

## 改进的 Wavenumber Domain 算法在实时处理中的应用和研究

王宇<sup>①②</sup> 王宾<sup>①②</sup> 张志敏<sup>①</sup> 邓云凯<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

<sup>②</sup>(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘要:** Wavenumber Domain 算法是一种最优 SAR 信号处理算法, 它广泛被应用于大孔径、高斜视情况下。但它需要在二维频域精确插值, 并且不能和运动补偿技术相结合, 因此不适合在实时处理中应用。该文提出两种改进方法: 一种通过忽略残余距离徙动而提高处理效率, 它适合于低精度处理; 另一种方法使用 Fractional Fourier 变换精确校正残余距离徙动, 它适合高精度处理。这两种方法都不需要插值运算, 并且都可以被应用于实时处理中。该文对两种方法的相位误差进行了详细分析。最后给出了理想点目标仿真和真实 X 波段原始数据处理结果。仿真和实际数据处理结果表明该文所提出的两种方法都可以满足实际工程中处理精度的要求。

**关键词:** 分数阶傅里叶变换; 二次距离压缩; 距离徙动; 傅里叶变换

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)06-1321-05

## The Research and Application of Modified Wavenumber Domain Algorithm to Real-time Processing

Wang Yu<sup>①②</sup> Wang Bin<sup>①②</sup> Zhang Zhi-min<sup>①</sup> Deng Yun-kai<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

<sup>②</sup>(Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** Wavenumber Domain Algorithm (WDA), as a superior SAR signal processing algorithm, is widely applied to the case of wide aperture and high squint angle. However, Interpolation in the 2-dimensional frequency domain is necessary and the motion compensation can not be integrated, so it can not be implemented easily in the real-time processing. In this paper, two modified version of WDA are exploited: one is fit for low-accurate processing, in which the residual Range Cell Migration (RCM) is ignored to improve the processing efficiency; Another is fit the high-accurate processing, in which the FRactional Fourier Transform (FRFT) is employed to correct residual RCM. The two algorithms are free of interpolation and able to be implemented in the real-time processing. In addition, the phase errors of the two algorithms are analyzed particularly. Finally, the results of simulating the point targets and processing the real X-band data are given. The results show that the two algorithms can satisfy the requirements of the real engineering.

**Key words:** FRactional Fourier Transform (FRFT); Second Range Compression(SRC); Range Cell Migration (RCM); Fourier Transform(FT)

### 1 引言

合成孔径雷达(SAR)是全天候的有源微波成像雷达, 在军事和民用领域都具有重大的应用价值。实现 SAR 高分辨率实时成像一直是 SAR 系统设计和信号处理的发展方向之一<sup>[1]</sup>。到目前为止 SAR 信号处理领域出现了很多处理算法, 比如 Range Doppler Algorithm (RDA), Chirp Scaling Algorithm (CSA) 和 Wavenumber Domain Algorithm (WDA): 这些都是精确的 SAR 信号处理算法。RDA 算法结构清晰、简单并且易于流水操作, 现在仍然有很强的生命力。CSA 自从 1992 年由德国宇航中心(DLR)的 Runge, Bamler 和加拿大的 Raney, Cumming, Wong 等同时在 IGARSS'92

会议上提出以来, 一直受到 SAR 信号处理工作者的广泛青睐<sup>[2,3]</sup>。WDA 最早来源于地震数据信号处理, 和 SAR 系统类似, 这种信号模型的传递函数具有时变性。Stolt 曾提出一种频域处理方法来解决这种传递函数的时变性, 因此后来 WDA 中的关键性操作被称作为 Stolt Mapping<sup>[4]</sup>, Stolt Mapping 操作能完全克服 SAR 系统的时变特征。WDA 和 CSA 相比, 它能补偿 CSA 所不能处理的残余的二次及更高层次距离依赖相位误差。因此, WDA 很适合处理大孔径、高斜视角模式下的雷达数据。然而, 这种方法需要在二维频域精确插值, 而插值操作会引入相位和幅度误差; 并且它在距离徙动校正和方位聚焦处理中假定了速度变量不依赖于斜距(对机载平台这个假定成立), 就这一点而言它没有 RDA

