4,6]中的方法, 将上式代入式(6), 相当于消元法消除变量 \mathbf{z} , 得到只含有配准参数 \mathbf{s} 的代价函数

$$\begin{aligned} J(\mathbf{s}) &= \|\mathbf{y} - \mathbf{W}(\mathbf{s})(\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{W}(\mathbf{s}) + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{y}\|^2 \\ &\quad + \lambda\|(\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{W}(\mathbf{s}) + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{y}\|^2 \\ &= \mathbf{y}^T(\mathbf{I} - \mathbf{W}(\mathbf{s})(\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{W}(\mathbf{s}) + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{W}(\mathbf{s})^T)^2\mathbf{y} \\ &\quad + \lambda\mathbf{y}^T\mathbf{W}(\mathbf{s})(\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{W}(\mathbf{s}) + \lambda\mathbf{I})^{-2}\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{y} \end{aligned} \quad (9)$$

将代价函数 $J(\mathbf{s})$ 最小化, 可以得到配准参数 \mathbf{s} 的估计值。相对于 $J(\mathbf{z}, \mathbf{s})$, $J(\mathbf{s})$ 的寻优空间大为减小, 实际应用中, 无论何种运动模型, 它所含未知配准参数的个数远远小于高分辨率图像 \mathbf{z} 未知量的个数, 这样使得解的条件大为改善^[6], 从而增加解的稳定性。

获取配准参数的估计值时, 由于 $J(\mathbf{s})$ 形式复杂, 直接对其求关于 \mathbf{s} 各个分量的偏导数十分困难, 因此可以采用不要求偏导数的优化算法, 或者利用数值方法求偏导数, 进而采用序贯二次规划等优化方法。但是, 无论采用何种方法, 寻优过程中的每一步都要计算代价函数 $J(\mathbf{s})$ 的值。显然, 直接计算代价函数 $J(\mathbf{s})$ 很困难, 尤其是 \mathbf{y} 和 $\mathbf{W}(\mathbf{s})$ 的规模很大时。为了高效地计算代价函数 $J(\mathbf{s})$ 的值, 利用等式^[8]

$$\mathbf{I} - \mathbf{W}(\mathbf{s})(\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{W}(\mathbf{s}) + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{W}(\mathbf{s})^T = \lambda(\mathbf{W}(\mathbf{s})\mathbf{W}(\mathbf{s})^T + \lambda\mathbf{I})^{-1} \quad (10)$$

简化 $J(\mathbf{s})$, 得

$$\begin{aligned} J(\mathbf{s}) &= \lambda^2\mathbf{y}^T(\mathbf{W}(\mathbf{s})\mathbf{W}(\mathbf{s})^T + \lambda\mathbf{I})^{-2}\mathbf{y} \\ &\quad + \lambda\mathbf{y}^T\mathbf{W}(\mathbf{s})(\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{W}(\mathbf{s}) + \lambda\mathbf{I})^{-2}\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{y} \end{aligned} \quad (11)$$

引入函数

$$f(t) := (t + \lambda)^{-2} \quad (12)$$

并定义矩阵函数

$$x_1 = \lambda^2\mathbf{y}^T f(\mathbf{W}(\mathbf{s})\mathbf{W}(\mathbf{s})^T)\mathbf{y} \quad (13)$$

$$x_2 = (\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{y})^T f(\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{W}(\mathbf{s}))\mathbf{W}(\mathbf{s})^T\mathbf{y} \quad (14)$$

可以得到

$$J(\mathbf{s}) = x_1 + \lambda x_2 \quad (15)$$

现在, x_1 和 x_2 都是 $\mathbf{v}^T f(\mathbf{M})\mathbf{v}$ 形式的二次型, 文献[8]详细讨论了如何用 Lanczos 方法和 Gauss 求积原理高效、方便地计算 x_1 和 x_2 的上、下界。本文采用其中的算法计算 x_1 和 x_2 的上、下界:

$$L_1[f] \leq x_1 \leq U_1[f], L_2[f] \leq x_2 \leq U_2[f] \quad (16)$$

随着算法中 Lanczos 对角化步数的增加, 上界与下界越来越接近, 当步数增加到一定程度, 完全能够满足二次型的估值精度要求。因此, 可以得到

$$L_1[f] + \lambda L_2[f] \leq J(\mathbf{s}) \leq U_1[f] + \lambda U_2[f] \quad (17)$$

