第 30 卷第 7 期 电 子 与 信 息 学 报 Vol.30No.7
2008 年 7 月 Journal of Electronics & Information Technology Jul. 2008

基于博弈论的二次博弈波束成形算法

吴 舟 赵春晖
(哈尔滨工程大学信息与通信工程学院 哈尔滨 150001)

摘 要：针对波束成形算法中，用户的信号方向估计值和用户之间的功率分配存在着相互矛盾，本文提出了一种基于博弈论的二次博弈波束成形算法，构建了波束成形博弈算法数学模型，首先在第一次博弈的时候，将波束成形算法中的信号方向和功率分配映射为博弈论数学模型中的“局中人”，将其建模为函数的极大极小值求解问题，先求解出信号方向；然后在第二次博弈的时候，将不同用户的功率分配过程描述为一个多用户的博弈过程，设计了功率分配更新算法，通过数学推导论证了纳什平衡点的存在性和唯一性。最后在仿真中，与传统最大信噪比算法进行比较。结果表明该文算法的性能要优于最大信噪比算法，并且讨论了不同参数对该文算法的影响。

关键词：博弈论；无线定位；波束成形；多输入多输出；纳什平衡点
中图分类号：TN911.7 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2008)07-1656-05

Twice Game Beamforming Algorithm Based on Game Theory

Wu Zhou Zhao Chun-hui
(*School of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin* l50001, *China*)

Abstract: There is mutual contradiction between direction estimation of user's signal and power allocation among all users in the beamforming algorithm. A twice game beamforming algorithm based on game theory is proposed to deal with it. Beamforming game algorithm mathematics model is constructed. During the first game, direction of signal and power allocation are mapped the game theory as “player”, which are modeled as the problem of maximin function and obtain direction estimation first. Then during the second game, power allocations of different users are described as a multi-user game. Power updated algorithm is designed. The existence and uniqueness of the Nash equilibrium in the twice game beamforming algorithm based on game theory are proved by mathematics derivation. Finally in simulation the proposed algorithm is compared with conventional maximum SNR algorithm. The results show that the proposed algorithm is better than MaxSNR algorithm and the impact of different parameters on the proposed algorithm is discussed.

Key words: Game theory; Wireless location; Beamforming; Multiple Input Multiple Output (MIMO); Nash equilibrium

1 引言

近来博弈论作为分布式无线资源管理的分析工具已经得到广泛研究[1−3]。文献[1]中定义了一些博弈论理论框架，其中包括功率控制，呼叫接入控制和干扰避免。文献[2]分析了分散式网络中的干扰避免博弈论模型在不同信道环境下的收敛问题，提出了一种收敛干扰避免博弈论模型，可以降低互相之间的干扰。文献[3]建立了非合作式功率控制博弈论模型，以用户的 QoS 作为赢得函数，通过设计一个定价函数来提高用户的性能。众所周知，博弈论是研究决策主体的行为发生直接作用时的决策及这种决策的均衡，也就是说，博弈论研究的是当一个主体的选择受到其他主体选择的影响，而且反过来影响到其他主体选择时的决策问题和均衡问题。

自适应天线[4−6]利用多个天线阵元接收信号的加权组合进行信号处理，根据一定的准则在期望用户的方向形成主波束，在干扰方向上形成零陷，同时，自适应天线能够根据期望用户和干扰用户的变化自动调整接收和发射方向图。因此，可以在期望用户的方向上获得较高的增益，而在干扰方向上获得较低的增益，从而达到提高信干噪比(SINR)的目的。在文献[6]中为了解决信号方向估计值和实际值不匹配问题，提出了最差情况约束算法，虽然该算法可以解决信号方向不匹配的问题，提高接收机的稳定性，但是该算法将会降低用户的 SINR，尤其是当约束条件在最差情况时，将会使得 SINR 最小。而发送端又需要调整分配给用户功率来最大化用户的 SINR，这样在用户的功率分配和信号方向估计值之间就存在矛盾，两者之间存在着相互影响，相互制约的关系。同时由于每个用户的 SINR 都受到了其他用户的干扰影响，所以在调整某个用户的功率分配时必然会对其他用户产生干扰，进而又需要调整对其他用户的功率分配来抑制干扰，这样用户之间的功率分配就会周而复始，衍生出无数个循环，同样会影响系统的全局性能，难以达到最佳状态。

