

基于 RBF 神经网络的互耦逆矩阵快速计算方法

于斌 尹成友 黄冶
(解放军电子工程学院 合肥 230037)

摘要: 针对均匀阵列中传统互耦逆矩阵计算方法计算时间较长、实时性较差的问题, 该文提出一种基于 RBF 神经网络的快速计算方法。该方法根据互耦逆矩阵计算方法的不同采用不同的网络训练方法, 同时利用 RBF 神经网络优异的并行运算能力, 把互耦逆矩阵的计算问题转化为神经网络的非线性函数逼近问题, 因此可获得互耦逆矩阵的快速计算。给出了应用该方法的具体步骤, 通过仿真实验证明该方法的优越性。

关键词: 天线; 均匀阵列; 互耦; 神经网络; 矩量法; 模拟退火算法

中图分类号: TN820

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)06-1496-04

A Fast Computation Method of Mutual Coupling Inverse Matrix Based on RBF Neural Network

Yu Bin Yin Cheng-you Huang Ye
(Electronic Engineering Institute of PLA, Hefei 230037, China)

Abstract: A fast computation method of mutual coupling inverse matrix in uniform linear antenna array based on RBF neural network is proposed to solve the problems of computational complexity and difficult to implement in real-time in traditional method. Different training methods can be applied according to different calculation methods for mutual coupling inverse matrix. The mutual coupling inverse matrix can be estimated in real-time owing to the RBFNNs' superior ability of parallel processing, and the computation problem can be transformed to nonlinear function approximation. The specific steps are presented. And the simulation results prove its superiority to other methods.

Key words: Antenna; Uniform array; Mutual coupling; Neural network; MOM; SA

1 引言

众所周知, 天线互耦现象普遍存在于阵列天线中, 它严重恶化了阵列天线的性能。因此许多研究人员提出了基于傅里叶变换法、截断傅里叶法和最小二乘法来求解阵列的互耦矩阵, 并用它来校正天线之间的互耦, 以提高阵列性能。Gupta 建立了阵列天线的等效网络模型, 通过阵列天线的互阻抗矩阵来表征互耦。互阻抗矩阵的计算方法因阵列单元不同而异, 以半波振子为例, 感应电动势(EMF)法和矩量法(MOM)^[1-3]是比较常用的方法。前者的特点是解析的形式, 但是计算的精度不如后者, 而矩量法是一种经典的数值计算方法, 在电磁计算中已经广泛应用。但是应用矩量法分析互耦整个过程运算量大、耗时长, 十分不便。为了降低运算量, 信号与系统的概念被应用到天线天线的互阻抗分析上^[4]。这种方法的优点是在计算量上较矩量法有所减少, 实时性有一定提高。此外, 文献[5]在线天线矩量法计算中, 引入离散小波变换, 可以实现阻抗矩阵稀疏化, 在一定程度上节省了运算时间。除了上述的数值分析方法外, 文献[6-8]还提出了采用模拟退火和并行遗传算法等智能优化算法来估计天线阵互

耦矩阵的方法。这两种方法主要适用于互耦矩阵难以计算或者测量无法实现的情况下。由于模拟退火算法和遗传算法优化过程较长, 所以和数值分析方法一样, 这两种方法计算时间较长。而互耦矩阵的快速获得, 特别是互耦逆矩阵的实时计算对快速测向和波束形成的实时实现具有重要的意义, 显然上面所提到的这些方法不能满足这个要求。

本文结合均匀阵列互耦逆矩阵的特点, 在对逆矩阵进行 Teoplitz 化的基础上, 提出利用 RBF(Radial-Basis Function)神经网络实现互耦逆矩阵的快速计算。其思想就是通过训练获得一 RBF 神经网络, 使其输入与输出之间的非线性映射无限逼近阵列中阵元位置与互耦逆矩阵之间的映射关系。在实际计算时, 将均匀阵列的位置信息输入 RBF 神经网络, 就可直接获得其互耦逆矩阵。计算机仿真实验验证了这一方法的可行性和有效性。

2 RBF 神经网络法计算互耦

当阵列中单元数目较多时, 互耦矩阵 Z 将是一个非常庞大的一个矩阵, 这使计算时间大大增加。即使利用互耦矩阵的 Teoplitz 性质, 只计算和储存矩阵的一列或者一行, 整个计算时间也相当可观。在测向和波束形成中, 一般都需要对

