

基于半定松弛方法的时变 OFDM 系统盲信道估计

方承志^{①②} 都思丹^① 倪梁方^①

^①(南京大学电子科学与工程系 南京 210093)

^②(南京邮电大学光电工程学院 南京 210003)

摘要: 该文提出了一种时变正交频分复用(OFDM)系统信道盲估计算法。在二次规范(Quadratic Program, QP)模型的基础上,采用半定松弛技术,把OFDM信道盲估计转换为一个可以在多项式时间内求解的半定规划问题。为了进一步降低半定规划问题的转换复杂度,考虑到OFDM各个子载波和各个时刻的响应之间的紧相关性,该文提出了一种新的随机转换策略,仿真表明,该文所提出的算法,其误码率逼近最佳估计,且复杂度大幅降低。

关键词: 正交频分复用; 信道盲估计; 半定松弛; 相关性; 随机转换

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)08-1801-05

SDR-Based Blind Channel Estimation of Time-varying OFDM Systems

Fang Cheng-zhi^{①②} Du Si-dan^① Ni Liang-fang^①

^①(Department of Electronic Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

^②(College of Optoelectrical Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

Abstract: Some Quadratic Programs (QP) have been presented for the blind channel estimation and signal detection of the time-varying OFDM systems. In this paper a method is proposed to turn the QP problem into the optimization of a Semi-Definite Program (SDP) based on the Semi-Definite Relaxation (SDR) technique. Compared to the original QPs which reach the optimal solution with exponential complexity, the SDP could be solved efficiently in polynomial time. In order to reduce the complexity involved in the transform from the solution of the SDPs to the solution of the original QPs, the correlation property of the OFDM time-frequency response between adjacent subchannels or time-slots is exploited to devise a novel randomization strategy. The simulation proves the effectiveness of the new method.

Key words: OFDM; Blind channel estimation; Semi-Definite Relaxation (SDR); Correlation; Randomization

1 引言

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)被认为是下一代无线通讯系统中的关键技术^[1],而盲信道估计是当前OFDM技术中的一大研究热点^[2,3]。在时变OFDM系统中,由于频域响应 $H(m,n)$ (子载波 m ,时刻 n)随 m 和 n 而变化,传统盲信道估计算法的性能会急剧下降^[3]。近年来,某些学者采用信号和信道联合LS(Least Square)的方法,建立了若干二次规范(Quadratic Program, QP)模型。通过求这些QP的最优解,可以实现时变OFDM系统的盲信号检测/盲信道估计^[2,4]。在参考文献^[2,4]中,分别采用了球解码算法和分支定界算法。这两种算法都可以获取最佳解,但其复杂度都随数据长度的增加而呈指数式增长,无法应用于实际之中。因此,采用次优方法是一种符合实际的选择。考虑到QP模型的特点,本文采用半定松弛(Semi-Definite Relaxation, SDR)方法来获取QP的可行解。

SDR是一种处理NP-hard最优化问题的近似方法^[5-7],已经被广泛应用于多用户检测和MIMO信号检测之中^[5,8,9]。

本文结合OFDM信号的离散特性,采用SDR技术把QP最优化问题转换为半定规划问题(Semi-Definite Program, SDP)。采用内点算法,可以在多项式时间内获得SDP的最优解^[7]。在获得SDP的解之后,利用参考文献^[8]中给出的随机转换方法或者特征值分解方法,可以把SDP的解转化为原来QP问题的解^[8,9]。随机转换方法能够提供比特特征值分解方法更好的性能^[5],但其性能取决于随机化处理的次数,大量的仿真试验表明,在随机化次数比较高的情况下,SDR方法的性能接近于最大似然检测^[8,9]。但若采用较高的随机化次数,会相应地增加SDP方法的运算复杂度。在时变OFDM系统中,尽管 $H(m,n)$ 随着 m 和 n 变化,但 $H(m,n)$ 和其邻近点是紧相关的^[10-13],利用此特性,本文推导出若干公式,用来衡量两个顺序接收的信号比值同相应发送信号比值之间的差异,基于这些公式,本文设计了一种新的随机转换策略,采用这种新的策略后,可以大幅降低SDR方法的复杂度。相应的SDP称为enhanced SDP,其性能逼近于最佳估计。

