

隐含训练序列信道估计中的功率分配

王平 袁伟娜 范平志

(西南交通大学信息编码与传输省重点实验室 成都 610031)

摘要: 与传统时分发送训练序列的信道估计算法相比, 隐含训练序列信道估计算法将训练序列与信息序列直接相加后通过天线发送, 从而节约了信道带宽。然而, 在天线发送总功率一定时, 训练序列的功率越大, 信息序列的功率便越小, 从而导致信道均衡器的信噪比减小。本文研究了基于 MIMO 系统的隐含训练序列信道估计算法, 分析了信道均衡器信噪比与训练序列功率的关系, 并根据均衡器信噪比最大原则推导出训练序列与信息序列的最佳功率分配。分析和仿真结果表明: 在训练序列的最佳功率点上, 信道均衡器的信噪比最高; 随着接收天线信噪比的增加, 训练序列的最佳功率增大。

关键词: MIMO; 信道估计; 功率分配

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)07-1584-04

Power Allocation of Superimposed Training

Wang Ping Yuan Wei-na Fan Ping-zhi

(Provincial Key Lab. of Information Coding and Transmission, Southwest Jiaotong University,
Chengdu 610031, China)

Abstract: Compared with the conventional Time-Division Multiplexed (TDM) channel estimation scheme based on training sequences, the use of implicit training saves valuable bandwidth, where the training sequences are added to information sequences before antenna transmission. However, for a fixed total transmission power, the information power decrease with the increase of the training sequence power, which causes decrease in the Signal to Noise Ratio (SNR) at channel equalizer. In this paper, the relationship between the SNR of the channel equalizer and the training sequences power is analyzed for MIMO system. The optimal power allocation of the training sequence is derived based on the criterion of maximizing SNR of the equalizer. Analysis and simulation results show that the SNR of the channel equalizer is maximized at the optimal training sequence power, and the optimal power of the training sequences is increased with increase of the signal to noise ratio at the received antennas.

Key words: MIMO; Channel estimation; Power allocation

1 引言

在无线通信系统中, 信号检测和信道均衡都需要知道信道状态信息(CSI), 因此信道估计占有很重要的地位。常用的信道估计方法是基于明显训练序列(explicit training)的方法, 这种方法将已知训练序列和信息序列通过时分复用(TDM)的方式发送, 利用已知的训练序列及其已知特性来实现信道估计。通过对训练序列和信息序列发送结构和功率的优化设计, 可以获得很好的性能^[1-4]。但是, 由于在基于明显训练序列的信道估计方案中, 训练序列和信息序列是分开发送的, 训练序列需要占用一定的带宽(专门的信道或时隙)。另外一种基于训练序列的方法是隐含序列(Implicit Training, IT)或叠加序列(Superimposed Training, ST)信道估计方法, 这种方法将训练序列和信息序列叠加在一起发送, 在接收端

可采用一阶统计算法分离出与训练序列相关的部分来进行信道估计, 此算法以信号功率的损失为代价节约了带宽^[5-9]。文献[5]提出一种基于单输入单输出(SISO)系统的隐含序列信道估计算法并分析了无损信道下其信道估计性能, 文献[6]将该算法扩展到了 MIMO 系统并提出一种利用平衡 ZCZ 序列^[3, 7]消除直流偏移的方法。文献[8]提出了一种基于傅里叶变换和反变换思想的信道估计和消除直流偏移的算法, 文献[9]在信道增益服从均值为 0, 方差为 $1/(RM)$ (其中 R 表示接收天线数目, M 表示信道的路径数目)的高斯分布的条件下, 对此算法的信道估计性能和信息序列与训练序列的最优功率分配以及帧同步等问题进行了分析。从文献[5]和文献[9]的性能分析可以看出, 隐含序列信道估计性能与未知信息序列有关。本文基于文献[5,6]分析了信道能量为任意值时, 基于隐含序列 MIMO 系统的信道估计性能, 并推导出使信道均衡器的信噪比最大的信息序列的最优功率分配关系。本文与文献[9]的主要区别在于: 文献[9]分析的是文献[8]提出的方

