

## 雷达系统杂波自由度研究

伍勇 汤俊 彭应宁

(清华大学电子工程系 北京 100084)

**摘要:** 为了分析各种非均匀、非线性、非密集阵列雷达的杂波抑制性能, 该文基于带限信号自由度理论提出了一种适用于多种阵列构型的杂波自由度估计方法。该方法能有效估计杂波大特征值的个数, 并揭示了杂波自由度与系统参数、杂波场景的内在联系。研究表明, 为了提高稀疏阵雷达的杂波抑制性能, 需增加系统自由度来减少稀疏采样区。最后通过计算机仿真验证了该文提出的估计方法的有效性。

**关键词:** 雷达; 目标检测; 杂波自由度; 杂波抑制; 空时二维自适应处理

中图分类号: TN958.92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)05-1032-05

## On Clutter Degrees of Freedom of the Radar System

Wu Yong Tang Jun Peng Ying-ning

(Department of Electronics Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** To investigate the clutter mitigation performance in non-uniform, non-linear, or sparse array radar, the number of Degrees of Freedom (DoF) estimate theory for band-limited signal is employed to estimate the clutter DoF for these array geometries. The proposed method can effectively predict the number of significant clutter eigenvalues, and reveals the relationship between the clutter DoF and the system parameters as well as the clutter scenario. It is found that in sparse array radar, the system DoF should be increased to reduce the sparse sampling section so that the clutter mitigation performance in such systems can be improved. Finally, the effectiveness of the proposed estimate method is verified with simulation.

**Key words:** Radar; Target detection; Clutter degrees of freedom; Clutter suppression; Space-Time Adaptive Processing (STAP)

### 1 引言

许多动目标检测雷达(如机载、星载预警雷达)都面临着恶劣的杂波环境, 必须进行杂波抑制。这类系统的设计可分为两步。第1步是考察系统的最优抑制性能。由文献[1]可知, 杂波自由度(即杂波自相关阵  $R_c$  的秩, 或  $R_c$  中远大于 0 的特征值个数)决定了杂波抑制的最优性能。第2步是选择合适的算法, 使自适应处理的性能尽量接近最优性能。在这一过程中(特别是对采用空-时二维自适应处理(STAP)的雷达系统), 杂波自由度是选择降维算法、确定杂波训练样本数目的重要依据<sup>[1, 2]</sup>。因此, 理解杂波自由度对设计动目标检测雷达有重要意义。

长久以来, 人们估计雷达系统杂波自由度的主要依据是 Brennan 准则<sup>[3, 4]</sup>。但这一准则仅适用于阵元间距为半波长的正侧视均匀线阵系统。目前, 圆阵、共形阵等非线形阵列已引起人们的注意<sup>[4]</sup>; 分布式小卫星雷达等稀疏阵系统(即阵元间距大于半波长的系统)由于其载荷要求较低成为天基雷

达的一种选择<sup>[5, 6]</sup>。文献[7]通过实验给出了均匀稀疏线阵的杂波自由度估计, 但其适用范围和估计效果均不太理想。

实际上, 在雷达系统中, 杂波自相关函数(离散化后即表现为自相关阵)是一个带限过程。故带限信号自由度理论<sup>[8-10]</sup>是杂波自由度估计的核心。本文基于这一理论介绍了一种适用于多种阵列结构和杂波场景的杂波自由度估计方法。同时考察了稀疏阵系统的杂波抑制能力, 并从自由度的角度分析了其难以完成杂波抑制的原因, 以期对将来的稀疏阵系统设计有所助益。最后用计算机仿真验证了估计方法的有效性。

### 2 雷达系统的杂波自由度估计

#### 2.1 运动平台雷达系统杂波的空时等效性

假设系统有  $M$  个阵元, 一个相干积累时间(CPI)内发射了  $N$  个脉冲。在  $t = 0$  时刻第  $m$  个阵元的位置为  $\mathbf{p}^{(m)} = (p_x^{(m)}, p_y^{(m)}, p_z^{(m)})$  ( $1 \leq m \leq M$ ), 第  $n$  个脉冲时刻为  $t_n$  ( $1 \leq n \leq N$ )。系统坐标系如图 1 所示, 其中平台运动速度方向定义为  $x$  轴。则第  $m$  个阵元在第  $n$  个脉冲时刻接收到的地杂波回波可表示为

$$c_{mn} = \int_F a(\mathbf{f}_s) \exp[j2\pi(\mathbf{f}_s \cdot \mathbf{p}_c^{(m,n)})] d\mathbf{f}_s \quad (1)$$