2006-12-15 收到，2007-06-25 改回
全国优秀博士学位论文作者专项基金(200037)和高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划(2001-226)资助课题

为了解决上述两个矛盾，本文提出了二次博弈波束成形算法，将博弈论的思想应用于波束成形算法当中，将波束成形算法建模为博弈论数学模型，设计了功率分配更新算法，通过数学推导论证了纳什平衡点的存在性和唯一性。最后通过仿真实验验证了算法的性能。

2　系统模型

本文考虑的系统模型为多天线系统下行链路，系统中的用户数目为 L，假设发射端天线阵列和接收端天线阵列数目为 M。那么用户 l 接收信号可以表示为

$$\boldsymbol{y}_l = \boldsymbol{H}_l \boldsymbol{v}_l \boldsymbol{x}_l + \boldsymbol{n} \tag{1}$$

假设信号为广义平稳信号，并且 $E\{x_l x_i^{\mathrm{H}}\} = \begin{cases}1, & l = i\\ 0, & l \neq i\end{cases}$。

$\boldsymbol{H}_l$ 表示信道矩阵，假设发射机已经完美的知道用户的信道信息。$\boldsymbol{v}_l$ 表示发射权值，$\|\boldsymbol{v}_l\| = 1$。$\boldsymbol{n}$ 为加性噪声向量，表示非期望信号的影响，例如热噪声、干扰以及多径。那么用户 l 的 SINR，可以表示为

$$\boldsymbol{\Gamma}_l = \frac{\boldsymbol{v}_l^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_l \boldsymbol{v}_l}{\boldsymbol{v}_i^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi}_l \boldsymbol{v}_i} \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{v}_i$ 表示其他用户的发射权值，$\boldsymbol{R}_l$ 为信道的协方差矩阵，$\boldsymbol{\Phi}_l$ 为干扰加噪声的协方差矩阵。$\boldsymbol{R}_l$ 可以表示为

$$\boldsymbol{R}_l = E\{\boldsymbol{H}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\} \tag{3}$$

$\boldsymbol{\Phi}_l$ 可以表示为

$$\boldsymbol{\Phi}_l = E\{\boldsymbol{n}_l \boldsymbol{n}_l^{\mathrm{H}}\} \tag{4}$$

用户 l 的发射权值 $\boldsymbol{v}_l$ 可以由两部分组成，可以表示为

$$\boldsymbol{v}_l = \sqrt{P_l}\,\boldsymbol{u}_l \tag{5}$$

其中 P_l 表示用户 l 的信号功率。$\boldsymbol{u}_l$ 表示用户 l 天线发射权值的方向，定义了天线发射模式的形状。那么用户 l 的 SINR 可以表示为用户 l 的功率 P_l，其他用户的功率 P_i 和发射方向 $\boldsymbol{u}_l$ 的函数，即

$$\boldsymbol{\Gamma}_l(P_l, P_i, \boldsymbol{u}_l) = \frac{P_l \boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_l \boldsymbol{u}_l}{P_i \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi}_l \boldsymbol{u}_i} \tag{6}$$

从式(6)可以看出，用户的 SINR 取决于用户 l 的功率 P_l，其他用户的功率 P_i 和发射方向 $\boldsymbol{u}_l$ 三个参数。

3　基于博弈论的二次博弈波束成形算法

为了解决信号方向估计问题，文献[6]提出了最差情况约束算法，可以表示为

$$\boldsymbol{u}_l = \arg\min \boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}} \sum_{i=1}^{L} \boldsymbol{R}_i \boldsymbol{u}_l,$$

$$\text{约束条件} \min\left|\boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_l \boldsymbol{u}_l\right| \geq 1,\ \forall \boldsymbol{u}, \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{A} \tag{7}$$