法 SIMO 系统的最优功率分配, 而本文分析的则是文献[5,6]提出方法的 MIMO 系统的最优功率分配。

本文的结构安排如下: 第2节简单介绍了MIMO系统隐含训练序列信道估计方法及其信道估计性能; 第3节基于信道均衡器的信噪比最大原则分析推导了训练序列与信息序列的最佳功率分配; 第4节通过仿真分析了训练序列功率分配对信道估计和信道均衡的影响。

2 系统模型

MIMO系统隐含训练序列信道估计发送端模型^[6]如图1所示。设MIMO系统中发射天线数为 t , 接收天线数为 r ; $b_p(k)$ 表示第 p 个发射天线发射的第 k 个未知信息符号; $c_p(k)$ 表示第 p 个发射天线发射的训练序列的第 k 个符号; 第 p 个天线发送信号的第 k 个符号 $s_p(k)$ 为未知信息和训练序列符号的算术和, 即 $s_p(k) = b_p(k) + c_p(k)$ 。设未知信息符号的均值为0, 平均功率 $E[|b_p(k)|^2] = \delta_b^2$; 训练序列的周期为 P (即 $c_p(k) = c_p(nP + k), n = 0, 1, 2, \dots$), 平均功率 $E[|c_p(k)|^2] = \delta_c^2$ 。另外, 假设信道为最高径数为 M 的频率选择性信道, $[h_{pq}(0), h_{pq}(1), \dots, h_{pq}(M-1)]^T$ 表示第 p 个发射天线到第 q 个接收天线的信道冲击响应, 且在一个长度为 N 的数据帧范围内不变, 而在两个数据帧间可以变化。一个发送接收天线对间的信道能量为 $E\left[\sum_{l=0}^M h_{pq}(l)h_{pq}^*(l)\right] = \delta_h^2$ 。由文献[6]的分析可知, 直流偏置 d_p 的影响是可以通过选择合适的训练序列来消除的, 因此这里假设 $d_p = 0$ 。为防止码间干扰, 在两个数据帧间插入长度为 $M-1$ 的循环前缀。设向量 $\mathbf{b}_p = [b_p(1), b_p(2), \dots, b_p(k), \dots, b_p(N)]$ 代表在第 p 个发射天线发射的未知信息序列, $\mathbf{c}_p = [c_p(1), c_p(2), \dots, c_p(k), \dots, c_p(N)]$ 代表在第 p 个发射天线发射的接收端已知的训练序列。第 p 个天线发送的信号 $\mathbf{s}_p = [s_p(1), s_p(2), \dots, s_p(k), \dots, s_p(N)]$ 为未知信息序列和训练序列的算术和。第 q 条接收天线接收到的信号可以表示为

$$\mathbf{x}_q = \sum_{p=1}^t \mathbf{H}_{pq} \mathbf{s}_p + \mathbf{v}_q = \sum_{p=1}^t \mathbf{H}_{pq} (\mathbf{b}_p + \mathbf{c}_p) + \mathbf{v}_q \quad (1)$$

式中 \mathbf{H}_{pq} 为第1列为 $[h_{pq}(0), h_{pq}(1), \dots, h_{pq}(M-1), 0, \dots, 0]^T$ 的 $N \times N$ 循环矩阵, \mathbf{v}_q 为均值为0方差为 δ^2 的 $N \times 1$ 高斯白噪声矩阵。

在信道估计前, 为了减少信息序列对信道估计的影响, 将每个天线的接收信号在一个数据帧范围内以 P 为周期采样后求均值。设数据帧长度为 $N = QP$, 则第 q 个接收天线接

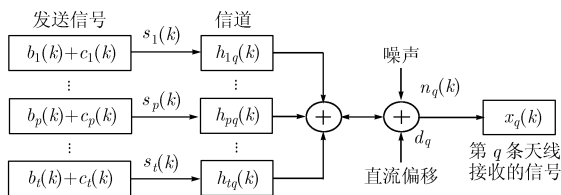


图1 MIMO系统隐含训练序列信道估计发送端模型

收到信号用上述方法求均值后为

$$\begin{aligned} y_q(k) &= E[x_q(iP + k)] = \frac{1}{Q} \sum_{i=0}^{Q-1} \left\{ \sum_{p=1}^t \sum_{j=0}^{M-1} h_{pq}(j) \right. \\ &\quad \left. [b_p(iP + k - j) + c_p(iP + k - j)] + v_q(iP + k) \right\} \\ &= \sum_{p=1}^t \sum_{j=0}^{M-1} h_{pq}(j) c_p(k - j) + v_{cq}(k), \quad k = 0, 1, \dots, P-1 \quad (2) \end{aligned}$$