2007-01-30 收到, 2007-09-11 改回

国家自然科学基金(60602048)和清华大学基础研究基金(JCqn2005019)资助课题

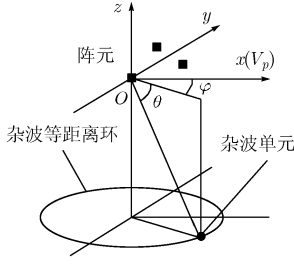


图 1 雷达系统的坐标系

其中 ‘ $\cdot$ ’ 表示内积;  $F$  是由杂波单元的空间频率  $\mathbf{f}_s$  张成的空间频域范围;  $\mathbf{a}(\mathbf{f}_s)$  是定义在空间频率上的某杂波单元的反射强度, 它是一个独立同分布的零均值复随机变量;  $\mathbf{f}_s = (f_{sx}, f_{sy}, f_{sz})$ , 且

$$f_{sx} = \cos \theta \cos \varphi / \lambda \quad (2)$$

$$f_{sy} = \cos \theta \sin \varphi / \lambda \quad (3)$$

$$f_{sz} = -\sin \theta / \lambda \quad (4)$$

$\lambda$  为工作波长;  $\theta$  和  $\varphi$  是杂波单元的俯仰角和方位角;  $\mathbf{p}_c^{(m,n)}$  是等效阵元的位置

$$\mathbf{p}_c^{(m,n)} = (p_x^{(m)} + 2V_p t_n, p_y^{(m)}, p_z^{(m)}) \quad (5)$$

$V_p$  为平台运动速度。

式(1)表明, 在运动平台雷达中, 静止杂波回波可认为是用一个静止的阵列进行空间采样得到的, 这个阵列共有  $MN$  个阵元, 第  $(m, n)$  个阵元的位置是  $\mathbf{p}_c^{(m,n)}$ 。这就是杂波的空时等效性。由式(5)确定的静止阵列称为等效阵列。注意, 这里没有对物理阵列的阵元位置、发射脉冲时刻作任何限制。

记  $\mathbf{p}_l = (p_x^{(l)}, p_y^{(l)}, p_z^{(l)}) = \mathbf{p}_c^{(m,n)}$  ( $1 \leq l \leq L = MN$ ) 为等效阵列中第  $l$  个阵元的位置, 则杂波观测向量  $\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_L]^T$ 。于是杂波自相关阵为

$$\mathbf{R}_c = E(\mathbf{c}\mathbf{c}^H) \quad (6)$$

其第  $l$  行、第  $k$  列的元素为  $(l, k \leq L)$

$$R_c^{(l,k)} = r(\mathbf{p}_l - \mathbf{p}_k) = \int_F P(\mathbf{f}_s) \exp[j2\pi\mathbf{f}_s \cdot (\mathbf{p}_l - \mathbf{p}_k)] d\mathbf{f}_s \quad (7)$$

其中  $P(\mathbf{f}_s) = E[\mathbf{a}(\mathbf{f}_s)\mathbf{a}^*(\mathbf{f}_s)]$  是定义在空间频率上的杂波功率密度。可见, 杂波自相关阵是由多维带限过程  $r(\Delta\mathbf{p})$  构建的。

### 2.2 线性阵列的杂波自由度估计

等效阵列为线性阵列时, 所有阵元均分布在一条直线上。以这条直线为  $x$  轴(参见图 1), 式(7)可简化为

$$r(p^{(l)} - p^{(k)}) = \int_{f_{\min}}^{f_{\min} + B_s} P(f_s) \exp[j2\pi f_s (p^{(l)} - p^{(k)})] df_s \quad (8)$$