2 系统模型和半定松弛

在频率域,接收到的OFDM信号可以表示为^[2,4]

$$Y_{m,n} = H(m,n)X_{m,n} + N_{m,n} \quad (1)$$

$Y_{m,n}$ 是接收到的信号, $X_{m,n}$ 是发送信号, 而 $N_{m,n}$ 代表均值为0, 方差为 σ^2 的高斯噪声。在参考文献[2, 4]中, 为了估计二维的 $H(m,n)$, 都是先把 m 或 n 固定后, 再来估计一维的 $H(i)$ (i 可以是 n , 也可以是 m)。假设发送信号是 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$, 接收信号是 $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T$, 依据参考文献[4], 可以把OFDM盲信道估计转换为如下的QP

$$\hat{\mathbf{S}} = \arg \min_{\mathbf{S}_i \in \mathbf{U}} \mathbf{S}^T \mathbf{G} \mathbf{S} \quad (2)$$

\mathbf{G} 是一个 $2N \times 2N$ 的实对称矩阵, \mathbf{S} 是一个 $2N \times 1$ 的向量, \mathbf{S} 中每一项 \mathbf{S}_i 的取值是离散的。定义 \mathbf{S}_i 的取值范围是 \mathbf{U} , \mathbf{U} 和发送信号 x_i 存在着映射关系。采用参考文献[4]中介绍的方法, 可以把参考文献[2]中给出的模型转换成式(2)的形式, 且存在以下关系式[4]:

$$1/x_i = \mathbf{S}_{2i-1} + \mathbf{S}_{2i} \quad (3)$$

参考文献[2, 4]中的模型具有不同的内在含义, 但对于半定松弛而言, 式(2)中给出的QP模型在数学上总是适用的。

2.1 半定松弛和随机转换

不同的信号类型, 具有不同的半定松弛步骤, 本文针对QPSK信号, 给出相应的松弛方法。对于其它类型的信号, 其处理原则是类似的。SDR的关键在于 x_i 的离散取值而导致 \mathbf{S}_i 的离散性。对于QPSK信号, 依据式(3), $\mathbf{U} = \{\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2\}$, $\mathbf{S}_i \in \mathbf{U}$ 代表 $\prod_j (\mathbf{S}_i - \mathbf{U}_j) = 0$ 。因此, \mathbf{S}_i 都满足 $(\mathbf{S}_i - \sqrt{2}/2)(\mathbf{S}_i + \sqrt{2}/2) = 0$ 。

定义 $\mathbf{S}^0 = [\mathbf{S}^T \ 1]^T$ 以及 $\mathbf{G}^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。由于 $\mathbf{S}^T \mathbf{G} \mathbf{S} =$

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{S}} \text{Tr}(\mathbf{G}^0 \mathbf{P}) \\ & \text{s.t. } \mathbf{P} = \mathbf{S}^0 \mathbf{S}^{0T}, \mathbf{S}_i^0 \in \mathbf{U}, \\ & \text{Tr}(\mathbf{A}^{0,i} \mathbf{P}) = 1/2, i = 1, 2, \dots, 2N \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{A}^{0,i}$ 是一个矩阵, 大部分项都是0, 但 $\mathbf{A}_{i,i}^{0,i} = 1$ 。 $\mathbf{P} = \mathbf{S}^0 \mathbf{S}^{0T}$ 表明, \mathbf{P} 是一个Hermitian半正定矩阵 ($\mathbf{P} \geq 0$), 此外, 矩阵 \mathbf{P} 还具有一个限制: $\text{rank}(\mathbf{P}) = 1$ 。由于 \mathbf{P} 的秩为1, 式(4)中给出的最优化问题不具有凸规划性质。如果放弃 $\text{rank}(\mathbf{P}) = 1$ 这个限制, 也就是说, 对式(4)进行松弛, 那么, 可以得到如下最优化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{P}} \text{Tr}(\mathbf{G}^0 \mathbf{P}_0) \\ & \text{s.t. } \mathbf{P}_0 \geq 0, \text{Tr}(\mathbf{A}^{0,i} \mathbf{P}_0) = 1/2, i = 1, 2, \dots, 2N \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)表明, 这是一个半定规划(Semi-Definite Programming, SDP)问题[7]。

