# 一种基于加权迭代贪婪算法的 InSAR 相位解缠的新方法

彭石宝[①]　　袁俊泉[②]　　向家彬[②]
[①](空军雷达学院研究生管理大队　武汉　430019)
[②](空军雷达学院信息与指挥自动化系　武汉　430019)

**摘　要**：该文针对干涉 SAR 二维相位解缠问题，提出了一种利用贪婪算法提高解缠精度的新方法。首先从理论上推导了贪婪算法相位解缠的基本原理，然后提出了一种迭代加权的贪婪算法，以克服传统贪婪算法解缠结果收敛于局部最优解的弊病，最后利用仿真数据和实际数据进行实验分析，验证了本文算法的有效性。

**关键词**：InSAR；相位解缠；贪婪算法；迭代加权
**中图分类号**：TN957.52　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2008)06-1326-05

# An Improved InSAR Phase Unwrapping Method Based on Iterative-Weighted Greedy Algorithm

Peng Shi-bao[①]　　Yuan Jun-quan[②]　　Xiang Jia-bin[②]
[①](*Department of Graduate Management*, *AFRA*, *Wuhan* 430019, *China*)
[②](*Department of Information & Command Automation*, *AFRA*, *Wuhan* 430019, *China*)

**Abstract**: In order to improve the precision of phase unwrapping in InSAR data processing, a new method is presented based on iterative-weighted greedy algorithm. First, the theory derivation is given in detail. Second, to make the result jump out the local optimization and approach the true phase, an iterative-weigthed greedy algorithm is addressed. Finally, the experiment analysis on simulation data and the real InSAR data verifies the effectiveness of the novel method.

**Key words**: InSAR; Phase unwrapping; Greedy algorithm; Iterative-weighted

## 1　引言

相位解缠是干涉 SAR 数据处理中的关键步骤之一，相位解缠的精度直接影响最后数字高程图的精度。干涉 SAR 数据中普遍存在着与地形特征相关的密集的干涉条纹，干涉相位图中各点的相位测量值位于$(-\pi,\pi)$之间，是关于$2\pi$模糊的。雷达信号的低信噪比、地形起伏引起的遮挡、阴影以及其它各种原因造成的去相关现象等都会造成相位数据的不连续，导致干涉相位场为非保守场。干涉相位图中相位的趋势和周期性受到一定程度的破坏，为各周期的分离带来了极大的困难。因此二维相位展开成为干涉 SAR 数据处理中最为困难的问题之一[1]。

目前的干涉 SAR 相位解缠方法主要分为 3 类：(1)基于路径跟踪原理的解缠算法，代表性的有 Goldstein 枝切法[2]和区域增长法[3]；(2)基于最小均方原理的解缠算法，代表性的有不加权和加权的最小二乘法[4]；(3)基于网络流原理的解缠算法，代表性的有最小网络流解缠算法[5]。二维相位解缠是一个约束最优化问题，现有的解缠方法都是从某一个实质性约束条件出发，去寻找真实相位的最优解。有限元算法[6]、遗传算法[7]等经典寻优算法都做过一些尝试，而文献[8]从二维相位场的高斯马尔可夫分布模型出发，基于最大后验概率准则，用贪婪算法进行二维相位解缠。

贪婪算法作为寻优算法的一种，是一种局部搜索算法(local search algorithm)，它从一个初始解开始，每一步在当前解的邻域内找到一个更好的解，使目标函数逐步优化，直至不能进一步改进为止。局部搜索算法通常得到的是局部最优解。为了得到全局最优解，需要从多个初始解开始，重复进行搜索[9]。本文在文献[8]的基础上，将二维相位展开过程视为最小化关于测量相位梯度和展开相位梯度的某一目标函数，用贪婪算法对该目标函数寻优，给出了具体的理论推导，为了使解缠结果不收敛于局部最优解，提出了一种迭代加权的贪婪算法，仿真和实际数据解缠证明，该算法实时、高效、准确。

## 2　贪婪算法相位解缠原理

### 2.1 算法推导

由于干涉相位图中相位不连续的存在,则二维相位展开的实质是在相位一致性约束条件下，求取最优的展开相位，即是一个约束最优化问题。由于测量相位场和展开相位场是由其相位梯度场所完全确定的，则二维相位展开的过程为最小化关于测量相位梯度和展开相位梯度的某一目标函数[10]，