其中  $f_{\min}$  是最小的空间频率,  $B_s$  是所有杂波散射体张成的空间频率带宽。在式(8)中, 省略了  $p_x^{(m)}$  和  $f_{sx}$  的下标  $x$ 。可见, 此时  $\mathbf{R}_c$  是由一个带宽为  $B_s$  的一维带限过程  $r(\Delta p)$  构建的。类似地,  $\mathbf{R}_c$  的第  $i$  个特征向量  $\mathbf{u}_i$  可看作是对某个连续函数  $u_i(p)$  采样得到的, 即它的第  $l$  个元素  $(\mathbf{u}_i)_l = u_i(p^{(l)})$ 。于是  $\mathbf{R}_c$  的第  $i$  个特征向量及对应的特征值  $\lambda_c^{(i)}$  满足

$$\lambda_c^{(i)} \mathbf{u}_i(p^{(l)}) = \sum_{k=1}^L r(p^{(l)} - p^{(k)}) u_i(p^{(k)}) \quad (9)$$

若使用连续孔径, 式(9)可表示为积分形式

$$\lambda_c^{(i)} u_i(p) = \int_0^T r(p-q) u_i(q) dq \quad (10)$$

其中  $p$  和  $q$  是连续孔径上某一点的位置,  $T$  是孔径长度,  $u_i(p)$  为彼此正交的特征函数<sup>[8]</sup>。若带限信号  $r(\Delta p)$  满足以下两个条件: (1)功率均匀分布在带宽范围内, 即  $P(f_s) = P$  为常数; (2)频率范围关于 0 对称, 即  $f_{\min} = -B_s/2$ , 则式(10)的积分核函数简化为

$$r(\Delta p) = P \text{sinc}(B_s \Delta p) \quad (11)$$

其中  $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x) / (\pi x)$ 。Slepian 等人详细研究了连续情况和离散情况下 sinc 函数的特征值分布(即自由度)问题, 并得出了如下重要结论(即所谓的 BT 理论)<sup>[9, 10]</sup>。

**定理 1** 如果采样间隔满足采样定理, 那么对一个带宽为  $B_s$ , 观测持续长度为  $T$  的带限过程, 其大特征值个数约为  $B_s T + 1$ 。

在实际系统中, 可认为杂波功率在  $[f_{\min}, f_{\min} + B_s]$  范围内变化不大, 而在此之外杂波功率迅速下降, 此时条件(1)近似满足。另外可证明(略), 只要条件(1)成立, 则无论积分核函数的频率范围是否关于 0 对称, 其特征值与 sinc 函数的特征值相等。故当(等效阵列的)阵元间距小于 Nyquist 采样间隔  $1/B_s$  时, 可利用定理 1 估计杂波自由度。这里, 观测长度  $T$  由(等效)阵列长度决定, 它与系统参数有关。杂波空间频率带宽  $B_s$  由杂波场景决定。当不存在距离模糊、且杂波在方位向  $0 \sim 180^\circ$  上分布时, 根据式(2), 空间频率带宽为

$$B_s = 2 \cos \theta / \lambda \quad (12)$$

其中  $\theta$  是杂波等距离环对应的俯仰角。当  $\theta = 0$  (如机载雷达观测远处距离环)时, 带宽即为半波长的倒数。

然而, 若等效阵列中某些采样间隔(阵元间距)大于 Nyquist 间隔, 则需对定理 1 作修正<sup>[11]</sup>。此时可根据 Nyquist 采样间隔  $1/B_s$  将全阵列划分为若干个子阵, 如图 2 所示。每个子阵内的阵元间距均小于  $1/B_s$ , 而任意两个位于不同子阵的阵元距离均大于  $1/B_s$ 。此时杂波向量可写作

$$\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1^T, \mathbf{c}_2^T, \dots, \mathbf{c}_K^T]^T \quad (13)$$