和 CSA 灵活。在机载复杂飞行情况下, 运动补偿技术必须要使用, 但是传统的 WDA 不能和运动补偿技术结合。因此, 这些存在的问题限制了 WDA 在 SAR 信号处理中的应用。本文就是针对 WDA 的这些特点进行一些近似和调整, 并提出了两种近似方法, 它们都不需要插值操作。其中一种方法处理精度较低, 但是效率比较高, 称为 Low-Precision MWDA: LPMWDA; 另外一种方法使用 FRFT 实现精确距离徙动校正, 而且方位聚焦函数能考虑速度变量对斜距的依赖关系, 同时它克服了 WDA 不能和运动补偿技术结合的缺点, 称为 High-Precision MWDA: HPMWDA。

本文是按如下顺序安排: 第2节推导出 MWDA; 第3节重点分析 MWDA 中的相位误差; 第4节给出了点目标和 X 波段真实雷达数据的仿真结果, 同时分析了 MWDA、CSA 和 WDA 的运算复杂度; 第5节给出本文的结论。

## 2 MWDA

对位于  $(s_0, r_0)$  的点目标回波而言, 其二维谱相位可以表述为<sup>[5]</sup>

$$\Psi(f_a, f) = -\frac{\pi f^2}{K_r} - \frac{4\pi r_0}{\lambda} \sqrt{\left(1 + \frac{f}{f_0}\right)^2 - \left(\frac{\lambda f_a}{2v_r}\right)^2} - 2\pi f_a s_0 \quad (1)$$

其中  $f$  和  $f_a$  分别表示距离和方位时间所对应的频率变量;  $f_0$  和  $\lambda$  指载频和波长;  $r_0$  和  $s_0$  指目标距离向斜距域和方位向时间域坐标。考虑到相位对目标斜距位置  $r_0$  的依赖性, 可以把目标斜距  $r_0$  分解为两部分, 如下式所示:

$$r_0 = r_m + r \quad (2)$$

其中  $r_m$  表示固定量, 一般取测绘带的中心斜距;  $r$  表示变化量:  $r \in [-\Delta r/2, \Delta r/2]$ ,  $\Delta r$  是斜距方向的测绘带宽度。将式(2)带入式(1), 则式(1)可以重新定义为

$$\Psi(f_a, f) = \Psi_0(f_a, f, r_m) + \Psi_1(f_a, f, r) \quad (3)$$

其中

$$\Psi_0(f_a, f, r_m) \approx -\frac{\pi f^2}{K_r} - \frac{4\pi r_m}{c} \cdot \left[ f_0 D + \frac{f}{D} - \frac{1-D^2}{2f_0 D^3} f^2 + \frac{1-D^2}{2f_0^2 D^5} f^3 \right] \quad (4)$$

$$\Psi_1(f_a, f, r) \approx -\frac{4\pi r}{c} \cdot \left[ f_0 D + \frac{f}{D} - \frac{1-D^2}{2f_0 D^3} f^2 + \frac{1-D^2}{2f_0^2 D^5} f^3 \right] - 2\pi f_a s_0 \quad (5)$$

这里  $D = \sqrt{1 - (\lambda f_a / 2v_r)^2}$ 。为了克服方位向聚焦函数中速度对斜距的依赖并进行高阶运动补偿, 方位向调制项不能在距离徙动校正前进行补偿。因此, 这里将式(4)和式(5)重新定义为

$$\bar{\Psi}_0(f_a, f, r_m) \approx -\frac{\pi f^2}{K_r} - \frac{4\pi r_m}{c} \cdot \left[ \frac{f}{D} - \frac{1-D^2}{2f_0 D^3} f^2 + \frac{1-D^2}{2f_0^2 D^5} f^3 \right] \quad (6)$$

$$\bar{\Psi}_1(f_a, f, r, r_0) \approx -\frac{4\pi r}{c} \left[ \frac{f}{D} - \frac{1-D^2}{2f_0 D^3} f^2 + \frac{1-D^2}{2f_0^2 D^5} f^3 \right] - \frac{4\pi r_0}{\lambda} D - 2\pi f_a s_0 \quad (7)$$

在 MWDA 算法中, 固定相位项  $\bar{\Psi}_0(f_a, f, r_m)$  首先在二维频域通过滤波的方式删除(这叫 Reference Function Multiply: RFM)<sup>[5]</sup>, 所使用的滤波器函数可以描述为

$$H_0(f_a, f, r_m) = \exp[-j\bar{\Psi}_0(f_a, f, r_m)] \quad (8)$$

这时式(7)仍然被保留, 其中残余距离相位项只有在测绘带中心处才等于零, 因此图像也只有在测绘带中心处得到很好的聚焦, 而远离参考距离处仍会有残余相位误差。本文根据对残余距离徙动项的不同补偿方法, 给出两种改进的 WDA 算法, 分别称为: LPMWDA 和 HPMWDA。