阵列输出信号进行互耦补偿,而补偿时采用的是互耦矩阵的逆矩阵。传统求逆矩阵的方法都是非实时实现的,但是互耦逆矩阵的计算速度对快速而准确地测向以及波束的实时实现有着重要的影响。考虑到神经网络具有强容错性以及巨量并行性,将互耦逆矩阵的计算问题转化为神经网络的非线性函数逼近问题,可完成互耦逆矩阵的快速计算。

神经网络中应用较多的是BP网络,但BP网络用于函数逼近时,存在收敛速度慢和局部极小等缺点。因此我们选择在逼近能力、分类能力和学习速度等方面均优于BP网络的径向基函数网络。而且具有一层隐层的RBF神经网络能以任意精度逼近任何非线性函数^[9],故可利用RBF神经网络来实现从阵元位置到互耦矩阵的非线性映射。RBF神经网络是一种监督式学习网络,其学习和工作阶段是分开进行的,在应用该网络之前必须先进行学习。

在互耦计算中,影响互耦矩阵的参数主要有阵元位置坐标 (x,y) 和工作频率。这里只讨论窄频情况,即工作频率认为是已知不变的,阵元位置发生变化。当阵元间互耦较容易计算时,可以利用矩量法进行计算。为了使神经网络能对各种排列的阵列互耦逆矩阵快速估计,必须对参数 (x,y) 各种情况进行学习(这里只研究线阵和面阵,而不考虑立体阵的情况)。为了降低输入层维数,考虑到均匀阵列的特点,将阵元间距作为神经网络的输入,互耦逆矩阵中的元素作为输出。虽然互耦矩阵满足Teoplitz性质,但是逆矩阵并不满足。为了降低神经网络输出层维数,方便工程实现,对互耦逆矩阵进行Teoplitz化。后面的仿真结果表明,Teoplitz化后的逆矩阵与原矩阵相差不大,完全可以满足工程实际需要。

在RBF神经网络训练阶段,利用矩量法中阵元间距与互耦逆矩阵映射关系产生一训练样本集 $\{(d(i),\mathbf{C}(i)),i=1,2,\dots,I\}$, $d(i)$ 是阵元间距样本, $\mathbf{C}(i)$ 是互耦逆矩阵样本, $\mathbf{C}(i)=[C_{11}(i),C_{12}(i),\dots,C_{1N}(i)]$, I 为总的训练样本个数。由于神经网络不能对复数进行处理,因此网络的输出维数为 $2 \times N$ (N 为阵元个数)。网络的输入输出映射关系为

$$C_{1k}(i) = \sum_{j=1}^L w_i^k h(d(j),c(i)), k=1,2,\dots,N, j=1,2,\dots,I \quad (1)$$

$\{w_i^k, k=1,2,\dots,N, i=1,2,\dots,L\}$ 是输出层第 k 个输出与隐层第 i 个神经元之间的连接权重。 $h(\cdot)$ 是非线性的基函数,本文中选用的是高斯函数,则上式表达为

$$C_{1k}(i) = \sum_{j=1}^L w_i^k e^{-\|d(j)-c(i)\|^2/\sigma^2}, k=1,2,\dots,N, j=1,2,\dots,I \quad (2)$$

这里 L 是RBF网络的隐层单元个数, $\{c(i), i=1,2,\dots,L\}(L \leq I)$ 基函数的中心,是从训练集 $\{d(j), j=1,2,\dots,I\}$ 中随机选取的。由于隐层作用函数为高斯函数,因而对任意 $d(j)$ 都有 $h(d(j)) > 0$,从而失去局部调整权值的优点。实际上,当 $d(j)$ 远离 $c(i)$ 时, $h(d(j))$ 非常小,可以作为0对待。本文采用的处理方法是只当 $h(d(j))$ 大于某一值(例如0.02)时才对相应的权值进行修改,这样处理后的RBF神经

网络同时具备局部逼近能力强和学习收敛快的优点。

式(2)写出矩阵形式:

$$\mathbf{C} = \mathbf{W}\mathbf{H} \quad (3)$$

式中

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11}(1) & C_{11}(2) & \dots & C_{11}(I) \\ C_{12}(1) & C_{12}(2) & \dots & C_{12}(I) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1N}(1) & C_{1N}(2) & \dots & C_{1N}(I) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_1^1 & w_2^1 & \dots & w_L^1 \\ w_1^2 & w_2^2 & \dots & w_L^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1^N & w_2^N & \dots & w_L^N \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(d(1),c(1)) & h(d(2),c(1)) & \dots & h(d(I),c(1)) \\ h(d(1),c(2)) & h(d(2),c(2)) & \dots & h(d(I),c(2)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(d(1),c(L)) & h(d(2),c(L)) & \dots & h(d(I),c(L)) \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(3)关于 \mathbf{W} 的最小二乘解是权系数 \mathbf{W} 的最佳解:

$$\widehat{\mathbf{W}} = \mathbf{C}\mathbf{H}^+ \quad (7)$$

其中 \mathbf{H}^+ 是 \mathbf{H} 的伪逆:

$$\mathbf{H}^+ = \mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1} \quad (8)$$