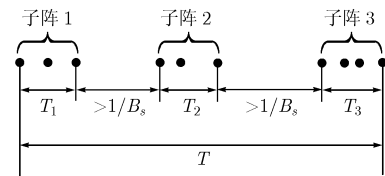


图 2 子阵的划分

其中  $\mathbf{c}_k$  是第  $k$  个子阵的杂波观测向量,  $K$  为子阵数目。定义每个子阵的杂波自相关阵为  $\mathbf{R}_k = E(\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H)$ , 则全系统的杂波自相关阵可写成分块形式

$$\mathbf{R}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{R}_K \end{bmatrix} \quad (14)$$

非对角分块阵上的元素代表了位于不同子阵中两个阵元上观测到的杂波相关性。根据子阵的定义和式(11)可知, 这些阵元上的杂波相关性很小。因此,  $\mathbf{R}_c$  近似具有对角分块阵的结构。于是  $\mathbf{R}_c$  的秩为

$$r_c \approx \sum_{k=1}^K r_c^{(k)} \quad (15)$$

其中  $r_c^{(k)}$  是  $\mathbf{R}_c$  的秩。由于各子阵均满足采样定理, 故据定理 1,  $r_c^{(k)} = B_s T_k + 1$ , 其中  $T_k$  是第  $k$  个子阵的长度(参见图 2)。于是

$$r_c \approx \sum_{k=1}^K (B_s T_k + 1) \quad (16)$$

式(16)表明当某些采样间隔大于 Nyquist 间隔时, 定理 1 中的观测长度  $T$  应是各子阵长度的加和。由式(16)可知, 若所有阵元的间距均大于 Nyquist 采样间隔, 则每个阵元代表一个杂波自由度。此时杂波自由度等于系统自由度(即杂波满秩), 无法抑制杂波。

稀疏采样难以完成杂波抑制的根本原因是系统自由度不足。由本小节分析可知, 杂波自由度与带限信号自由度等价。信号自由度的定义是准确恢复该信号所需的最少样本数。当总的观测区间为  $T$  时(参见图 2), 带限信号自身固有的自由度为  $(B_s T + 1)$ 。此时系统至少应有  $(B_s T + 1)$  个独立采样以便准确恢复该信号。但进行稀疏采样(所有采样间隔均大于  $1/B_s$ )时,  $T > (L - 1)B_s$ , 即  $B_s T + 1 > L$ , 其中  $L$  是系统的独立采样数目(系统自由度)。这意味着杂波统计特性在区间  $T$  内无法准确地恢复。解决方法之一是减小杂波带宽  $B_s$ , 如提高阵列的方向性。其二是增加系统自由度, 如增加等效阵列的阵元数目。但注意这些自由度必须使之周围的采样间距小于 Nyquist 间隔, 以便在局部避免稀疏采样, 从而部分地恢复杂波统计特性和杂波抑制能力。本文将这样的自由度称为有效自由度。实际上, STAP 就是通过增加有效自由度解决高速运动平台雷达稀疏采样问题的一个实例。当系统高速运动时, 雷达平台在一个脉冲内运动的距离很远。若使用单阵元, 则等效阵列中的阵元间距将全大于 Nyquist 间隔。而 STAP 通过在原有阵元附近布置新阵元(即采用阵列)大大增加了有效的系统自由度。经空时等效后, 等效阵列中部分阵元间距大大缩小甚至重合(如 DPCA 系统), 从而增加了杂波观测的相关性, 使杂波自由度小于系统自由度, 系统重新具有了杂波抑制能力。在稀疏阵 STAP 雷达中, 则可在不同阵元上发射载频正交信号使原阵元旁出现多个虚拟阵元, 从而局部避免稀疏采样。相关研究将另文发表。

下面总结线性阵列杂波自由度的估计过程。首先, 确定 Nyquist 采样间隔, 并据此将整个阵列划分为若干子阵。Nyquist 间隔保证了不同子阵杂波的不相关性。然后根据 BT 理论(即定理 1)估计各子阵的杂波自由度。最后, 将所有子阵的杂波自由度相加, 得到全系统的杂波自由度。这一过程也适用于二维与三维阵列(即平面阵和立体阵)。