最差情况约束算法使用集合 $\boldsymbol{A}$ 中一系列所有可能的信号方向来代替单一的信号方向，也就是说最差情况约束算法使得约束条件包含了所有的可能情况，其中包括最差情况。虽然最差情况约束算法能够很好地解决信号方向估计问题，但是该算法却降低了用户的 SINR，尤其是当约束条件在最差情况时，将会使得 SINR 最小。而发送端又需要调整发射功率来最大化用户的 SINR。所以，影响用户 SINR 的用户 l 的功率 P_l 和发射方向 $\boldsymbol{u}_l$ 就存在矛盾，存在着相互影响，相互制约的关系。同时从式(6)可以看出，每个用户的 SINR 都受到了其他用户的干扰影响，所以在调整某个用户的功率分配时必然会对其他用户产生干扰，进而又需要调整对其他用户的功率分配来抑制干扰，这样用户之间的功率分配就会周而复始， 衍生出无数个循环，同样会影响系统的全局性能，难以达到最佳状态。所以在用户 l 的功率 P_l 和其他用户的功率 P_i 之间也存在着矛盾。为了解决这两个矛盾，本文提出了二次博弈波束成形算法，将博弈论的思想应用于波束成形算法当中，将波束成形算法建模为博弈论数学模型，首先在第一次博弈的时候，将波束成形算法中的信号方向和功率分配映射为博弈论数学模型中的“局中人”，将其建模为函数的极大极小值求解问题，先求解出信号方向；然后在第二次博弈的时候，将不同用户的功率分配过程描述为一个多用户的博弈过程，设计了功率分配更新算法，通过数学推导论证了纳什平衡点的存在性和唯一性。

3.1　博弈论数学模型

博弈论作为分析不同个体之间交互作用的数学理论模型已经得到广泛应用。它可以用来预测这些交互作用的输出并且为不同个体选择最优解决策略。一般的博弈论包括 3 个主要的部分。首先存在着发生交互作用的代表，即“局中人”；其次，每个局中人可采取一系列的行动，这些行动称为局中人的策略，局中人的一切可能的策略构成了该局中人的策略集合；最后，各个局中人分别采取各自的策略后，就会有一种结局，用数字或函数把这种结局对每个人的利益进行量化，将得到局中人在此结局下的赢得函数。局中人及其策略和赢得函数构成了博弈论的 3 个基本要素。博弈论的 3 个基本要素的数学模型可以表示为

$$\mathit{\Lambda} = \{L, \{S_l\}_{l\in L}, \{U_l\}_{l\in L}\} \tag{8}$$

这里 L 表示“局中人”集合，S_l 和 U_l 分别表示策略集合和赢得函数集合。在本文博弈论数学模型中，每个“局中人”都是独立的选择策略并且策略之间会相互影响。

3.2 基于博弈论的二次博弈波束成形算法

3.2.1　第一次博弈　如前所述，用户 l 的功率 P_l 和发射方向 $\boldsymbol{u}_l$ 之间存在着矛盾，该矛盾可以表示为

$$\max_{P_l} \min_{\boldsymbol{u}\in A} \frac{P_l \boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_l \boldsymbol{u}_l}{P_i \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi}_l \boldsymbol{u}_i} \tag{9}$$

在第一次博弈中，假设其他用户的功率 P_i 已经给定并且保持不变。所以在第一次博弈数学模型中，“局中人”就为用户的 P_l 和发射方向 $\boldsymbol{u}_l$，赢得函数为用户的 SINR，即

$$U_l^1(P_l, \boldsymbol{u}_l) = \frac{P_l \boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_l \boldsymbol{u}_l}{P_i \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi}_l \boldsymbol{u}_i} \tag{10}$$