式(5)和式(8)中给出的SDP是一个凸优化问题, 可以采用基于内点方法的算法来获取SDP的最优解。对于给定的精度, 其运算复杂度最多是 $O(N^{3.5})$ [7]。式(5)给出的SDP的解向量 \mathbf{P}_0 通常只是真实向量 \mathbf{P} 的一个近似值。但该向量包含了若干有用的结构化信息。在参考文献[5, 8]中, 给出了一些方法, 用来从 \mathbf{P}_0 中恢复 \mathbf{P} , 进而获得 \mathbf{S} 。在所有的方

法提供了最好的性能[5, 8]。下面以QPSK为例, 说明随机转换方法的过程(对于其它的信号类型, 原理是类似的)。

$\mathbf{P} = \mathbf{W} \mathbf{W}^T$ 代表矩阵 \mathbf{P}_0 的Cholesky分解, 矩阵 \mathbf{W} 的每一列定义为 \mathbf{W}_i 。对于QPSK而言, 如果 \mathbf{S}^k 代表一个解向量, \mathbf{S}^k 中的每一项按如下式子计算:

$$\mathbf{S}^k = \text{dec} \left(\frac{\mathbf{W}_i^T \mathbf{r}_u}{\mathbf{W}_{2N+1}^T \mathbf{r}_u} \right), i = 1, 2, \dots, 2N \quad (6)$$

$\text{dec}(x)$ 表示取集合 \mathbf{U} 中最接近 x 的元素。 \mathbf{r}_u 是一个随机向量, 均匀分布在 $(2N+1)$ 维的单位球的球面上。显然, \mathbf{S}^k 的值带有一定的随机性, 为了提高SDR方法的性能, 随机转换处理过程被重复若干次 (N_{rand} 次), 最终解可按如下规则获得:

$$\mathbf{S} = \arg \min_{k=1, 2, \dots, N_{\text{rand}}} (\mathbf{S}^k)^T \mathbf{G} \mathbf{S}^k \quad (7)$$

目前, 尚无方法可以确定, 为了使得最终的误码率(Bit Error Rate, BER)在某一给定水平之下, 所需要的 N_{rand} 是多大[8]。但参考文献[8]中的仿真表明, N_{rand} 越大, SDP的性能越好, 在实际应用中, 一般选取较大的 N_{rand} 。在参考文献[5]中, 矩阵的维数是4, 而选取的 $N_{\text{rand}} = 50$ 。由于计算 $(\mathbf{S}^k)^T \mathbf{G} \mathbf{S}^k$ 所需要的复杂度是 $O(N^2)$, 因此, 当 N_{rand} 较大的时候, 随机转换处理过程所涉及的浮点运算占据了SDP总体复杂度的很大一部分。

参考文献[8]中给出的随机处理是纯数学的, 借助 $H(i)$ 之间存在的相关性, 本文将指出, 对于给定的 N_{rand} , 绝大部分涉及到 $(\mathbf{S}^k)^T \mathbf{G} \mathbf{S}^k$ 的运算都可以避免。

2.2 $H(i)$ 之间的相关性

参考文献[12]表明, 在归一化Doppler频移 $f_d (f_d = f_D T_B, f_D$ 是系统的最大Doppler频移, T_B 是OFDM时隙) 较小的情况下, 尽管 $H(m,n)$ 随 m 或 n 变化, 但 $H(m,n)$ 与其邻近点之间是紧相关的。