其中

$$v_{cq}(k) = \sum_{p=1}^t \sum_{j=0}^{M-1} h_{pq}(j) \left[\frac{1}{Q} \sum_{i=0}^{Q-1} b_p(iP + k - j) \right] + \frac{1}{Q} \sum_{i=0}^{Q-1} v_q(iP + k) \quad (3)$$

由式(2)可以看出: 虽然发送信号为信息序列与训练序列的叠加信号, 但是对接收信号以训练序列周期为周期采样后的均值相当于只发送训练序列的接收信号, 信息序列可以看成是干扰信号。

式(2)可用矩阵进一步表示为

$$\mathbf{y}_q = \sum_{p=1}^t \mathbf{C}_p \mathbf{h}_{pq} + \mathbf{v}_{cp} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{h}_{pq} = [h_{pq}(M-1), h_{pq}(M-2), \dots, h_{pq}(1), h_{pq}(0)]_{M \times 1}^T$

$$\mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} c_p(P-M+1) & c_p(P-M+2) & \dots & c_p(P-1) & c_p(0) \\ c_p(P-M+2) & c_p(P-M+3) & \dots & c_p(P) & c_p(1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_p(P-M) & c_p(P-M+1) & \dots & c_p(P-2) & c_p(P-1) \end{bmatrix}_{P \times M}$$

$$\mathbf{v}_{cp} = [v_{cp}(0), v_{cp}(1), \dots, v_{cp}(P-1)]_{P \times 1}^T \quad (5)$$

据式(4)可知, 信道的LS(Least Square)估计为

$$\hat{\mathbf{h}}_{pq} = (\mathbf{C}_p^H \mathbf{C}_p)^{-1} \mathbf{C}_p^H \mathbf{y}_q \quad (6)$$

3 系统性能及训练序列的最优功率分析

为消除天线间的相互影响, 选择零相关区大于 M 的ZCZ序列为训练序列^[4], 其相关特性为

$$\mathbf{C}_p^H \mathbf{C}_q = \begin{cases} \mathbf{0}, & p \neq q \\ \mathbf{P} \mathbf{I}_{M \times M}, & p = q \end{cases} \quad (7)$$

信道估计误差为 $\Delta \mathbf{h}_{pq} = \hat{\mathbf{h}}_{pq} - \mathbf{h}_{pq}$ 。

将式(6), 式(7)代入上式得:

$$\Delta \mathbf{h}_{pq} = (\mathbf{C}_p^H \mathbf{C}_p)^{-1} \mathbf{C}_p^H \mathbf{v}_{cq} \quad (8)$$

定义信道估计的均方误差(Mean Square Error, MSE):

$$\begin{aligned} E\left\{\|\Delta \mathbf{h}_{pq}\|_F^2\right\} &= E\left\{\|\mathbf{h}_{pq} - \hat{\mathbf{h}}_{pq}\|_F^2\right\} \\ &= \text{Etr}\left\{(\mathbf{C}_p^H \mathbf{C}_p)^{-1} \mathbf{C}_p^H \mathbf{v}_{cq} \mathbf{v}_{cq}^H \mathbf{C}_p (\mathbf{C}_p^H \mathbf{C}_p)^{-1}\right\} \end{aligned}$$

将式(3), 式(5)和式(7)代入上式可得:

$$E\left\{\|\Delta \mathbf{h}_{pq}\|_F^2\right\} = \frac{Mt\delta_b^2}{N\delta_c^2} E\left[\sum_{j=0}^{M-1} h_{pq}(j)h_{pq}^*(j)\right] + \frac{M\delta^2}{N\delta_c^2}$$