式(10)所示的赢得函数的求解就可以等价为求解函数的极大极小值，即

$$\max_{P} \min_{\boldsymbol{u}} U_l^1(P, \boldsymbol{u}) \tag{11}$$

可以求解式(11)所示的极大极小问题。首先解出信号方向 $\boldsymbol{u}_l$

$$\boldsymbol{u}_l = \arg\min_{\boldsymbol{u}\in \boldsymbol{A}} \lambda_{\max}(\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}, \boldsymbol{\Phi}_l) \tag{12}$$

其中 $\lambda_{\max}(X,Y)$ 表示 (X,Y) 的最大广义特征值，可以表示为

$$\lambda_{\max}(\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}, \boldsymbol{\Phi}_l) = \lambda_{\max}(\boldsymbol{\Phi}_l^{-1/2}\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l^{-1/2}) = \left\|\boldsymbol{\Phi}_l^{-1/2}\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\right\|^2 \tag{13}$$

这样式(12)可以表示为

$$\boldsymbol{u}_l = \min_{\boldsymbol{u}\in A}\left\|\boldsymbol{\Phi}_n^{-1/2}\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\right\|^2 \tag{14}$$

3.2.2 第二次博弈 按照式(14)求出信号方向 $\boldsymbol{u}_l$ 之后，将其代入式(6)，那么用户 l 的SINR就可以表示为用户 l 的功率 P_l 和其他用户的功率 P_i 的函数，即

$$\boldsymbol{\Gamma}_l(P_i, \boldsymbol{u}_l) = \frac{P_l \boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_l\boldsymbol{u}_l}{P_i\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{u}_i} \tag{15}$$

如前所述，用户 l 的功率 P_l 和其他用户的功率 P_i 之间存在着矛盾，所以为了使得给用户分配的功率既能满足最大化自身的 SINR，又能满足对其他用户的干扰最小，将不同用户的功率分配描述为一个多用户的博弈过程，设计了功率分配更新算法来获得最佳的系统稳态。在第二次博弈数学模型中，“局中人”就为用户 l 的功率 P_l 和其他用户的功率 P_i，赢得函数可以表示为

$$U_l^2 = \frac{\Gamma_l}{\Gamma_l + \alpha} - \lambda P_l \tag{16}$$

其中 α 和 λ 为常数，α 对所有用户都是一样的，本文将其定义为一个可调参数，决定了效用函数曲线的陡峭程度。λ 表示代价因子，定义了受到干扰时用户所付出的代价。本文的目标就是要使得式(16)所示的赢得函数最大，即

$$\arg\max U_l^2 = \arg\max\left(\frac{\Gamma_l}{\Gamma_l+\alpha} - \lambda P_l\right) \tag{17}$$

对于可微函数，一阶优化的必要条件是一阶导数为 0，令 $k = \dfrac{\boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_l\boldsymbol{u}_l}{P_i\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{u}_i}$，对赢得函数求导可得

$$\frac{\partial U_l^2}{\partial P_l} = \frac{\partial U_l^2}{\partial \Gamma_l}\cdot\frac{\partial \Gamma_l}{\partial P_l} - \lambda = \frac{k\alpha}{(\Gamma+\alpha)^2} - \lambda = 0 \tag{18}$$

求解式(18)可以得到功率 P_l 的表达式，即

$$P_l = \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda k}} - \frac{\alpha}{k} \tag{19}$$

式(19)进一步说明了用户之间的功率分配是一个相互影响的、动态的过程，所以为了使得自身的 SINR 最大，又要使得用户之间的干扰最小，就需要寻找一个纳什平衡点，使得系统达到最佳稳态。

3.2.3 纳什平衡点 定义一个博弈过程达到纳什平衡点的充要条件为

$$U_l(\boldsymbol{S}) \ge U_l(s_l, s_{-l}),\ \forall l \in L, s_l \in \boldsymbol{S}_l \tag{20}$$

当博弈满足上式的时候，就说赢得函数达到了纳什平衡点。纳什平衡点为具有竞争冲突的竞争提供了通过优化来获得可预测和稳定的博弈结果，从而达到一个每个参与者都不愿意背离的平衡点，然而纳什平衡点并不总是存在的，所以首先证明式(19)所示的功率分配过程纳什平衡点的存在性。