实验中, 将 $U_1[f] + \lambda U_2[f]$ 作为 $J(\mathbf{s})$ 的近似值。利用优化方法估计出配准参数 \mathbf{s} 后, 图像重建过程可以利用现有的超分辨率重建算法, 也可以采用文献[8]中的算法, 它利用上述 Lanczos 对角化的结果很方便地求出高分辨率图像的近似估计值。

文献[4]中的算法将图像变换到频域, 利用空间域的平移反映到频域是相移这一特点实现计算上的高效性, 因此该算法只适用于低分辨率图像之间存在整体平移这一特殊运动模型。而本文的算法在实现过程中没有对运动模型做任何假设, 因此可以适用于较为复杂的运动形式, 例如低分辨率图像之间存在旋转。

3 实验结果

为了验证算法的有效性, 本文做了许多仿真实验。实验中, 假设模糊过程近似为 Gauss 模型, 并且是空间不变的。构建位移矩阵 $\mathbf{M}_k(\mathbf{s}_k)$ 时, 插值模型采用截断的 $\text{sinc}(x, y)$ 函数^[9]。对所有低分辨率图像加入加性噪声, 满足信噪比为 30dB, 正则化参数选取 $\lambda = 0.001$ 。为了评价算法性能, 采用平均绝对误差(MAE)作为配准参数估计值与重建高分辨率图像的性能测度。实验使用两种运动模型: 整体平移和旋转。

实验中, 利用代价函数 $J(\mathbf{s})$ 估计配准参数 \mathbf{s} 时使用 MATLAB(Ver7.0)的函数 `fmincon`。优化求解过程中估计代价函数 $J(\mathbf{s})$ 值时, Lanczos 对角化步数确定为 90, 精度能够达到

$$\frac{U[f] - L[f]}{U[f]} \leq 5 \times 10^{-5} \quad (18)$$

实验 1 运动模型为整体平移。将 128×128 的“Cameraman”图像作为高分辨率原图, 随机选取一组平移参数, 将原图整体平移, 获得 4 幅图, 将这 4 幅图像模糊、加噪, 然后将每幅图以因子 $r_1 = r_2 = 2$ 从水平方向和垂直方向抽取得到低分辨率图像。将 4 幅低分辨率图像作为观测图像, 用文献[5]中的相位法估计配准参数并用估计结果进行重建, 再分别用类似于文献[3]中的坐标轮转下降法和本文的方法实现配准参数估计和图像重建。坐标轮转下降法和本文算法中配准参数估计的初始值是利用文献[10]中基于梯度的方法而得到的。用不同的平移参数重复 10 次实验, 分别求出 3 种方法估计的配准参数值与真实值的平均绝对误差以及重建图像像素值与原图像像素值的平均绝对误差。然后以抽取因子 $r_1 = r_2 = 4$ 重复上述实验, 图 1 列出了原图和低分辨率



图 1 (r_1, r_2 为抽取因子)

图像。

表 1 和表 2 分别列出配准参数的平均绝对误差及重建图像像素值的平均绝对误差, 图 2 给出一次实验中的重建图像。从表 1 中的数据可以看出, 当抽取因子为 $r_1 = r_2 = 2$, 低分辨率图像中含有的混叠相对较少时, 用相位法估计配准参数也能获得较高精度。然而, 当抽取因子为 $r_1 = r_2 = 4$, 低分辨率图像中含有的混叠分量增加时, 相位法的配准精度下降十分明显。从表 2 和图 2 可以看出配准精度对重建效果影响很大。

表 1 整体平移模型下配准参数估计值的 MAE(单位: 像素)

算法	MAE(抽取因子为 2)	MAE(抽取因子为 4)
相位法	0.039	0.116
坐标轮转下降法	0.023	0.057
本文的方法	0.012	0.029

表 2 整体平移模型下重建图像像素值的 MAE(单位: 灰度级)