互耦逆矩阵 \mathbf{Z} 的估计值为

$$\widehat{\mathbf{C}} = \widehat{\mathbf{W}}\mathbf{H} = \mathbf{C}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1}\mathbf{H} \quad (9)$$

对于复杂环境中的天线阵(如舰船上的天线阵、海边上的高频地波雷达天线阵等),利用矩量法精确计算互耦逆矩阵一般难以做到。这时可以借助一个辅助信号源,采用模拟退火或者遗传算法等智能优化算法对互耦逆矩阵进行估计。假设辅助信号源的入射方向为 θ_i ,仅考虑天线之间存在互耦,那么第 k 次快拍阵列输出的协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(k)\mathbf{X}^H(k)] = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^H\mathbf{C}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (10)$$

式中 $\mathbf{A}=[\mathbf{a}(\theta_1),\mathbf{a}(\theta_2),\dots,\mathbf{a}(\theta_M)]$, \mathbf{R}_{ss} 为信号协方差矩阵。

构造MUSIC算法空间谱函数:

$$P_{\text{MU}}(\theta,\mathbf{C}) = \frac{1}{\|\mathbf{E}_N^H\mathbf{C}\mathbf{a}(\theta)\|^2} \quad (11)$$

直接利用上述MUSIC算法,通过一个确定的入射信号,即已知 \mathbf{E}_N 和 $\mathbf{a}(\theta)$,对式(11)进行寻优,反过来估计互耦逆矩阵 \mathbf{C} 。

当辅助信号源入射方向确定后,利用模拟退火算法估计得到的互耦逆矩阵对神经网络进行训练时,可以将阵列输出协方差矩阵作为神经网络的输入,互耦逆矩阵中的元素作为输出。此时RBF神经网络输入向量为

$$\mathbf{b} = [R_{11},\dots,R_{1N},R_{22},\dots,R_{2N},\dots,R_{NN}]^T \quad (12)$$

为了处理方便,将输入向量进行归一化:

$$\mathbf{r}(i) = \frac{\mathbf{b}(i)}{\|\mathbf{b}(i)\|}, i=1,2,\dots,I \quad (13)$$

表1 线阵实际归一化互耦逆矩阵

阵元号	1	2	3	4	5	6
1	1.0000					
2	-0.2315+0.2600i	0.9841-0.1203i				
3	0.1652+0.0092i	-0.2707+0.2980i	1.0144-0.1127i			
4	-0.0506-0.0902i	0.2027+0.0208i	-0.2859+ 0.2828i	1.0144-0.1127i		
5	-0.0347+0.0655i	-0.0668-0.1146i	0.2027+0.0208i	-0.2707+0.2980i	0.9841-0.1203i	
6	0.0434-0.0016i	-0.0347+0.0655i	-0.0506-0.0902i	0.1652+0.0092i	-0.2315+0.2600i	1.0000

后续处理方法与采用矩量法进行训练时相同。

利用 RBF 神经网络计算互耦矩阵的具体步骤如下：

(1)根据互耦矩阵的理论计算难易程度选择不同的计算方法。当互耦矩阵较容易计算时，选择矩量法进行分析。对于复杂环境中的天线阵，选择智能优化算法对互耦进行估计。

(2)改变阵元位置，利用所选择的计算方法对互耦矩阵进行计算，产生足够多的训练样本。如果采用智能优化算法产生训练样本，还需要对神经网络的输入向量进行归一化，然后输入神经网络进行训练。同时，在产生训练样本的过程中，都采用了 Toeplitz 化技术。

(3)利用训练样本对神经网络进行训练。

(4)将阵元位置输入训练好的神经网络，快速得到互耦逆矩阵。

3 仿真实验

实验1 利用矩量法和 RBF 神经网络法分别计算 6 元均匀线阵互耦逆矩阵。其中神经网络的阵元间距训练范围在 0 到 2λ (λ 为空气中波长)之间，训练间隔为 $d = 0.05\lambda$ ，工作时阵元间距为 $d = 0.3\lambda$ 。线阵实际归一化互耦逆矩阵如表 1 所示，Toeplitz 化以及利用神经网络估计出的互耦逆矩阵如表 2，表 3 所示。