定理 1 存在纳什平衡点。

证明 根据纳什定理，只要证明① P_l 是欧氏空间的非空、闭的，有界的凸集；② U_l^2 在 P 上连续，在 P_l 上拟凹。

由于每个用户的策略集合定义在区间 $[0, P_l^{\max}]$ 上，显然满足第 1 个条件。

对第 2 个条件，对赢得函数求 2 阶导数，有

$$\frac{\partial^2 U_l^2}{\partial P_l^2} = \frac{\partial\left|\dfrac{k\alpha}{(\Gamma+\alpha)^2} - \lambda\right|}{\partial P_l} = \frac{-2k^2\alpha}{(kP_l+\alpha)^3} < 0 \tag{21}$$

由上式可知赢得函数 U_l^2 在 P_l 上是凹的。因为一个凹函数也是拟凹的，所以赢得函数 U_l^2 在 P_l 上是拟凹的，所以算法存在纳什平衡点。

定理 2 存在唯一的纳什平衡点。

定义 $r(P_l) = \sqrt{\alpha/(\lambda k)} - \alpha/k$，根据文献[7]中的相关定理，如果该函数是个标准函数的话，那么就存在唯一的收敛点，所以只需要证明该函数是个标准函数，即函数满足正性、单调性和可扩展性就可以了。

(1)正性 首先假设系统是可行的，所以每个用户可以通过发射功率来获得一定的效用，同时还能够通过适当的准入控制算法实现此假设，这样可以满足正性条件；

(2)单调性 即当 $P_l \le P_l'$ 时，有 $r(P_l) \ge r(P_l')$。由于系统是可行的，可知 $U_l^2 \ge 0$，并且当 $P_l \le P_l'$ 时有 $k \ge k'$，所以可以得到：

$$\frac{\Gamma_l}{\Gamma_l+\alpha} - \lambda P_l \ge 0 \Rightarrow \frac{kP_l}{kP_l+\alpha} \ge \lambda P_l \\ \Rightarrow \frac{1}{\lambda} \ge P_l + \frac{\alpha}{k} \Rightarrow \frac{\alpha}{\lambda} \ge \frac{\alpha^2}{k} \tag{22}$$

所以

$$r(P_l) - r(P_l') = \left(\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda k}} - \frac{\alpha}{k}\right) - \left(\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda k'}} - \frac{\alpha}{k'}\right) \\ \ge (\alpha k' - \alpha\sqrt{kk'} - \alpha k' + \alpha k)/kk' = (k - kk')\alpha/kk' \ge 0 \tag{23}$$

所以当 $P_l \le P_l'$ 时，有 $r(P_l) \ge r(P_l')$。

(3)可扩展性 即对任意的 $\eta > 1$，有 $\eta r(P_l) \ge r(\eta P_l)$。

对于任意的 $\eta > 1$，定义 $k_\eta = \dfrac{\boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_l\boldsymbol{u}_l}{\eta P_i\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{u}_i}$，因为 $\eta > 1$，所以 $k_\eta < k$，则 $r(\eta P_l)$ 可以表示为

$$r(\eta P_l) = \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda k_\eta}} - \frac{\alpha}{k_\eta} \tag{24}$$

所以

$$\eta r(P_l) - r(\eta P_l) = \eta\left(\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda k}} - \frac{\alpha}{k}\right) - \left(\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda k_\eta}} - \frac{\alpha}{k_\eta}\right) \\ \ge \frac{\alpha}{\sqrt{k}}\left(\frac{\eta}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k_\eta}}\right) - \frac{\eta\alpha}{k} + \frac{\alpha}{k_\eta} = \alpha\left(\frac{k - \sqrt{kk_\eta}}{kk_\eta}\right) > 0 \tag{25}$$

所以当 $\eta > 1$，有 $\eta r(P_l) \ge r(\eta P_l)$。

根据上面三点证明，即能证明 $r(P_l)$ 是个标准函数，则该算法具有唯一的纳什平衡点。下面就来获得纳什平衡点。如果赢得函数满足下式，那么就达到均衡，则功率分配过程中