如果 $H(i)$ 位于频率方向 (m 下标), 参考文献[13]指出, $H(m+1,n)$ 总是近似于 $H(m,n)$ 。

在WSSUS信道模型下[10], 移动信道的时变特征是由Doppler频移引起的, 特别是最大Doppler频移 f_D [12]。考虑一种极端情况: Doppler功率谱集中在 f_D 处, 此时, 系统所接收到的基带信号 $y(v)$ 可以表示为[11]

$$y(v) = e^{-2\pi f_d v / M} \sum_{l=0}^{L-1} h(l) x(v-l) = \sum_{l=0}^{L-1} h'(v,l) x(v-l) \quad (8)$$

$h(l)$ 是信道在时刻 $v = 0$ 的冲击响应, $h'(v,l) = e^{-2\pi f_d v / M} h(l)$ 。如果归一化 f_d 很小, Doppler 效应很微弱, 就有 $h'(v,l) \approx h(l)$ 。进行FFT变换后, $H(m,n) \approx H(m,n+1)$ 。在实际OFDM系统(如IEEE 802.11a[1])中, f_D 通常是在100Hz左右[1], 相对于子载波的带宽, f_D 很小, 因此, f_d 也很小[4, 13]。相应地, $H(m,n)$ 在时间方向上 (n 下标) 变化缓慢。

总的来说, 尽管 $H(i)$ 和 $H(i+1)$ 之间存在变化, 但可以认为 $H(i) \approx H(i+1)$ 。

3 一种新的随机转换策略

本文给出一种新的随机转换策略。首先, 给出一个定理。

定理1 ς 和 ξ 是互相独立的复高斯随机变量, 均值为0, $E(|\varsigma|^2) = \sigma^2$, $E(|\xi|^2) = k^2\sigma^2$ 。定义一个新的随机变量, $\eta = |\varsigma|/|\xi|$, 其分布函数(cumulative distribution function, c.m.f) 为 $\Psi_\eta(r)$, 其密度函数(probability density function, p.d.f) 为 $h_\eta(r)$ 。可以证明, 如下公式成立:

$$\Psi_\eta(r) = \Pr\{\eta \leq r\} = \begin{cases} 1 - 1/(k^2r^2 + 1), & r > 0 \\ 0, & r \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$h_\eta(r) = \begin{cases} 2k^2r/(k^2r^2 + 1)^2, & r > 0 \\ 0, & r \leq 0 \end{cases}$$

3.1 噪声偏差

先考虑一种理想情况: $H(i)$ 不变化, 且信道不存在噪声。由式(2), 有如下式子:

$$y_{i+1}/y_i = x_{i+1}H(i+1)/x_iH(i) = x_{i+1}/x_i = (\mathbf{S}_{2i-1}^k + j\mathbf{S}_{2i}^k)/(\mathbf{S}_{2i+1}^k + j\mathbf{S}_{2^{*(i+1)}}^k) \quad (10)$$

任给一个向量 \mathbf{S}^k , 计算 $t_i = (\mathbf{S}_{2i-1}^k + j\mathbf{S}_{2i}^k)/(\mathbf{S}_{2i+1}^k + j\mathbf{S}_{2^{*(i+1)}}^k)$ 。如果 \mathbf{S}^k 是正确的向量, y_{i+1}/y_i 肯定等于 t_i ; 如果不等于, 只能说明, \mathbf{S}^k 是错误的向量, 不必再计算 $(\mathbf{S}^k)^T \mathbf{G} \mathbf{S}^k$ 。

高斯噪声会导致 y_{i+1}/y_i 偏离 x_{i+1}/x_i 。但考虑到 $H(i)$ 之间的相关性, 本文将表明, 依旧可以找到一种方法来判定是否有必要进行 $(\mathbf{S}^k)^T \mathbf{G} \mathbf{S}^k$ 的计算。

$$\left| \frac{y_{i+1}}{y_i} - \frac{x_{i+1}}{x_i} \right| = \left| \frac{H(i+1)x_{i+1} + \varepsilon_{i+1} - x_{i+1}}{H(i)x_i + \varepsilon_i} - \frac{x_{i+1}}{x_i} \right| = \left| \frac{x_{i+1}/x_i}{1 + \varepsilon_i/(H(i)x_i)} \right|$$

$$\times \left| \frac{H(i+1) - H(i)}{H(i)} + \frac{-\varepsilon_i}{H(i)x_i} + \frac{\varepsilon_{i+1}}{H(i)x_{i+1}} \right| \quad (11)$$