2006-11-20 收到，2007-04-16 改回

其一般形式表示为

$$\min_{\phi_{i,j}}\left\{\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N-1}\omega_{i,j}^{x}g_{i,j}^{x}\left(\nabla\phi_{i,j}^{x},\nabla\varphi_{i,j}^{x}\right)+\sum_{i=1}^{M-1}\sum_{j=1}^{N}\omega_{i,j}^{y}g_{i,j}^{y}\left(\nabla\phi_{i,j}^{y},\nabla\varphi_{i,j}^{y}\right)\right\} \tag{1}$$

其中 $M,N$ 分别为相位矩阵的行数和列数；$\phi_{i,j}$ 为真实相位，$\varphi_{i,j}$ 为缠绕相位；$\nabla\phi_{i,j}^{x}$，$\nabla\phi_{i,j}^{y}$ 为真实相位在两个方向上的梯度；$\nabla\varphi_{i,j}^{x}$，$\nabla\varphi_{i,j}^{y}$ 为缠绕相位在两个方向上的梯度；$\omega_{i,j}^{x}$，$\omega_{i,j}^{y}$ 为两个方向的权系数，$g_{i,j}$ 为以梯度为变量的函数。当 $\omega_{i,j}^{x}$，$\omega_{i,j}^{y}$ 都等于 1 时，就为不加权的形式。二维相位展开就是在式(1)所表示的约束条件下，选择恰当的目标函数，并求得在特定目标函数下的展开相位场。

因为

$$\varphi_{i,j}=\phi_{i,j}+2\pi\cdot k_{i,j} \tag{2}$$

$k_{i,j}$ 为整数，定义为缠绕因子也称为相位模糊数。所以式(1)转变为寻找最优的 $k_{i,j}$，求得一个缠绕因子矩阵 $\boldsymbol{K}=\left\{k_{i,j}\right\}_{M\times N}$，使式(3)最小的优化问题。

$$\min_{k} J \tag{3}$$

其中

$$J=\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N-1}\omega_{i,j}^{x}g_{i,j}^{x}\left(\nabla k_{i,j}^{x},\nabla\varphi_{i,j}^{x}\right)+\sum_{i=1}^{M-1}\sum_{j=1}^{N}\omega_{i,j}^{y}g_{i,j}^{y}\left(\nabla k_{i,j}^{y},\nabla\varphi_{i,j}^{y}\right) \tag{4}$$

显然，当图像数据矩阵很大时，式(3)的寻优问题是很难实现的，将式(4)分解成：

$$J\left(\boldsymbol{s}_0,\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_2,\cdots,\boldsymbol{s}_N\right)=J_0\left(\boldsymbol{s}_0,\boldsymbol{s}_1\right)+J_1\left(\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_2\right)+\cdots J_2\left(\boldsymbol{s}_2,\boldsymbol{s}_3\right)+\cdots+J_{N-1}\left(\boldsymbol{s}_{N-1},\boldsymbol{s}_N\right) \tag{5}$$

其中

$$J_n\left(\boldsymbol{s}_n,\boldsymbol{s}_{n+1}\right)=\sum_{i=2}^{M}\sum_{j=n+1}^{n+1}\omega_{i,j}^{x}g_{i,j}^{x}\left(\nabla k_{i,j}^{x},\nabla\varphi_{i,j}^{x}\right)+\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=n+1}^{n+1}\omega_{i,j}^{y}g_{i,j}^{y}\left(\nabla k_{i,j}^{y},\nabla\varphi_{i,j}^{y}\right) \tag{6}$$

$\boldsymbol{s}_n$ 为第 $n$ 列缠绕因子，即 $\boldsymbol{s}_n=\left[k_{1,n},k_{2,n},\cdots,k_{M,n}\right]$。