### 2.1 LPMWDA

如果忽略式(7)中二、三次距离频率项以及距离徙动项, 也即认为  $\bar{\Psi}_1$  有如下形式:

$$\bar{\Psi}_1(f_a, f, r, r_0) \approx \bar{\Psi}_{11} = -\frac{4\pi r}{c} f - \frac{4\pi r_0}{\lambda} D - 2\pi f_a s_0 \quad (9)$$

同时, 在 RFM 和距离向逆 Fourier 变换后直接进行方位向聚焦处理, 方位向滤波函数如式(10)所示。这种方法称为: LPMWDA, 其处理流程如图 1 所示。

$$H_1(f_a, f, r_0) = \exp\left[j \frac{4\pi r_0}{\lambda} D\right] \quad (10)$$

这种低精度的方法不需要插值, 算法结构简单并且易于实现, 因此它很适合小斜视、窄测绘带模式下实时处理。

### 2.2 HPMWDA

在 HPMWDA 中, 本文同样忽略式(7)中的高次耦合项, 即如  $\bar{\Psi}_{11}$  所示。随后使用 FRFT<sup>[6]</sup>来实现  $(f_a, f/D) \rightarrow (f_a, f)$ , 从而精确校正残余距离徙动。

HPMWDA 作为一种精确处理方法, 方位向聚焦处理不同于传统的 WDA, 它考虑了平台速度  $v$  对斜距的依赖(平台速度变量重新定义为:  $v_r$ ), 算法处理流程如图 2 所示。算法中方位向聚焦函数可以表示为

$$H_1(f_a, f, r_0) = \exp\left[j \frac{4\pi r_0}{\lambda} D(f_a, v_r)\right] \quad (11)$$

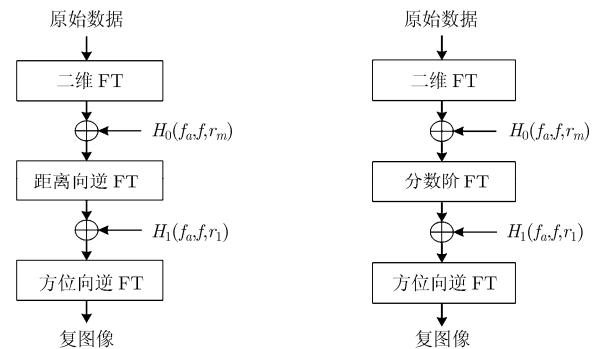


图1 低精度的 MWDA 流程图

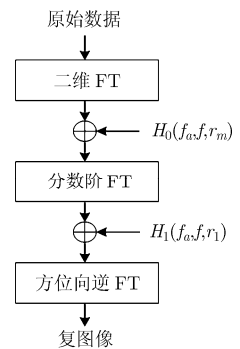


图2 高精度 MWDA 的流程图

需要指出的是:式(9)中高次相位项的近似将会在方位向引入残余相位误差,这一误差项将在大斜视条件下影响方位向聚焦,本文将在第3节对这个高次相位误差项进行详细分析。

### 3 误差分析

在2.1中,本文舍弃了残余高次耦合相位和距离徙动项,这两项分别对方位向和距离向聚焦造成影响。经过RFM后的残余高次相位误差可以表示为

$$|\Phi_{\text{error1}}(f_a, f, r)| \leq \frac{\pi \Delta r \lambda^3 f_a^2}{4c^2 D^3} f^2 \quad (12)$$

如果使用表1中参数,则 $|\Phi_{\text{error1}}(f_a, f, r)|$ 在两种不同Doppler中心值情况下( $f_{\text{dc}} = 0\text{Hz}$ 和 $f_{\text{dc}} = 100\text{Hz}$ )分别小于 $0.0063\pi$ 和 $0.0176\pi$ ,均满足误差限制条件 $|\Phi_{\text{error1}}| < \pi/4$ <sup>[7]</sup>,因此LPMWDA在小斜视模式下舍掉高次耦合项不会对图像质量造成明显影响。

表1 机载X波段SAR数据参数

波长( $\lambda$ )	0.03125m
带宽( $B_r$ )	200MHz
采样率( $F_r$ )	240MHz
脉冲重复频率(PRF)	300Hz(降采样后)
平台速度( $v$ )	180m/s
测绘带宽( $\Delta r$ )	5120m