ε_{i+1} 和 ε_i 是互相独立的复高斯随机变量, 均值为0, 方差为 σ^2 [2]。

由于FFT变换的unitary特性, 对于PSK类型的发送信号, 如下式子总是成立的。

$$E\left\{ |H(i)x_i|^2 \right\} / E\left\{ |\varepsilon_i|^2 \right\} = E\left\{ |H(i)x_i|^2 \right\} / \sigma^2 = E\left\{ |H(i)|^2 \right\} / \sigma^2 = 10^{\text{SNR}/10} \quad (12)$$

其中SNR 是信噪比。在中高值的SNR情况下, 存在近似式:

$$d_i = \left| \frac{y_{i+1}}{y_i} - \frac{x_{i+1}}{x_i} \right| \approx \left| \frac{H(i+1) - H(i)}{H(i)} + \frac{-\varepsilon_i}{H(i)x_i} + \frac{\varepsilon_{i+1}}{H(i)x_{i+1}} \right| \leq d_m = |d_{i,H}| + d_{i,0} \quad (13)$$

式中 $d_{i,H} = \frac{H(i+1) - H(i)}{H(i)}$, $d_{i,0} = |d_{i,0,1}| + |d_{i,0,2}|$

$$d_{i,0,1} = \frac{-\varepsilon_i}{H(i)}, \quad d_{i,0,2} = \frac{\varepsilon_{i+1}}{H(i+1)} \frac{H(i+1)}{H(i)} \approx \frac{\varepsilon_{i+1}}{H(i+1)}$$

考虑到 $H(i) \approx H(i+1)$, $d_{i,H} \approx 0$, 从以上式子可以看出, 尽管 y_{i+1}/y_i 不等于 x_{i+1}/x_i , y_{i+1}/y_i 依旧位于 x_{i+1}/x_i 的邻域之内, 如图1所示。

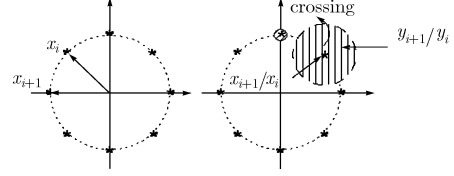


图1 y_{i+1}/y_i 位于 x_{i+1}/x_i 的邻域内(信号类型为8-PSK)

另一方面, 由于 ε_{i+1} 和 ε_i 是随机变量, d_i , $|d_{i,0,1}|$, $|d_{i,0,2}|$ 和 $d_{i,0}$ 也是随机变量。参考文献[10]指出, 在Rayleigh信道中, 信道冲击响应的各个系数随时间而变化, 可以采用高斯过程来模拟系数的变化。在FFT变换后, $H(i)$ 可以看作是多个高斯随机变量的和, 因此, $H(i)$ 也是一个高斯随机变量。依据前面给出的定理, $|d_{i,0,1}|$ 和 $|d_{i,0,2}|$ 的p.d.f如下:

$$h_{d_{i,0,1}}(r) = 2k^2r/(k^2r^2 + 1)^2, \quad h_{d_{i,0,2}}(r) = 2k^2r/(k^2r^2 + 1)^2, \quad k^2 = 10^{\text{SNR}/10} \quad (14)$$