利用贪婪寻优的思想[8, 9, 11]，求式(5)最小时的缠绕因子矩阵 $\boldsymbol{K}$，算法如下：

$$\left.\begin{aligned}
C_0(\hat{\boldsymbol{s}}_1)&=\min_{s_1}\left[J_0(\hat{\boldsymbol{s}}_0,\boldsymbol{s}_1)\right]\\
C_0(\hat{\boldsymbol{s}}_2)&=\min_{s_2}\left[C_0(\hat{\boldsymbol{s}}_1)+J_1(\hat{\boldsymbol{s}}_1,\boldsymbol{s}_2)\right]\\
C_2(\hat{\boldsymbol{s}}_3)&=\min_{s_3}\left[C_1(\hat{\boldsymbol{s}}_2)+J_2(\hat{\boldsymbol{s}}_2,\boldsymbol{s}_3)\right]\\
&\;\;\vdots\\
C_{N-1}(\hat{\boldsymbol{s}}_N)&=\min_{s_N}\left[C_{N-2}(\hat{\boldsymbol{s}}_{N-1})+J_{N-1}(\hat{\boldsymbol{s}}_{N-1},\boldsymbol{s}_N)\right]
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{s}}_i$ 是使得 $J_{i-1}$ 最小时的第 $i$ 列缠绕因子列向量，$C_{i-1}$（$i=1,2,\cdots,N$）为相应的目标函数最小值，本论文中称其为寻优耗费。需要注意的是，设边界列缠绕相位及缠绕因子为 0，即 $\hat{\boldsymbol{s}}_0$ 为零向量。将 $\hat{\boldsymbol{s}}_i$ 保存在矩阵 $\{\boldsymbol{K}(\hat{\boldsymbol{s}}_i)\}$ 中：

$$\{\boldsymbol{K}(\hat{\boldsymbol{s}}_i)\}=\{\boldsymbol{K}(\hat{\boldsymbol{s}}_{i-1},\hat{\boldsymbol{s}}_i)\} \tag{8}$$

定义矩阵 $\boldsymbol{\phi}=\{\varphi_{i,j}\}_{M\times N}$ 为缠绕相位矩阵，$\widehat{\boldsymbol{\Phi}}=\{\phi_{i,j}\}_{M\times N}$ 为最终估计的解缠相位矩阵，有

$$\widehat{\boldsymbol{\Phi}}=\boldsymbol{\phi}+2\pi\boldsymbol{K} \tag{9}$$

### 2.2 算法实现

假定 $k_{i,j}\in[-D,D]$，$i=1,2,\cdots,M;j=1,2,\cdots,N$，$D$ 是正整数，则对于式(7)中的每一个最小化过程都需要进行 $(2D+1)^M$ 次搜索。实际中，图像数据一般比较大，可见运算量将非常大。为了实际的可操作性，将上面的算法作进一步的贪婪处理[11]：把图像数据分成不重叠的 $m$ 个 $W\times N$ 大小的数据块，且 $M=m\times W$。每一块数据以其上一块数据的第 $W$ 行为边界，按照上面介绍的方法寻优，但寻优耗费从第 1 块数据开始一直积累到最后一块数据寻优结束，即在寻找第 $l$（$l=1,2,\cdots,m$，$m$ 为分成的数据块数)块数据的缠绕因子矩阵时，要将第 $l-1$ 块数据的最小耗费作为其寻优耗费的基准，如图 1。图中 $\hat{k}_{l-1,W,j}$ 表示第 $l-1$ 块数据的第 $W$ 行，第 $j$ 列已估计出来的缠绕因子，$\hat{k}_{l,i,j-1}$ 为第 $l$ 块数据第 $i$ 行第 $j-1$ 列处已估计出的缠绕因子，$k_{l,i,j}$ 表示将要寻优的第 $l$ 块数据第 $i$ 行第 $j$ 列的缠绕因子。注意，本文后面用到的符号下标 $l$ 都表示第 $l$ 块数据。