式中上标*表示复数共轭运算, 设 $E\left[\sum_{l=0}^M h_{pq}(l)h_{pq}^*(l)\right] = \delta_h^2$,

则上式可以写成

$$E\left\{\|\Delta\mathbf{h}_{pq}\|_F^2\right\} = \frac{M(t\delta_b^2\delta_h^2 + \delta^2)}{N\delta_c^2} \quad (9)$$

在接收端,当信道估计完成后,在信道均衡之前可以将与训练序列有关的部分减去。到达均衡器的信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_q &= \mathbf{x}_p - \sum_{p=1}^t \mathbf{C}_{N_p} \hat{\mathbf{h}}_{pq} \\ &= \sum_{p=1}^t \mathbf{B}_{N_p} \hat{\mathbf{h}}_{pq} + \sum_{p=1}^t (\mathbf{B}_{N_p} + \mathbf{C}_{N_p}) \Delta\mathbf{h}_{pq} + \mathbf{v}_q \\ &= \sum_{p=1}^t \mathbf{B}_{N_p} \hat{\mathbf{h}}_{pq} + \tilde{\mathbf{v}}_{qb} \end{aligned} \quad (10)$$

式中 \mathbf{B}_{N_q} 是第 1 列为 $[b_q(-M+1), b_q(-M+2), \dots, b_q(-M+N)]^T$ 的 $N \times M$ 循环矩阵; \mathbf{C}_{N_q} 是第 1 列为 $[c_q(-M+1), c_q(-M+2), \dots, c_q(-M+N)]^T$ 的 $N \times M$ 循环矩阵; $\tilde{\mathbf{v}}_{qb}$ 为均衡器的噪声矩阵, $\tilde{\mathbf{v}}_{qb} = \sum_{p=1}^t (\mathbf{B}_{N_p} + \mathbf{C}_{N_p}) \Delta\mathbf{h}_{pq} + \mathbf{v}_q$, 对均衡器

而言,假设各天线间相互独立,则平均噪声功率为 $\delta_{vb}^2 = 1/N \cdot \text{trace}\{E\{[\tilde{\mathbf{v}}_{qb} - E(\tilde{\mathbf{v}}_{qb})][\tilde{\mathbf{v}}_{qb} - E(\tilde{\mathbf{v}}_{qb})]^H\}$ 。容易证明,因为信息序列和高斯白噪声的均值为 0,所以 $E(\tilde{\mathbf{v}}_{qb}) = 0$ 。如果各天线发送的信息序列相互独立,又已知训练序列相互正交,则可得

$$\delta_{vb}^2 = \frac{Mt(\delta_b^2 + \delta_c^2)(t\delta_b^2\delta_h^2 + \delta^2)}{N\delta_c^2} + \left(1 + \frac{2Mt}{N}\right)\delta^2 \quad (11)$$

发射天线 p 发射的信号总功率为

$$S = E\left[\left|s_p(k)\right|^2\right] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |b_p(k) + c_p(k)|^2 = \delta_c^2 + \delta_b^2 \quad (12)$$

由式(11)和式(12)可得均衡器噪声的方差为

$$\delta_{vb}^2 = \frac{MtS(t\delta_b^2\delta_h^2 + \delta^2) + (N\delta_c^2 + 2Mt\delta_c^2)\delta^2}{N\delta_c^2} \quad (13)$$

定义均衡器的信噪比为到达均衡器信号功率与噪声功率的比值,则

$$\begin{aligned} \text{SNR}_d &= \frac{t\delta_b^2\delta_h^2}{\delta_{vb}^2} \\ &= Nt\delta_h^2 \frac{-(\delta_b^2)^2 + S\delta_b^2}{[MSt^2\delta_h^2 - (N+2Mt)\delta^2]\delta_b^2 + (3Mt+N)S\delta^2} \end{aligned} \quad (14)$$