定义 $|d_{i,0}|$ 的c.m.f 为 $F_{d_{i,0}}(r) = \Pr\{d_{i,0} \leq r\}$, $|d_i|$ 的c.m.f 为 $F_{d_i}(r) = \Pr\{d_i \leq r\}$ 。由于 ε_{i+1} 和 ε_i 互相独立, 可以得到如下关于 $F_{d_{i,0}}(r)$ 的表达式:

$$F_{d_{i,0}}(r) = \int_0^r \int_0^{r-\eta} h_{d_{i,0,1}}(\eta_1) h_{d_{i,0,2}}(\eta_2) d\eta_1 d\eta_2 = -6 \frac{\log b}{a^2} - 8 \frac{\log b}{k^2 r^2 a^2} - 8 \frac{\arctg(kr)}{kra^2} - 6 \frac{kr \cdot \arctg(kr)}{a^2} - \frac{1}{ab} - \frac{k^2 r^2}{ab} + \frac{2\arctg(kr)}{kra} + \frac{k^2 r^2 + 3}{a}, \quad a = k^2 r^2 + 4, \quad b = k^2 r^2 + 1 \quad (15)$$

必须指出的是, 由于 $d_i \leq d_{i,0}$, 因此, 总是有 $F_{d_i}(r) \geq F_{d_{i,0}}(r)$ 。定义

$$Q_{d_i}(r) = 1 - F_{d_i}(r) = \Pr\{d_i \geq r\}$$

$$Q_{d_{i,0}}(r) = 1 - F_{d_{i,0}}(r) = \Pr\{d_{i,0} \geq r\}$$

这两个式子用来表示随机变量 d_i 和 $d_{i,0}$ 大于某一个给定值 r 的概率。

图2给出了不同SNR下, 分布函数 $F_{d_{i,0}}(r)$ 的理论曲线和 $F_{d_i}(r)$ 的仿真曲线。由图中可以看出, 尽管噪声使得 y_{i+1}/y_i 偏离了 x_{i+1}/x_i , 但 y_{i+1}/y_i 远离 x_{i+1}/x_i 的概率 $Q_{d_i}(r)$ 非常小。此外, $Q_{d_i}(r)$ 总是小于或等于 $Q_{d_{i,0}}(r)$ 。借助这个性质, 本文提出一种新的随机转换策略。

3.2 随机转换策略

如果给定某个向量 \mathbf{S}^k , 依据式(3), 可以获得发送信号 x_i 。计算 $d_i = |y_{i+1}/y_i - x_{i+1}/x_i|$ ($i=1, \dots, N-1$)。如果 d_i 大于某个预先给定的值 d_e , 称其为跨越(crossing), 其发生概率定义为 $p_e = Q_{d_i}(d_e)$ 。发送信号 x_i 是彼此独立的, 因此, 发生最少 D_M 次跨越的概率为

$$P_M = C_{N-1}^{D_M} (1-p_e)^{N-1-D_M} p_e^{D_M} + C_{N-1}^{D_M+1} (1-p_e)^{N-2-D_M} p_e^{D_M+1} + \dots + C_{N-1}^{N-1} p_e^{N-1} = \sum_{n=D_M}^{N-1} C_{N-1}^n (1-p_e)^{N-1-n} p_e^n \quad (16)$$

选择适当的 d_e 和 D_M , 可以使得 P_M 小于给定的值 P_s 。如果 P_s 足够小 (例如, P_s 可以是 OFDM 系统在完全知道 $H(m,n)$ 情况下所能达到的误码率), P_M 也会很小, 这表明, 对任何按照式(6)产生的向量 \mathbf{S}^k , 计算 d_i ($i=1, \dots, N-1$) 且记录相应的跨越次数, 如果跨越次数多于 D_M , 通常可认为 \mathbf{S}^k 是错误向量, 没有必要计算 $(\mathbf{S}^k)^T \mathbf{G} \mathbf{S}^k$ 。如果小于 D_M , 则计算 $(\mathbf{S}^k)^T \mathbf{G} \mathbf{S}^k$ 。