在LPMWDA中,由于近似造成的残余距离徙动误差可以表示为

$$\Delta R(f_a, r) = r(1/D - 1) \leq \Delta R(f_a, \Delta r/2) \approx \frac{\lambda^2 \Delta r}{16v^2} f_a^2 \quad (13)$$

从式(13)可以看出,残余距离徙动误差量和波长平方成正比,因此波长越短近似误差对距离徙动的影响就越小。一般认为,当残余距离徙动误差量小于半个距离分辨单元时,它所造成的方位向主瓣展宽将小于2%;当误差量在1个分辨单元内时,主瓣展宽率小于5%。为了显示残余距离徙动误差量的大小,本文将 $\Delta R(f_a, \Delta r/2)$ 在不同Doppler中心值情况下随方位向频率的变化关系画于图3,参数如表1所列。从图3可以看出,当Doppler中心小于130Hz时残余距离徙动量始终在1个距离分辨单元内,这意味着方位向主瓣展宽率在理论上小于5%。本文将在第四节仿真实验中展示LPMWDA中存在的残余距徙动误差对SAR方位向脉冲响应函数聚焦性能的影响。

2.2节中所描述的HPMWDA和LPMWDA在处理高次残余相位误差时采取了相同的策略,因此两种方法具有相同的高次相位误差。然而,在不考虑雷达有效速度随测绘带变化的情况下(机载),HPMWDA可以实现对残余距离徙动的精确补偿;当考虑有效速度沿测绘带变化时(星载),MWDA和WDA都不能实现精确距离徙动校正,这是由于算法中忽

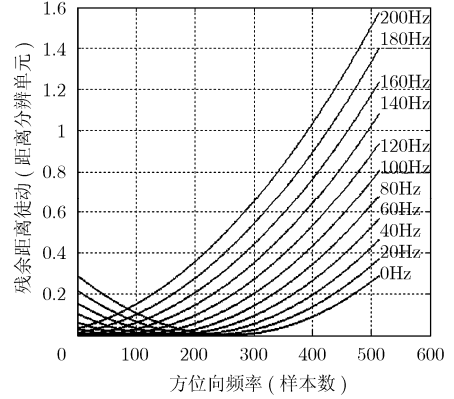


图3 机载X波段残余距离徙动量

略了速度对斜距的依赖性。这个误差项可以表示为

$$\Delta R(f_a, r, \Delta v_r) = -r \frac{1 - D(f_a, v_r)^2}{D(f_a, v_r)^3} \left( \frac{\Delta v_r}{v_r} \right) \quad (14)$$

一般星载小斜视角情况下 $\Delta v_r$ 是有效速度 $v_r$ 的0.1%左右,因此 $\Delta R(f_a, r, \Delta v_r)$ 比较小可以忽略不计。然而,在斜视角比较大的情况下 $\Delta R(f_a, r, \Delta v_r)$ 就不能被忽略了。当 $\Delta R(f_a, r, \Delta v_r)$ 引起的误差不能忽略时,可以通过沿距离向分块处理的方法来减小速度变化对距离徙动校正精度的影响。从式(11)可以看出,在MWDA中方位向滤波函数考虑了有效速度变化对方位向调制项的影响,因此它所采用的聚焦方法和CSA一样<sup>[2,3]</sup>。然而传统的WDA是通过在二维频域Stolt Mapping操作来同时完成距离徙动校正和方位向调制项补偿,因此WDA忽略了方位向调制项中速度变量对距离空间变量的依赖。在WDA中引入的相位误差可以描述为

$$\Delta \Phi_{\text{errora}}(f_a, r_0, \Delta v_r) = -\frac{4\pi r_0}{\lambda} \frac{1 - D^2}{D} \left( \frac{\Delta v_r}{v_r} \right) \quad (15)$$

这也是MWDA算法相对于WDA的优点之一。

应该注意到 $\Phi_{\text{error1}}(f_a, f, r)$ 中包含有方位向频率 $f_a$ 调制项,所以这个残余误差项会在方位向引入相位误差。本文采用文献[8]中的方法补偿高次残余相位误差,相位补偿因子可以表示为

$$\begin{aligned} & \Phi_{\text{error1}}(f_a, B_r, r) \\ &= -\frac{4\pi r}{c} \left[ -\frac{1 - D^2}{2f_0 D^3} B_r^2 F_r(B_r) + \frac{1 - D^2}{2f_0^2 D^5} B_r^3 F_r(B_r) \right] \quad (16) \end{aligned}$$