算法	MAE(抽取因子为 2)	MAE(抽取因子为 4)
相位法	12.086	18.851
坐标轮转下降法	11.253	13.932
本文的方法	11.038	11.843

实验 2 运动模型为旋转。“Cameraman”图像仍作为高分辨率原图, 将原图以左上角的点为原点旋转, 旋转角度随机选取, 获得 16 幅图, 将这 16 幅图像模糊、加噪, 然后将每幅图以因子 $r_1 = r_2 = 4$ 从水平方向和垂直方向抽取得到低分辨率图像。将 16 幅低分辨率图像作为观测图像, 进行配准参数估计和图像重建。用不同的旋转参数重复 10 次实验, 求旋转参数的估计值与真实值的平均绝对误差以及重建图像像素值与原图像像素值的平均绝对误差。算法仍然使用文献[10]中基于梯度的方法取得配准参数估计的初始值。表 3 列出旋转角度估计值和重建图像像素值的平均绝对误

差。数据表明, 对于运动模型为旋转, 本文的方法仍然适用。



图 2 重建的高分辨率图像(r_1, r_2 为抽取因子)

表 3 旋转模型下旋转参数估计值(单位: 度)和重建图像像素值的 MAE(单位: 灰度级)

旋转参数 MAE	重建图像像素值 MAE
0.013	12.356

4 结束语

对低分辨率观测图像进行精确配准是实现图像超分辨率重建的关键所在。低分辨率图像中的混叠分量会对图像配准产生不利影响, 导致配准精度下降。当混叠达到一定程度时, 经典配准算法的参数估计精度难以满足图像超分辨率重建要求。而将配准参数和重建图像联合估计的方法受混叠影响较小, 文中分析其原因并提出实现这类方法的新算法。从合成图像序列的配准参数估计和重建结果看, 该算法性能优

于坐标轮转下降法, 当低分辨率图像混叠加重时仍能取得较好的重建效果, 并且可以处理较为复杂的运动模型, 例如平移和旋转。

参 考 文 献

- [1] Park S C, Park M K, and Kang M G. Super-resolution image reconstruction: A technique overview [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2003, 20(3): 21–26.
- [2] Woods N A, Galatsanos N P, and Katsaggelos K K. Stochastic methods for joint registration, restoration, and interpolation of multiple undersampled images [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(1): 201–213.
- [3] Hardie R C, Barnard K J, and Armstrong E E. Joint MAP registration and high-resolution image estimation using a sequence of undersampled images [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997, 6(12): 1621–1633.
- [4] Robinson D, Farsiu S, and Milanfar P. Optimal registration and super-resolution of aliasing images using variable projection [OL]. <http://www.ee.ucsc.edu/~milanfar>.
- [5] Stone H S, Orchard M T, Chang E, and Martucci S A. A fast direct Fourier-based algorithm for subpixel registration of images [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, 39(10): 2235–2243.
- [6] Golub G and Pereyra V. Separable nonlinear least squares: the variable projection method and its applications [J]. *Institute of Physics Inverse Problems*, 2003, 19(2): R1–R26.
- [7] Nguyen N, Milanfar P, and Golub G. A computationally efficient superresolution image reconstruction algorithm [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(4): 573–583.
- [8] Calvetti D, Golub G H, and Reichel L. Estimation of the L-curve via Lanczos bidiagonalization [J]. *BIT*, 1999, 39(4): 603–619.
- [9] Lehmann T M, Gonner C, and Spitzer K. Survey: Interpolation methods in medical image processing [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1999, 18(11): 1049–1075.
- [10] Hardie R C, Barnard K J, Bognar J G, Armstrong E E, and Watson E A. High-resolution image reconstruction from a sequence of rotated and translated frames and its application to an infrared imaging system [J]. *Optics Engineer*, 1998, 37(1): 247–260.

杨 浩: 男, 1969年生, 博士, 研究方向为图像复原、超分辨率重建。

高建坡: 男, 1975年生, 博士, 研究方向为人脸检测、跟踪与识别。

吴镇扬: 男, 1949年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为听觉与视觉信号处理。