止：

$$\left|U_{n+1}-U_{n}\right|\leq\varepsilon \tag{26}$$

其中 ε 表示收敛精度，为一个极小值。

3.2.4 基于博弈论的二次博弈波束成形算法步骤总结　(1)第一次博弈：将用户 l 的功率 P_l 和发射方向 $\boldsymbol{u}_l$ 建模为函数的极大极小值求解问题，按照式(14)首先求出信号方向 $\boldsymbol{u}_l$；(2)第二次博弈：将不同用户的功率分配描述为一个多用户的博弈过程，按照式(19)为用户进行功率分配，当赢得函数满足式(26)时，功率分配过程中止。

4　仿真与分析

为了对本文提出的二次博弈波束成形算法进行仿真验证，将本算法与传统的最大信噪比波束成形算法(MaxSNR)进行比较，MaxSNR 算法表示如下：

$$\arg\max\frac{P_l\boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_l\boldsymbol{u}_l}{P_i\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{u}_i}\quad \mathrm{s.t.}P_l\leq P_{\text{总}} \tag{27}$$

其中 $P_{\text{总}}$ 为发射机总的发射功率。在仿真中，采用的仿真模型为单小区，发射机和接收机天线数目为 $M=8$，天线阵元之间间距为波长的一半，精度要求 $\varepsilon=10^{-5}$。做 10,000 次 Monte Carlo 实验验证算法的性能。

图 1 和图 2 所示为两种算法归一化天线增益和天线增益极坐标比较图。假设有两个干扰源，角度分别为 10°和 100°，期望用户到达角度为 60°。在仿真中可调参数 $\alpha=1$，代价因子 $\lambda=1$，用户数目 $L=4$。两幅图从不同角度比较了两种算法的性能。从两幅图可以看出，本文算法的性能要优于 MaxSNR 算法，可以准确的对准期望用户方向，很好地抑制干扰方向的信号，起到很好地“零陷”作用。并且采用了功率分配之后，能够很好地抑制用户之间的相互干扰，增大覆盖范围。下面分析一下本文算法在不同参数下的性能。

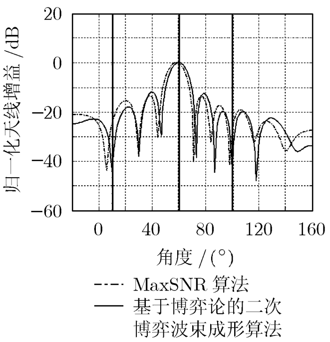

图 1 两种算法归一化天线增益比较图

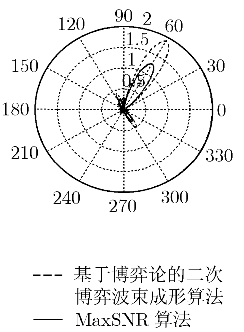

图 2 两种算法天线增益极坐标比较图

图 3 所示为本文算法在不同可调参数下 α 的影响。在仿真中代价因子 $\lambda=1$，用户数目 $L=2$。从图中可以看出，可调参数 α 决定了效用函数的陡峭程度，不同的可调参数使得赢得函数的结果也有所不同，并且在不同的可调参数下算法收敛于稳定值的迭代次数也不同，所以可以通过设置不同的 α 值，在系统性能和收敛速度之间权衡，使得算法适应于不同的环境要求。

图 4 所示为代价因子对迭代次数的影响。在仿真中可调参数 $\alpha=1$，用户数目 $L=4$。从图中可以看出，迭代次数随着代价因子的增加而减小。这是因为随着代价因子的增加，用户所付出的代价也越大，使得算法更快的收敛于稳定值。所以选择合适的代价因子，可以取得系统性能和收敛速度的折衷。