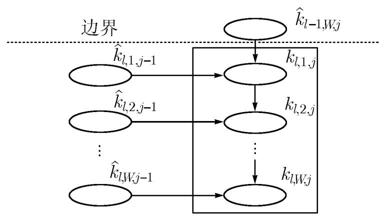



图 1 解缠示意图

通过上面的进一步分割处理，对一块大小为 $M\times N$ 的矩阵，原来要做 $(2D+1)^M\times N$ 次搜索，现在只需做 $(2D+1)^W\times N\times m$ 次。当图像数据矩阵比较大时，运算量得到了大大的降低。但是当 $D$ 比较大时，计算量还是很大，考虑到实际地形变化的平缓性，所以假定地面上相邻两点的相位变化不会超过 $2\pi$[12]，即相邻两点的缠绕因子差 $\Delta k$ 只能是：

$$\Delta k\in\{-1,0,1\} \tag{10}$$

式(10)的假定将进一步大大地降低算法的运算量。

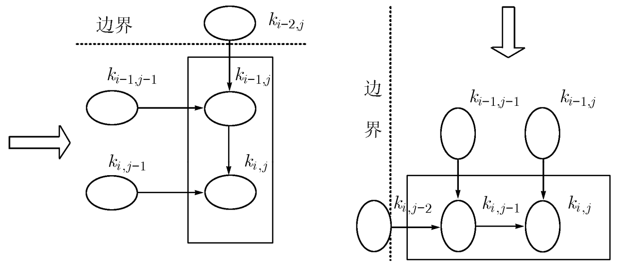
## 3　迭代加权贪婪算法相位解缠

贪婪算法是局部搜索算法的一种，得到的解是局部最优解。为了得到全局最优解，需要多次重复局部搜索，每次从一个新的初始解开始，邻域越大，算法得到的局部最优解是全局最优解的可能性越大[9]。为了使得贪婪算法解缠得到的相位最接近全局最优解缠相位，本文采用迭代加权的贪婪算法。

### 3.1 初始解的选择

可以看出，上面介绍的贪婪算法相位解缠是沿着一个固定的方向进行的：从最左边的列到最右边的列。这样导致的一个问题是：解缠误差将沿着从左到右的方向传播。迭代贪

婪算法解缠的总的思想就是：多次进行贪婪算法相位解缠，相邻两次解缠的方向是不相同的。图 2 为$W$=2 时迭代贪婪算法相位解缠示意图：当第 $p$ 次从左到右依次贪婪解缠时，第 $p+1$ 次则为从上到下依次贪婪解缠，如此重复迭代。




(a) 第 $p$ 次解缠方向 ( 从左到右 )  (b) 第 $p$+1 次解缠方向 ( 从上到下 )

图 2 迭代贪婪算法相位解缠示意图

### 3.2 邻域的选择

邻域选择的指导思想是：邻域越大，算法得到的局部最优解是全局最优解的可能性越大。同时，算法的复杂度也随着增大。加大邻域最直接的方法就是加大$W$，大的$W$ 得到的解缠结果更接近于全局最优解。但是，从上面的分析可知，随着$W$ 的增大，算法的计算量也将迅速地增大，不利于实时处理。本文提出了一种迭代加权的贪婪方法，在小的$W$ 的情况下(一般取$W$=2或3 )，通过将上一次迭代得到的局部最优解以加权的形式传递到下一次，从而达到加大此次初始解邻域的目的，同时因为$W$ 比较小，使得算法的计算量不至于增大许多。该算法既考虑到了算法的复杂度，同时也考虑到了解的邻域的选择，使得解缠结果接近于全局最优解。以 $g_{i,j}$ 取绝对值函数，$W$=2 为例，式(11)即实现了将上一次迭代得到的局部最优解以加权的形式传递到下一次解缠寻优中。

$$\begin{aligned}J_{l,n}(\hat{\boldsymbol{s}}_{l,n-1},\boldsymbol{s}_{l,n}) &= \omega^{x}_{l,2,j}\left|\varphi_{l,2,j}-\varphi_{l,1,j}+2\pi(k_{l,2,j}-k_{l,1,j})\right|+\omega^{y}_{l,2,j}\\ &\cdot\left|\varphi_{l,2,j}-\varphi_{l,2,j-1}+2\pi(k_{l,2,j}-\hat{k}_{l,2,j-1})\right|+\omega^{x}_{l,1,j}\left|\varphi_{l,1,j}-\varphi_{l-1,2,j}\right.\\ &\left.+2\pi(k_{l,1,j}-\hat{k}_{l-1,2,j})\right|+\omega^{y}_{l,1,j}\left|\varphi_{l,1,j}-\varphi_{l,1,j-1}+2\pi(k_{l,1,j}-\hat{k}_{l,1,j-1})\right|\\ &+\beta\left|2\pi(k_{l,1,j}-\check{k}_{l,1,j})\right|+\beta\left|2\pi(k_{l,2,j}-\check{k}_{l,2,j})\right|\end{aligned} \tag{11}$$