表2 线阵 Toeplitz 归一化互耦逆矩阵

Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}
1.0000	-0.2783	0.1818	-0.0481	-0.0396	0.0433
	+0.2583i	+0.0291i	-0.1021i	+0.0625i	+0.0018i

表3 神经网络估计互耦逆矩阵

Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}
1.0000	-0.2782	0.1818	-0.0480	-0.0397	0.0433
	+0.2583i	+0.0291i	-0.1021i	+0.0625i	+0.0017i

实验2 采用模拟退火算法估计互耦逆矩阵对神经网络进行训练，当阵元间距 $d = 0.3\lambda$ 时，利用模拟退火估计出的

互耦逆矩阵如表 4 所示，利用训练好的 RBF 神经网络估计出的互耦逆矩阵如表 5 所示。

表4 模拟退火估计互耦逆矩阵

Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}
1.0000	-0.2733	0.1871	-0.0408	-0.0314	0.0467
	+0.2554i	+0.0290i	-0.0957i	+0.0607i	+0.0042i

表5 神经网络估计互耦逆矩阵

Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}	Z_{14}	Z_{15}	Z_{16}
1.0000	-0.2734	0.1871	-0.0409	-0.0313	0.0467
	+0.2555i	+0.0290i	-0.0957i	+0.0607i	+0.0042i

实验3 二齐平行放置的半波振子是一种较成熟的理论计算模型，它们之间的互耦已有较为精确的计算结果，较为简单的计算公式为

$$Z_{12} = -\frac{1}{I_{m1}^* I_{m2}} \int_{-l}^l I_1^*(z) E_{12} dz \quad (14)$$

式中 I_{m1} ， I_{m2} 分别是振子 1，2 上的波腹电流， l 为单臂长度， E_{12} 为振子 1 在 2 处产生的切向电场分量。下面给出了神经网络法以及理论公式的二齐平行放置的半波振子计算结果，如图 1。振子的导线半径与单臂长度的比值为 0.0001。