### 2.3 平面和立体阵列的杂波自由度估计

平面阵(即二维阵列)是指所有阵元分布在一个平面上的阵列, 如圆阵 STAP 雷达, 斜视或前视 STAP 雷达形成的等效阵列等。此时, 以该平面为  $xOy$  平面建立如图 1 图 1 所示的坐标系。立体阵(即三维阵列)则是指阵元在三维空间中任意分布的阵列, 如分布式小卫星系统、圆柱共形阵等。在平面阵和立体阵中, 杂波自相关阵对应着一个多维带限过程(参见式(7)), 且  $\mathbf{f}_s = (f_{sx}, f_{sy})$  或  $\mathbf{f}_s = (f_{sx}, f_{sy}, f_{sz})$  为二维或三维空间频率。由式(2)-式(4)可知  $(f_{sx}, f_{sy}, f_{sz})$  定义的坐标系是直角坐标系。

首先介绍二维带限信号的自由度估计方法。若采用二维连续孔径, 杂波特征值满足

$$\mu \psi(\mathbf{p}) = \int_F r(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \psi(\mathbf{q}) d\mathbf{q} \quad (17)$$

其中  $\mu$  和  $\psi(\mathbf{p})$  是相应的特征值和特征函数。可以证明, 当二维孔径和空间频率范围  $F$  均为矩形且杂波功率在  $F$  上均匀分布时, 带限信号自由度约为<sup>[12]</sup>

$$r_c = B_s A_s + 1 \quad (18)$$

其中  $B_s = B_{sx} B_{sy}$  为矩形空间频率范围的面积,  $B_{sx}$  是  $f_{sx}$  轴上的带宽,  $B_{sy}$  是  $f_{sy}$  轴上的带宽(参见图 3),  $A_s = L_x L_y$  是矩形孔径的面积,  $L_x$  是孔径在  $x$  方向的长度,  $L_y$  是孔径在  $y$  方向的长度。注意到式(18)可表达为  $B_s / (1/A_s) + 1$ , 而  $(1/A_s)$  是矩形孔径在空间频率域上单个分辨单元的面积(孔径在空间频率域上的分辨单元由其空间频率域响应的 3dB 等高线决定。显然, 矩形孔径的分辨单元是面积为  $(1/A_s)$  的矩形, 如图 3 所示)。这意味着此时带限信号自由度约等于其空间频率范围  $F$  占据的分辨单元个数。

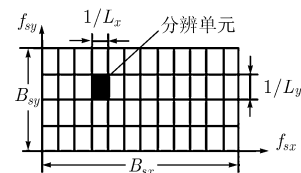


图 3 空间频率范围

在雷达系统中, 杂波相关函数的空间频率范围并不是一个矩形。二维阵列中, 若不存在距离模糊, 杂波空间频率范围  $F$  为一个圆弧; 否则  $F$  为一组同心圆弧构成的环面(参见式(2)和式(3))。另外, 雷达系统的(等效)阵列也不一定是矩形。但对这种更一般的情况, 我们仍可以借助杂波空间频率范围  $F$  占据的分辨单元个数来估计杂波自由度。这一结论可用自由度的定义来解释。带限信号的自由度是指为准确恢复该信号能量所需要的最少样本数。很明显, 杂波自相关函数(即二维带限过程)的能量全部分布在空间频率范围  $F$  中( $F$  的面积为  $B_s$ )。而二维孔径的面积  $A_s$  决定了孔径在空间频率域上的分辨力。故空间频率域上一个分辨单元内的信号能量用一个样本即可表示, 即一个分辨单元代表了一个自由度。

因而  $F$  占据的分辨单元个数代表了该带限信号的总自由度。当杂波空间频率范围的面积  $B_s$  远大于  $(1/A_s)$  时, 杂波自由度可由式(18)估计。

以上考虑的是连续孔径的情况。采用阵列观测时, 须确定 Nyquist 间隔以便划分子阵。具体可参考文献[12]。最后将所有子阵的杂波自由度相加即得全阵列的杂波自由度。采用三维阵列时, 杂波空间频率范围是半径为  $1/\lambda$  的球面的一部分(参见式(2)-式(4)), 如图 4 所示。三维孔径在空间频率域上的分辨单元为体积等于  $1/A_v$  的区域,  $A_v$  是三维孔径的体积。参照上述过程即可完成对三维阵列杂波自由度的估计。