因为它是方位频率和斜距的函数,所以它必须在距离向压缩后、方位向压缩前(RD域)进行补偿。

## 4 实验结果

本文这部分仍然采用表1中参数,分别使用WDA<sup>1)</sup>,CSA,HPMWDA和LPMWDA进行点目标仿真,以便分析

<sup>1)</sup>为了保证精度,本文采用16阶的插值核来完成WDA中的Stolt Mapping操作。

本文所提出方法的精度。图 4(a)–4(c)分别给出测绘带边缘处(距场景中心 2.5km)点目标方向向 3 种性能指标：主瓣展宽率、峰值旁瓣比和积分旁瓣比。其中需要强调的是主瓣展宽率是指所测点目标和位于测绘带中心处点目标(这一点的距离徙动和高次相位误差都被完全校正) 正侧视模式下 3dB 主瓣宽度的相对误差值。

在图 4(a)中, 当 Doppler 中心从 0Hz 增加到 155Hz 时, 采用 LPMWDA 处理的点目标主瓣展宽率始终小于 5%, 这满足实际工程要求并且验证了本文第 3 节中的分析结果; 而采用 WDA, CSA 和 HPMWDA 所处理结果的方位向脉冲响应函数的主瓣展宽率始终小于 0.15%, 这是比较理想的结果。同样在图 4(b), 4(c)中, 当采用 WDA, CSA 和 HPMWDA 方法时, 随 Doppler 中心的增大, PSLR 和 ISLR 分别在 -13.2dB 和 -9.7dB 附近变化; 而采用 LPMWDA 方法时, PSLR 和 ISLR 都单调递减, 这主要是由于方位向脉冲响应主瓣展宽后, 旁瓣区的能量一部分被主瓣区所吸收, 因此呈现出 4(b), 4(c)中的现象。

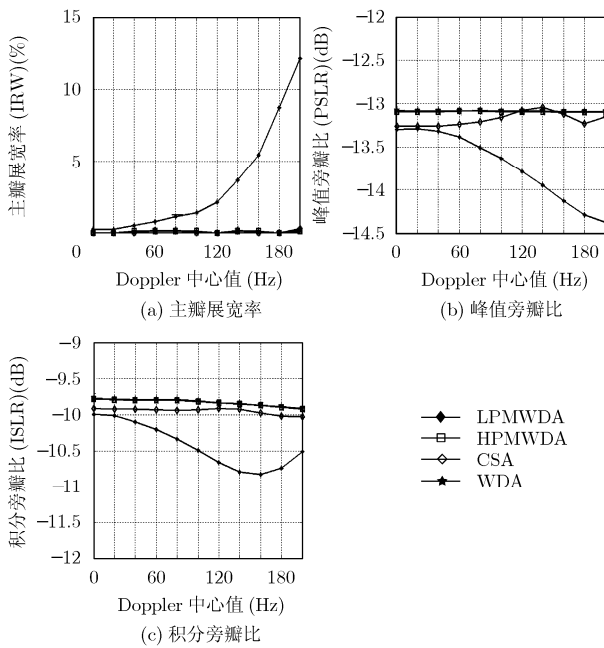


图 4 WDA, CSA, HPMWDA 和 LPMWDA 在小斜视模式 3 种性能指标随 Doppler 中心变化图

为了展示本文所提出方法的处理精度, 将 Doppler 中心为 60Hz 的点目标分别采用 4 种方法处理后结果的方位向性能指标列于表 2。

为了进一步展示 LPMWDA 和 HPMWDA 的处理性能, 下面使用由中国科学院电子学研究所航天微波遥感系统部提供的机载 X 波段 SAR 原始数据进行处理并和 CSA, WDA 的处理结果对比, 相应的处理结果如图(5)所示。

表 2 LPMWDA, HPMWDA, CSA 和 WDA 性能对比 (Doppler 中心值 60Hz)

	主瓣展宽率(%)	峰值旁瓣比(dB)	积分旁瓣比(dB)
LPMWDA	0.7576	-13.3880	-10.2070
HPMWDA	0.09	-13.1008	-9.8650
CSA	0.07	-13.0815	-9.9172
WDA	0.09	-13.0829	-9.7935