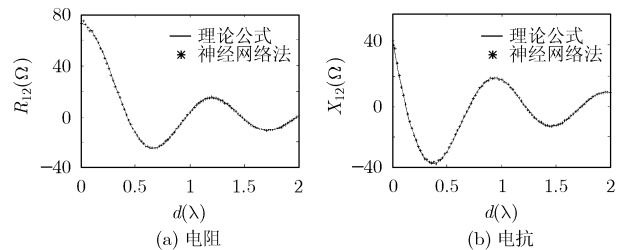


图1 平行排列的半波振子间互阻抗与距离的关系

实验4 研究隐层节点个数对估计结果的影响。改变 RBF 神经网络隐层节点个数，分别计算 6 元线阵中 1，2 两阵元间互耦矩阵与距离的关系，如图 2 所示。

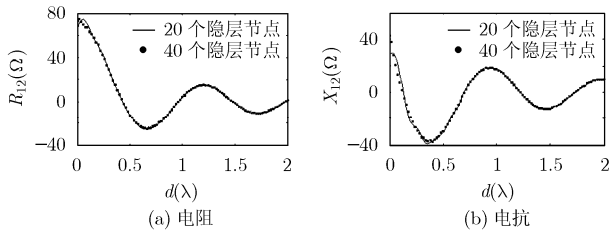


图2 隐层节点个数对6元阵1, 2两阵元间互阻抗结果的影响

实验 5 对6元均匀圆阵,采用矩量法和RBF神经网络法进行50次互耦逆矩阵的计算。所需要的运算时间如图3所示。

实验 6 同样针对6元均匀圆阵,采用模拟退火法和RBF神经网络法进行50次互耦逆矩阵的计算。所需要的运算时间如图4所示。

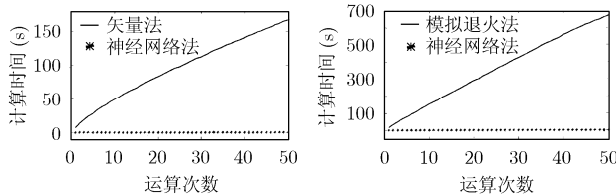


图3 计算时间与运算次数关系曲线

图4 计算时间与运算次数关系曲线

通过以上的实验仿真结果可以看出:(1)经过Teoplitz化后的互耦逆矩阵与真实互耦逆矩阵非常接近,完全可以满足工程需要。Teoplitz化前神经网络的输出层维数为 $N \times (N + 1)$,Teoplitz化后神经网络输出层维数降为 $2N$ 。可以看出网络结构得到简化,易于硬件实现。(2)当数学和物理模型容易建立时,即可以采用矩量法计算互耦矩阵时,利用RBF神经网络得出的互耦逆矩阵与矩量法计算得到的互耦逆矩阵非常接近。由于网络具有非常好的泛化能力,可以实现训练范围内任意间隔的均匀阵列互耦逆矩阵的计算。(3)当数学和物理模型不容易建立时,采用模拟退火算法训练得到的神经网络同样可以准确估计出互耦逆矩阵。(4)增加隐层节点数对互耦矩阵的估计结果没有太大影响,因此在满足一定估计精度要求的条件下,可以适当减少隐层节点个数,以简化网络结构,便于硬件实现。(5)采用矩量法和模拟退火算法计算互耦逆矩阵时,计算时间随着运算次数的增多而迅速增加。因此,在对大规模阵列进行互耦分析时,采用矩量法和模拟退火法需要消耗很长的时间。而RBF神经网络法的运算时间并没有随着运算次数的增加而明显增长。对互耦矩阵进行50次估计的时间远远小于1秒钟,显示了其强大的实时运算能力。

4 结束语

本文提出采用神经网络法对均匀阵列互耦逆矩阵进行求解。这种方法的优点是对RBF神经网络隐层节点个数要

求不高,运算时间短,实时性强。同样,这种方法可以应用到均匀天线互耦矩阵的计算或者其他电磁特性的分析上。而且,对于宽频带天线阻抗矩阵同样适用,所不同的是神经网络的输入样本是工作频率。本文的方法是针对均匀阵列提出的,非均匀阵列的互耦矩阵神经网络计算方法将是下一步的研究工作。

参考文献

- [1] Harrington R F 著,王尔杰,肖良勇等译. 计算电磁场的矩量法[M]. 北京:国防工业出版社,1981:73-88.
 - [2] Adve R S and Sarkar T K. Compensation for the effects of mutual coupling on direct data domain adaptive algorithms[J]. *IEEE Trans. on Antenna and Propagation*, 2000, 48(1): 86-94.
 - [3] Malherbe J A G. Analysis of linear antenna array including the effects of mutual coupling[J]. *IEEE Trans. on Education*, 1989, 32(1): 29-34.
 - [4] 胡浩,朱旗,丁文武. 利用信号与系统概念分析线天线的互阻抗[J]. 中国科学技术大学学报,2004,34(1):60-64.
Hu Hao, Zhu Qi, and Ding Wen-wu. Mutual coupling analysis of collinear antennas with signal and system concept [J]. *Journal of University Science and Technology of China*, 2004, 34(1): 60-64.
 - [5] 孙保华,刘其中,尹应增. 线天线的小波矩阵变换法求解[J]. 微波学报,2001,17(1):67-72.
Sun Bao-hua, Liu Qi-zhong, and Yin Ying-zeng. Analysis of wire antenna using wavelet matrix transform[J]. *Journal of Microwaves*, 2001, 17(1): 67-72.
 - [6] 高火涛,李咏絮,郑霞. 天线阵互耦系数的估计[J]. 通信学报,2005,26(4):19-23.
Gao Huo-tao, Li Yong-xu, and Zheng Xia. Estimating the mutual coupling coefficient of arrays[J]. *Journal on Communications*, 2005, 26(4): 19-23.
 - [7] 李杰,高火涛,郑霞. 相控阵天线的互耦和近场校准[J]. 电子学报,2005,33(1):119-122.
Li Jie, Gao Huo-tao, and Zheng Xia. Mutual coupling analysis and calibration method of phased array antenna in near field[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, 33(1): 119-122.
 - [8] Yu Bin, Yin Chengyou, and Huang Ye. Calibration method for mutual coupling between elements based on parallel genetic algorithm[J]. Sixth World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, 2006, (5): 3490-3493.
 - [9] 阎平反,张长水. 人工神经网络与模拟进化计算[M]. 北京:清华大学出版社,2000:55-56.
- 于 斌: 男,1980年生,博士生,研究方向为自适应天线和阵列信号处理。
尹成友: 男,1964年生,教授,博士生导师,研究方向为天线与电波传播、数据融合等。
黄 冶: 男,1973年生,讲师,博士生,研究方向为天线与电波传播、数值计算等。