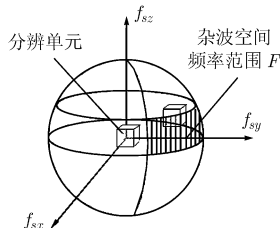


图 3 三维阵列的杂波空间频率范围示意图

### 3 仿真结果

本节用计算机仿真验证提出的杂波自由度估计方法。杂波自相关阵由式(6)给出。首先考虑正侧视均匀线阵。仿真参数为: 杂噪比 50dB, 工作波长  $\lambda = 0.3\text{m}$ , 脉冲重复周期  $T_r = 0.16\text{ms}$ 。假设杂波均匀的分布在  $0-180^\circ$  方位上, 感兴趣距离环的俯仰角为  $0$ , 则 Nyquist 间隔  $d_0 = \lambda/2$ 。文献[7]也给出了均匀稀疏线阵的杂波自由度估计式,

$$r_c = N_w \left[ M + \frac{\beta_0}{N_{\text{sep}}} (N - N_w) \right] \quad (19)$$

其中  $M$  是阵元数,  $N$  是脉冲数,  $N_w = N_{\text{sep}} / \text{gcd}(\beta_0, N_{\text{sep}})$ ,  $\text{gcd}()$  是取最大公约数操作,  $N_{\text{sep}} = d/d_0$  是物理阵列的阵元间距与 Nyquist 间隔  $d_0$  之比,  $\beta_0 = 2V_p T_r / d_0$  是一个脉冲内平台运动的距离与  $d_0$  之比。下面分别用式(16)和式(19)对 3 个均匀稀疏阵系统进行估计。相应的特征谱和估计结果绘制在图 5 中。在系统 1 中,  $M = 16$ ,  $N = 24$ ,  $N_{\text{sep}} = 41$  以及  $\beta_0 = 10$ 。此时两种估计方法得到的结果一致。在系统 2 中, 将  $\beta_0$  改为 23, 即平台在一个脉冲内运动的距离更远。此时, 等效阵列是完全稀疏阵。根据 2.2 节的分析, 杂波将满秩。由图 5 可见, 式(16)给出了正确的估计, 而式(19)失效。在系统 3 中,  $M = 24$ ,  $N = 16$ ,  $N_{\text{sep}} = 6$  及  $\beta_0 = 10.4$ , 即  $\beta_0$  非整数。此时, 式(16)给出较好的估计, 而式(19)的估计结果远离真实值。可见文献[7]的估计式在适用范围和估计效果上均受到限制。

现考虑正侧视非均匀(随机)线阵。系统参数和相关假设同上, 且  $M = 16$ ,  $N = 24$  以及  $\beta_0 = 9$ 。图 6 绘制了两个

非均匀线阵系统的特征谱和相应的估计结果。其中系统 1 的物理阵列阵元位于  $(0, 1.3, 1.8, 2.8, 13.3, 15, 17, 44.2, 52.1, 55, 56.6, 57.6, 58.3, 59, 60.2, 70) \times \lambda/2$  处, 系统 2 的物理阵列阵元位于  $(0, 0.30, 15.24, 24.14, 42.78, 52.10, 60.47, 77.40, 87.89, 91.95, 105.39, 122.16, 122.55, 136.18, 143.76, 160.40) \times \lambda/2$  处。可见, 在两个系统中, 式(16)也给出了较好的估计。

最后考虑等效阵列为平面阵的情况。考察 3 种系统, 其等效阵列均为密集阵, 如图 7 所示。仿真参数为: 杂噪比 50dB,  $\lambda = 0.3\text{m}$ 。假设杂波均匀分布在  $0-180^\circ$  方位上, 且系统存在距离模糊, 模糊距离环的俯仰角在  $30^\circ-50^\circ$  之间。用式(18)对杂波自由度进行估计, 估计结果和特征谱绘制在图 8 中。可见, 本文提出的方法仍能较好的给出特征谱的拐点, 即大特征值的数目。