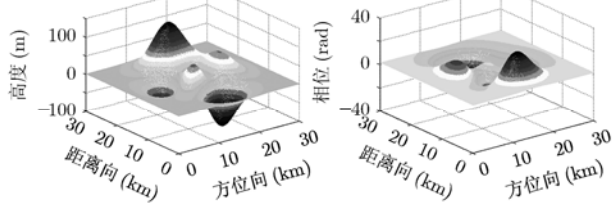
式(11)中的最后两项即为加权项，其中 $\beta$ $(\beta<1)$ 为加权因子，$\check{k}_{l,i,j}$，$i=1,2$ 为前一次迭代得到的对应位置的缠绕因子。$g_{i,j}$ 应选择偶函数，不同的偶函数得到的解缠结果相同。

随着迭代次数的增加，解缠结果越来越接近全局最优解，当所得解缠耗费 $C$ 不再变化时或是迭代次数超过设定的迭代次数门限时，迭代终止。

## 4 实验分析

### 4.1 仿真分析

选定仿真场景，如图 3(a)所示。采用水平基线角 $\alpha=0^{\circ}$，基线长度 $B=20\,\mathrm{m}$，工作波长 $\lambda=0.03\,\mathrm{m}$，载机相对于海平面的高度为 $H=8000\mathrm{m}$，观测场景大小为 30km×30km，整个场景高程起伏的峰－峰值为 219.8292m，由于载机高度较高，场景高程的变化起伏比较缓慢，所以没有出现对雷达波的遮挡，真实相位如图 3(b)所示。



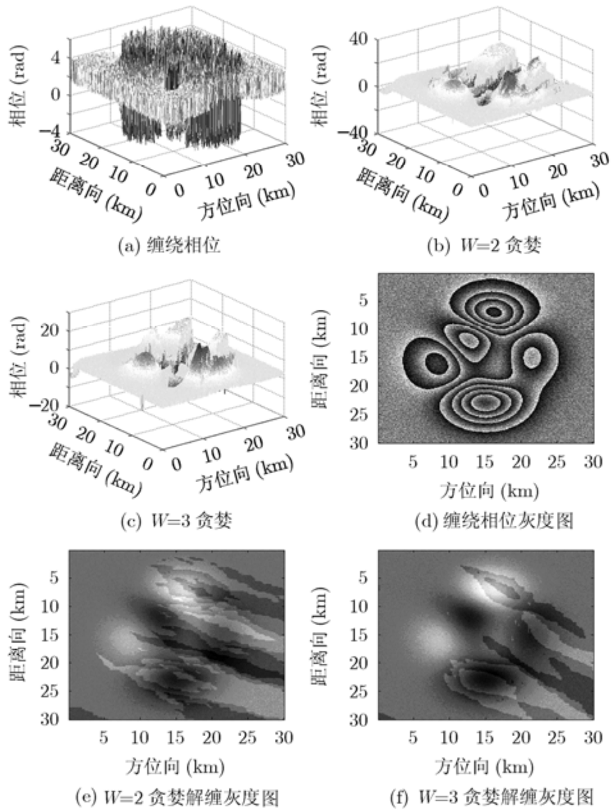

(a) 真实地形  (b) 真实相位

图 3 仿真场景

在仿真分析中，从解缠精度加以分析，验证前面理论推导的正确。为了后面算法性能分析的需要，定义相位信噪比 SNR：

$$\mathrm{SNR}=\frac{\text{相位功率}-\text{背景噪声功率}}{\text{背景噪声功率}} \tag{12}$$

图 4 为图 3 的仿真场景，加上相位噪声之后，运用贪婪解缠算法展开相位，在$W$=2，或$W$=3 时不加权迭代的解缠结果比照图，且 $\omega^{x}_{i,j}$，$\omega^{y}_{i,j}$，都为 1，$g_{i,j}$ 为平方函数，噪声在 $(0,2\pi)$ 上服从均匀分布，$\mathrm{SNR}=4.1819\mathrm{dB}$。其中图 4(a)为噪声污染缠绕相位三维图，图 4(d)为其相位灰度图；图 4(b)