由式(14)可以看出 SNR_d 和发送的信息序列功率有关,即在发送信号总功率一定的情况下和训练序列功率有关。最优功率分配即是求出使得 SNR_d 最大的信息序列和训练序列功率。这个问题可以通过求出使得 SNR_d 对 δ_b^2 的导数为 0 的 δ_b^2 或 δ_c^2 得到。根据式(14)可知 SNR_d 对 δ_b^2 的导数为

$$\begin{aligned} \frac{d(\text{SNR}_d)}{d\delta_b^2} &= Nt\delta_h^2 \left\{ \left[-(MSt^2\delta_h^2 - N\delta^2 - 2Mt\delta^2)(\delta_b^2)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2(3Mt+N)S\delta^2\delta_b^2 + (3Mt+N)S^2\delta^2 \right] / \left\{ [MSt^2\delta_h^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (N+2Mt)\delta^2\delta_b^2 + (3Mt+N)S\delta^2 \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

令式(15)等于 0 可得使得均衡器信噪比最大的信息序列的最优相对功率为

$$\frac{\delta_b^2}{S} = \frac{\sqrt{(3Mt+N)\rho}}{\sqrt{Mt(\rho + t\delta_h^2)} + \sqrt{(3Mt+N)\rho}} \quad (16)$$

其中 $\rho = \delta^2/S$ 。

训练序列的最优相对功率为

$$\frac{\delta_c^2}{S} = \frac{\sqrt{Mt(\rho + t\delta_h^2)}}{\sqrt{Mt(\rho + t\delta_h^2)} + \sqrt{(3Mt+N)\rho}} \quad (17)$$

设接收天线接收到信号的信噪比为 $\text{SNR} = t\delta_h^2 S / \delta^2$, 则上式又可以写成

$$\frac{\delta_c^2}{S} = \frac{\sqrt{Mt(1+\text{SNR})}}{\sqrt{Mt(1+\text{SNR})} + \sqrt{3Mt+N}} = \frac{\sqrt{1+\text{SNR}}}{\sqrt{1+\text{SNR}} + \sqrt{3 + \frac{N}{Mt}}} \quad (18)$$

4 分析与仿真结果

仿真实验中,训练序列和信息序列采用 BPSK 调制方式;假设发送天线和接收天线数都为 2;每个天线发送的信号总功率 $S=1$;每个发送接收天线对间的信道为 $M=4$ 的多径信道,各径由 JAKES 模型产生且 $E\left[\sum_{l=0}^M h_{pq}(l)h_{pq}^*(l)\right] = \delta_h^2 = 0.8$;训练序列是长度 $P=16$,零相关区 $Z=4$ 的 ZCZ 序列;数据帧长度 $N=256$ 。

图 2 和图 3 分别为信道估计的均方误差(MSE)和均衡器的信噪比随训练序列功率变化的曲线;这两幅图说明,训练序列功率越大,信道估计性能越好,由信道估计误差给均衡器带来的干扰就越小,然而如果发送的总功率一定,训练序列的功率越大,信息序列的功率就越小;当训练序列功率较小时信道估计误差较大,由信道估计误差为均衡器带来的干扰比较明显,因此训练序列功率增大均衡器的信噪比也增加;训练序列功率较大时信道估计误差较小,由信道估计误差为均衡器带来的干扰相对较小,此时训练序列功率增加,信息序列功率减少,因而均衡器的信噪比减小。图 3 和图 4 中方框所示的点的横坐标都对应于式(18)计算所得最佳训练序列功率。图 4 为均衡器的误符号率与训练序列功率的关系曲线,由图 4 可知,随着接收天线信噪比的增加均衡器的性能变好,训练序列功率取最优值时均衡器的误符号率最低。从这 3 幅图还可以看出,随着接收天线信噪比的增加,训练序列的最佳功率增大。从式(18)还可以看出,训练序列的最佳功率除了与接收天线的信噪比有关外,还与训练序列长度