若要计算 P_M , 必须知道 p_e , $p_e = Q_{d_i}(d_e)$ 没有解析形式, 计算起来不方便。但是, 如前所述, $p_{e,0} = Q_{d_{i,0}}(d_e)$ 提供了 p_e 的一个上界。因而, 如下式子成立:

$$\begin{aligned} P_M &= \sum_{n=D_M}^{N-1} C_{N-1}^n (1-p_e)^{N-1-n} p_e^n \leq P_{M,0} \\ &= \sum_{n=D_M}^{N-1} C_{N-1}^n (1-p_{e,0})^{N-1-n} p_{e,0}^n \leq P_s \end{aligned} \quad (17)$$

为了确保 $\sum_{n=D_M}^{N-1} C_{N-1}^n (1-p_e)^{N-1-n} p_e^n \leq C_{N-1}^n (1-p_{e,0})^{N-1-n} p_{e,0}^n$, 必须添加一个约束:

$$p_{e,0} \leq D_M/N - 1 \quad (18)$$

按照上面的不等式, 可以计算出不同 SNR 下, 满足 $P_M \leq P_s$ 所需要的 d_e 和 D_M 。这项工作可以在接收到信号 $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T$ 之前完成, 不会给信号检测带来额外的运算复杂度。

4 仿真结果

仿真采用的 OFDM 系统具有 1 MHz 的带宽, $M = 32$ 个子载波。按照参考文献[10]中给出的 COST207TU 模型对时变 Rayleigh 信道进行仿真, 其时延剖面是 $\{0.0, 0.2, 0.5, 1.6, 2.3, 5.0\} \mu\text{s}$, 功率剖面是 $\{0.189, 0.379, 0.239, 0.095, 0.061, 0.037\}$ 。信号类型是 QPSK, 归一化 $f_d = 0.02$, $P_s = 0.01$ 。QP 模型按照参考文献[2]中的内容建立, 矩阵维数为 32。SDP 的求解采用 SeDuMi 工具包[6]。

图 2 给出了 SNR=18dB 和 SNR=30dB 下, 分布函数 $F_{d_{i,0}}(r)$ 的理论曲线和 $F_{d_i}(r)$ 的仿真曲线。由图中可以看出, $d_i = |y_{i+1}/y_i - x_{i+1}/x_i|$ 取较大数值的概率很小。另外, $F_{d_{i,0}}(r)$ 为 $F_{d_i}(r)$ 提供了相当紧凑的下界。

图 3 比较了多种方法的误码率。包括参考文献[2]中给出的分值定界法 (Branch and Bound, BB), 具有不同 N_{rand} 值的标准 SDP 算法, 以及采用本文提出的随机转换策略的 enhanced SDP 方法。由于 BB 算法对所有可能的组合进行穷举搜索, 可以获得最佳结果, 因而被用来作为比较的标准。由图中可以看出, N_{rand} 越大, 标准 SDP 的性能越好。如果 N_{rand} 被设置为 200, 标准 SDP 和 BB 之间的性能差异几乎为 0。enhanced SDP 所采用的 N_{rand} 也是 200, 其性能和标准 SDP ($N_{\text{rand}}=200$) 极其接近。但是, 如表 1 所示, 由于 enhanced SDP 避免了大量无效计算, 其运算复杂度远低于标准 SDP。实际上, enhanced SDP ($N_{\text{rand}}=200$) 的复杂度同标准 SDP ($N_{\text{rand}}=43$) 接近。同指数复杂度的 BB 算法相比,

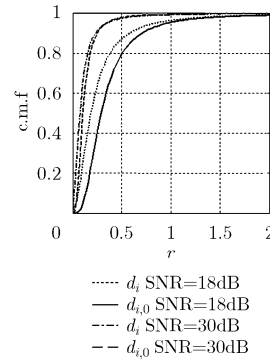


图2 c.m.f. 曲线

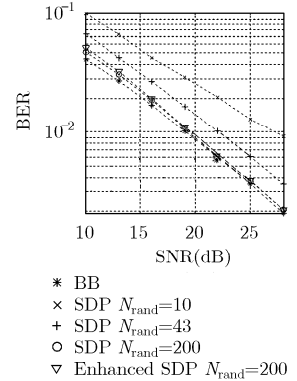


图3 SNR-BER 曲线

表1 SDP方法的平均浮点运算数目(FLOPs)(SNR=20dB, $f_d=0.02$)