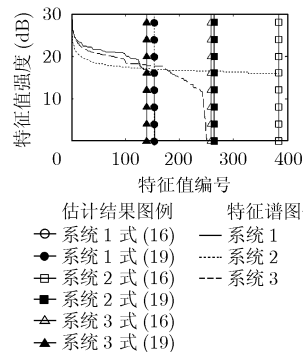


图 4 均匀稀疏线阵杂波自由度估计结果

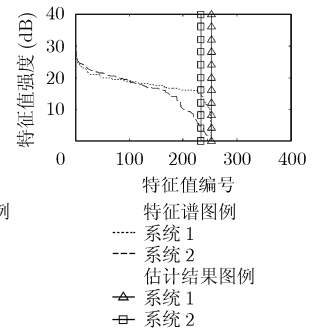


图 5 非均匀稀疏阵杂波自由度估计结果

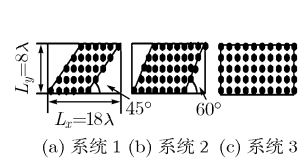


图 6 3 种系统的等效阵列

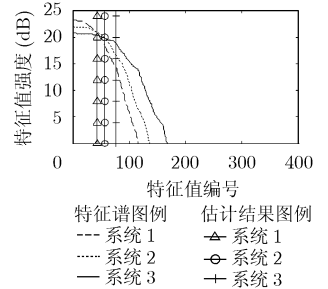


图 7 等效阵列为平面阵的杂波自由度估计

### 4 结束语

杂波自由度由带宽-孔径积决定。“带宽”是指由杂波场景决定的杂波空间频率范围大小, “孔径”是指由系统参数和杂波带宽共同决定的对杂波自由度有实际贡献的各子阵孔径大小之和。稀疏采样难以完成杂波抑制的原因是系统自由度不足, 此时须设法提高系统自由度。

### 参考文献

[1] Guerci J R, Goldstein J S, and Reed I S. Optimal and adaptive reduced-rank STAP. *IEEE Trans. on Aerospace and*

- Electronic Systems*, 2000, 36(2): 647-663.
- [2] 王永良, 彭应宁. 空时自适应信号处理. 北京: 清华大学出版社, 2000: 126-128.  
Wang Yong-liang and Peng Ying-ning. Space-Time Adaptive Processing. Beijing: Tsinghua University Press, 2000: 126-128.
- [3] Guerci J R. Space-Time Adaptive Processing for Radar. London: Artech house, 2003: 61-103.
- [4] Zatman M. Circular array STAP. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(2): 510-517.
- [5] Leatherwood D A and Melvin W L. Configuring a sparse aperture antenna for spaceborne MTI radar. Proceedings of IEEE Radar Conference 2003, Alabama, USA, May 2003: 130-146.
- [6] Goodman N A and Stiles J M. Resolution and synthetic aperture characterization of sparse radar arrays. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(3): 921-935.
- [7] Fertig L B. Estimation of space-time clutter rank for subarrayed data. Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, CA, USA, Nov. 2004: 289-292.
- [8] Slepian D and Pollak H O. Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty-I. *Bell System Technical Journal*, 1961, 40(1): 43-63.
- [9] Slepian D. Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty-V: the discrete case. *Bell System Technical Journal*, 1978, 57(5): 1371-1429.
- [10] Landau H J and Pollak H O. Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis and uncertainty-III: the dimension of the space of essentially time- and band-limited signals. *Bell System Technical Journal*, 1964, 41(7): 1295-1336.
- [11] Wu Yong, Tang Jun, and Peng Yingning. Clutter rank of sparse linear array radar. Proceedings of 2006 CIE International Conference on Radar, Shanghai, China, Oct. 2006: 1149-1152.
- [12] Wu Yong, Tang Jun, and Peng Yingning. Clutter rank of multi-dimensional sparse array radar. Proceedings of 2007 IEEE Radar Conference, Waltham, USA, April 2007: 463-468.
- 伍 勇: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为杂波抑制和阵列信号处理.
- 汤 俊: 男, 1973年生, 副教授, 研究方向为谱估计和阵列信号处理.
- 彭应宁: 男, 1939年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为自适应滤波和雷达信号处理.