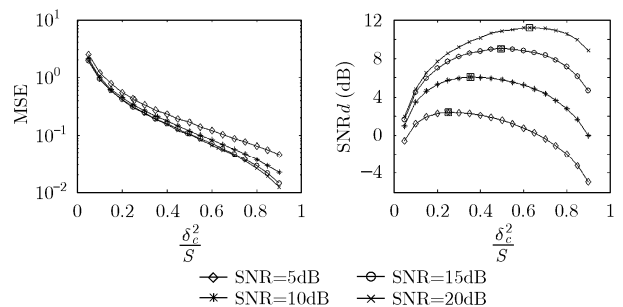


图 2 信道估计误差与训练序列功率的关系曲线

图 3 均衡器的信噪比与训练序列功率的关系曲线

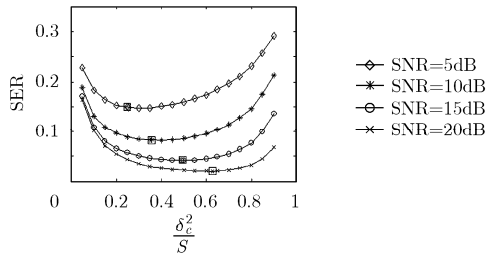


图4 信道均衡器的误符号率与训练序列功率的关系曲线

与信道路径数和发送天线数的乘积的比有关。信噪比一定时, 训练序列长度与信道路径数和发送天线数的乘积越大, 训练序列的最佳功率越小; 该比值增加时信道估计误差减小, 因而均衡器的信噪比增加。

5 结束语

隐含序列信道估计方案将信息序列与训练序列叠加起来发送, 与基于时分复用的信道估计方案相比较节约了信道带宽。但在这种方案中信息序列对信道估计来说是一种干扰, 从对信道估计性能的分析可以看出, 信道估计性能与训练序列功率成正比。然而当天线发送总功率一定时, 训练序列的功率越大, 信息序列的功率就越小, 导致信道均衡器的信噪比减小。本文分析了基于隐含训练序列 MIMO 系统信道估计方案中, 信道均衡器的信噪比与训练序列功率的关系, 根据均衡器信噪比最大原则推导出信号序列与信息序列的最佳功率分配。分析了信道估计性能, 均衡器的信噪比以及信道均衡器的误符号率与训练序列功率的关系。分析和仿真结果显示: 随着训练功率的增加, 信道估计误差减小; 信道均衡器的信噪比和均衡器的误符号率与训练序列的功率有关, 在训练序列功率较大和较小时信噪比都较小, 信道均衡的性能较差; 当训练序列功率为最优功率时均衡器的性能最好; 训练序列的最优功率与接收天线的信噪比、发送天线数目和信道路径数有关。

参考文献

- [1] Ma X L and Yang L Q, *et al.*. Optimal training for MIMO frequency-selective fading channels. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2005, 4(2): 453-466.
- [2] Yang S A and Wu J. Optimal binary training sequence design for multiple-antenna systems over dispersive fading channels. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2002, 51(5): 1271-1276.
- [3] Fan P Z and Mow W H. On optimal training sequence design for multiple-antenna systems over dispersive fading channels and its extensions. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2004, 53(5): 1623-1625.
- [4] Asireddy S, Tong L, and Viswanathan H. Optimal placement of training for frequency-selective block-fading channels. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2002, 48(8): 2338-2353.
- [5] Orozco-Lugo A G, Lara M M, and Melernon D C. Channel estimation using implicit training. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(1): 240-254.
- [6] Yuan W N and Fan P Z. Implicit MIMO channel estimation without DC-Offset based on ZCZ training sequences. *IEEE Signal Processing Letters*, 2006, 13(9): 521-524.
- [7] Fan P Z, Suehiro N, Kuroyanagi N, and Deng X M. Class of binary sequences with zero correlation zone. *IEE Electron. Lett*, 1999, 35(10): 777-779.
- [8] Tugnait J K and Luo W. On channel estimation using superimposed training and first-order statistics. *IEEE Commun. Letter*, 2003, 7(9): 413-415.
- [9] Tugnait J K and Meng X H. On superimposed training for channel estimation: performance analysis, training power allocation, and frame synchronization. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(2): 752-765.

王 平: 女, 1974 年生, 讲师, 从事 MIMO 系统信道估计和通信同步研究。

袁伟娜: 女, 1979 年生, 博士生, 从事多天线系统信道估计及均衡研究。

范平志: 男, 1955 年生, 教授, 主要从事移动通信、信息论与编码研究。