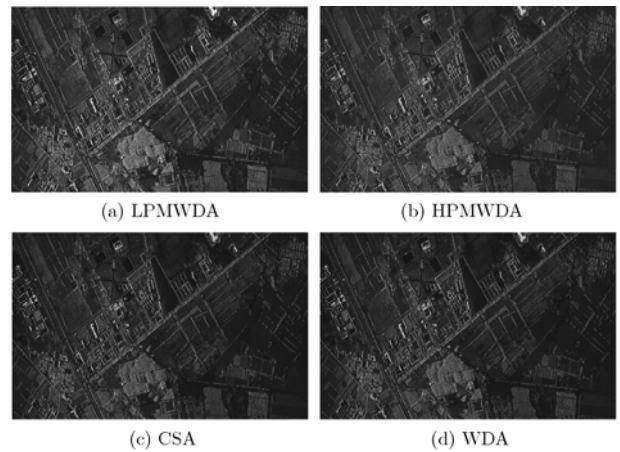


图 5 机载 X 波段数据的处理结果, 分辨率: 1m×1m(Doppler 中心: -140Hz)

### 5 结束语

本文在原始 WDA 的基础上按照精度的高低, 提出了两种改进算法: 称为 HPMWDA, LPMWDA。对它们进行了理论推导, 并进行了详细的相位误差分析和仿真实验。实验结果显示, LPMWDA 在小斜视模式下能达到比较理想的精度, 并且这种方法不需要插值, 它在上文所分析的 4 种方法中是效率最高的一种, 因此它很适合在实时处理中应用。

HPMWDA 使用 FRFT 校正残余的距离徙动, 能达到像 CSA 和 WDA 一样的精度, 而且也不需要插值。当在实时处理精度要求高的情况下, 可以采用这种方法。虽然这种算法比 CSA 多了两次 FFT 处理, 但是它不像 CSA 一样要求发射信号必须为 Chirp 信号。因此, HPMWDA 比 CSA 有更广泛的应用。

在原始数据采样点数比较大的条件下, HPMWDA 的处理效率会低于 WDA, 但是 HPMWDA 可以和 LPMWDA 结合起来, 在满足处理精度的条件下, 通过调整  $\alpha$  来平衡处理效率和精度, 从而提高它的处理效率。同时, HPMWDA 克服了 WDA 方法中速度变量对斜距依赖的缺点, 并且 HPMWDA 可以和运动补偿技术结合从而使这种方法可以在复杂机载条件下得到应用。

### 参考文献

[1] 王宇, 张志敏, 邓云凯. SAR 实时方位预处理中的量化误差分析[J]. 现代雷达, 2006, 28(2): 36-39.

- [2] Raney R K, Runge H, Bamler R, Cumming I G, and Wong F H. Precision SAR processing using chirp scaling [J]. *IEEE Trans. on Geosciences Remote Sensing*, 1994, 32(7): 786-799.
- [3] Moreira A, Mittermayer J, and Scheiber R. Extended chirp scaling algorithm for air and spaceborne SAR data processing in stripmap and ScanSAR imaging modes [J]. *IEEE Trans. on Geosciences Remote Sensing*, 1996, 34(9): 1123-1136.
- [4] Stolt R. Migration by Fourier transform techniques [J]. *Geophysics*, 1978, 43(1): 49-76.
- [5] Reigber A, *et al.* Wavenumber domain SAR focusing with integrated motion compensation [A]. IGARSS'2003, Toulouse, France, 2003: 1465-1467.
- [6] Ozaktas H M, Kutay M A, and Mendlovic D. Introduction to the fractional Fourier transform and its applications [J]. *Advances in Imaging Electronics and Physics*, 1999, 106(4): 239-291.
- [7] Curlander J C, and McDonough R N. Synthetic Aperture radar Systems and Signal Processing [M]. 1991: 171-176.
- [8] Mittermayer J, Moreira A, and Scheiber R. Reduction of phase errors arising from the approximations in the chirp scaling algorithm [A]. IGARSS'1998, Seattle USA, 1998: 1015-1019.
- 王 宇: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为 SAR 信号实时处理处理.
- 王 宾: 男, 1981 年生, 硕士生, 研究方向为 DSP 在 SAR 信号处理中的应用.
- 张志敏: 男, 1971 年生, 研究员, 硕士生导师, 从事 SAR 数字系统设计, SAR 数字信号处理、机载及星载 SAR 系统设计等方面的工作.
- 邓云凯: 男, 1962 年生, 研究员, 博士生导师, 从事天线、微波遥感、电子对抗、机载及星载 SAR 系统总体设计等方面的工作.