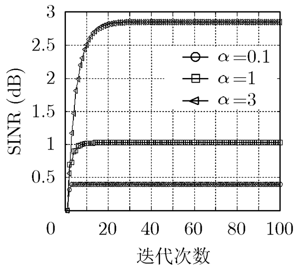

图 3 可调参数对本文算法的影响

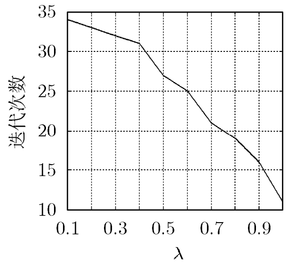

图 4 代价因子对迭代次数的影响

下面分析一下收敛精度 ε 对本文算法功率分配过程的影响。如图 5 所示。在仿真中，可调参数 $\alpha=1$，用户数目 $L=4$。代价因子 $\lambda=0.5$。从图中可以看出，当收敛精度越大，迭代次数越少，并且随着收敛精度的减小，用户的发射功率逐渐增加。这是因为收敛精度越大，算法很快就能够收敛于稳定值，但是由于收敛精度大，算法过快收敛，使得发射功率迭代不充分，造成了收敛精度越大，发射功率越小的现象。但是如果收敛精度过小，将会造成算法无法收敛到稳定值，所以可以合理选择收敛精度，使得算法满足不同的要求。

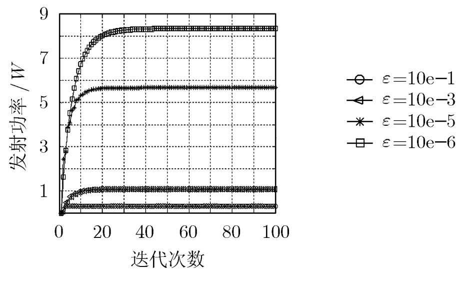

图 5 收敛精度对算法的影响

5　结论

本文针对波束成形算法中，用户的信号方向估计值和用户之间的功率分配存在着相互矛盾，提出了一种基于博弈论的二次博弈波束成形算法，分别对波束成形算法中的信号方向和功率分配进行两次博弈，并且设计了功率分配更新算法，通过数学推导论证了纳什平衡点的存在性和唯一性。最后在仿真实验中将本文算法和传统的 MaxSNR 算法进行比

较，从仿真结果可以看出，本文算法的性能要优于 MaxSNR 算法，并且讨论了代价因子、可调参数和收敛精度等参数对算法的影响。通过设置不同的代价因子、可调参数和收敛精度可以取得系统性能和收敛速度的折衷，使得算法满足不同的要求。

参 考 文 献

[1] Neel J, Reed J H, and Gilles R P. The role of game theory in the analysis of software radio networks. In Proc. SDR Forum Technical Conference, San Diego, Calif, USA, Nov, 2002, 2: NP–3–02.

[2] Menon R, MacKenzie A, Buehrer R, and Reed J H. Game theory and interference avoidance in decentralized networks. SDR Forum Technical Conference, Phoenix, Arizona, Nov 2004: 15–18.

[3] Saraydar C U, Mandayam N B, and Goodman D J. Efficient power control via pricing in wireless data networks. *IEEE Trans. on Communications*, 2002, 50(2): 291–303.

[4] Shahbazpanshi S, Gershman A B, Luo Zhi-Quan, and Wong Kon Max. Robust adaptive beamforming for general-rank signal models. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2003, 51(9): 2257–2269.

[5] Boche H and Schubert M. A new approach to power adjustment for spatial covariance based on downlink beamforming. IEEE international conference on ICASSP'01, Salt Lake City, UT, USA, 2001, 5: 2957–2960.

[6] Vorobyov S A, Gershman A B, and Luo Zhi-Quan. Robust adaptive beamforming using worst-Case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2003, 51(2): 313–324.

[7] Yates R D. A framework for uplink power control in cellular radio systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1995, 13(7): 1341–1348.

吴 舟： 男，1981 年生，博士，研究方向为无线定位技术、无线资源管理、MIMO 和 OFDM 技术.

赵春晖： 男，1965 年生，教授，博士生导师，研究方向为信号与图像处理、非线性滤波、无线定位技术等.