方法类型	SDP $N_{\text{rand}}=10$	SDP $N_{\text{rand}}=43$	SDP $N_{\text{rand}}=200$	Enhanced SDP $N_{\text{rand}}=200$
FLOPs 数目(10^4)	3.74	6.82	22.47	6.98

enhanced SDP 可以在多项式时间内完成计算[7], 因此, enhanced SDP 更适合于盲估计场合。

5 结束语

本文将 SDR 方法应用到时变 OFDM 系统的信道盲估计中, 把信道盲估计问题转化为一个半定规划问题, 而 OFDM 发送信号的离散特性被转化为半定规划的限制。此外, 本文利用 OFDM 频域响应之间的相关性, 给出了一种新的关于半定规划和原来二次规划之间解的随机转换策略, 仿真试验表明, 这种新的随机转换策略可以大幅提高 SDR 方法的性能。

参考文献

- [1] Sampath H, Talwar S, and Tellado J, *et al.* A fourth-generation MIMO-OFDM broadband wireless system: Design, performance and field trial results. *IEEE Communication Magazine*, 2002, 40(9): 143-149.
- [2] Chang Mingxian and Su Yu T. Blind and semi-blind detections of OFDM signals in fading channels. *IEEE Trans. on Communication*, 2004, 52(5): 744-754.
- [3] Lee Jong-Ho, Han Jae-Choong, and Kim Seong-Cheol. Joint carrier frequency synchronization and channel estimation for OFDM systems via the EM algorithm. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2006, 55(1): 167-172.
- [4] Tao Cui and Tellambura C. Joint data detection and channel estimation for OFDM systems. *IEEE Trans. on Communication*, 2006, 54(4): 670-679.
- [5] Wiesel A, Eldar Yonina C, and Shlomo Shamai. Semidefinite relaxation for detection of 16-QAM signaling in MIMO channels. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12(9): 653-656.

- [6] Sturm J F. Using SEDUMI 1.02: A Matlab toolbox for optimizations over symmetric cones. *Optim. Math. Soft.*, 1999, 32(1): 11–12.
- [7] Helmberg C, Rendl F, Vanderbei R J, and Wolkowicz H. An interior point method for semidefinite programming. *SIAM J. Optim.*, 1996, 6(2): 342–361.
- [8] Ma Wing-Kin, Ching Pak-Chung, and Ding Zhi. Semidefinite relaxation based multiuser detection for M-ary PSK multiuser systems. *IEEE Trans. on Signal Process.*, 2004, 52(10): 2862–2872.
- [9] Wang X M, Lu W S, and Antoniou A. A near optimal multiuser detector for DS-CDMA systems using semidefinite programming relaxation. *IEEE Trans. on Signal Process.*, 2003, 51(9): 2446–2450.
- [10] Matthias P. *Mobile Fading Channels: Modeling, Analysis and Simulation*. New York: John Wiley & Sons, 2001: 250–259.
- [11] Ma Xiao-li, Tepedelenlioglu C, Giannakis G B, and Bararossa S. Non-data-aided frequency-offset and channel estimation for OFDM with null subcarriers: Identifiability, algorithms, and performance. *IEEE JSAC*, 2001, 19(12): 2504–2515.
- [12] Chang Mingxian. A new derivation of least-squares-fitting principle for OFDM channel estimation. *IEEE Trans. on Wireless Communication*, 2006, 5(4): 726–731.
- [13] Necker M C and Stuber G L. Totally blind channel estimation for OFDM on fast varying mobile radio channels. *IEEE Trans. on Wireless Communication*, 2004, 3(5): 1514–1525.
- 方承志: 男, 1976年生, 博士, 讲师, 研究方向为无线通信中的信号检测和处理.
- 都思丹: 女, 1962年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为图像工程、近场技术及通信技术.
- 倪梁方: 男, 1965年生, 博士后, 研究方向为无线通信中的多用户检测和信号处理技术.