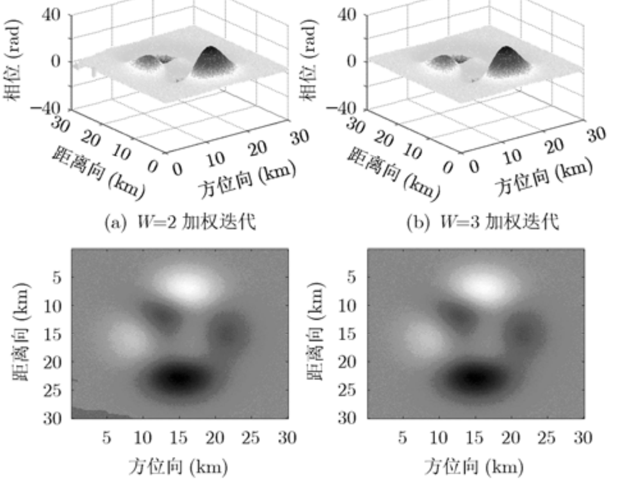



(a) 缠绕相位  (b) $W$=2 贪婪
(c) $W$=3 贪婪  (d) 缠绕相位灰度图
(e) $W$=2 贪婪解缠灰度图  (f) $W$=3 贪婪解缠灰度图

图 4 不加权迭代的解缠结果

为 $W$=2 时的贪婪解缠结果三维图，图 4(e)为其灰度图；图 4(c)为 $W$=3 时的贪婪解缠结果三维图，图 4(f)为其灰度图，可以看出，$W$=3 时的贪婪解缠结果比 $W$=2 时的解缠结果更接近真实的相位。

图 5(a)和 5(c)分别为 $W$=2 经过 10 次迭代加权时解缠结果的三维图和灰度图，相比没有迭代加权时得到的估计相位更接近于真实相位。图 5(b)和 5(d)分别为 $W$=3 经过 10 次迭代加权时解缠结果的三维图和灰度图，相比于没迭代加权，以及相比于 $W$=2 时的迭代加权，所得到的估计相位最接近于真实的相位。




(a) $W$=2 加权迭代　(b) $W$=3 加权迭代

(c) $W$=2 加权迭代灰度图　(d) $W$=3 加权迭代灰度图

图 5 加权迭代解缠的解缠结果

图 6 为 $W$=2 和 $W$=3 不加权迭代和加权迭代，在不同信噪比下，运用蒙特卡罗方法(每个信噪比下 50 次)，得出的解缠精度曲线，横轴为信噪比，纵轴为展开相位和真实相位的均方误差。可以看出，在相位信噪比较高时，4 种算法精度基本趋于一致，但随着信噪比的降低，$W$=3 时的贪婪算法精度远高于 $W$=2 时的算法精度，且迭代加权时的解缠精度高于不加权迭代时的解缠精度。

表 1 为 Matlab 平台，P4 2.40GHz 计算机上，上述 4 种算法与经典 Goldstein 枝切法解缠时间比较表(场景同上，迭代 10 次)。可以看出，为了提高解缠精度，迭代加权相对于不迭代加权增加了运算时间，且随着 $W$ 的加大，解缠所需的时间将加大，但 4 种算法的解缠速度在保证解缠精度的前提下均快于 Goldstein 枝切法。

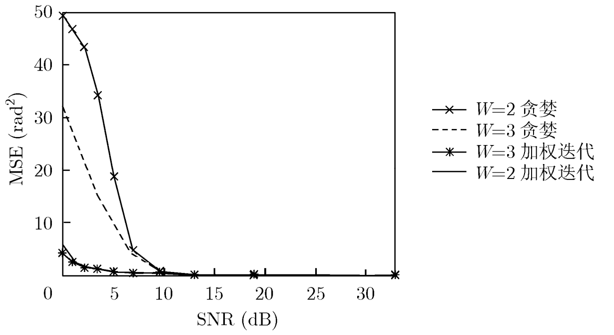



图 6 解缠精度曲线

**表 1 解缠时间表**

| | $W$=2<br>贪婪 | $W$=3<br>贪婪 | $W$=2<br>加权迭代 | $W$=3<br>加权迭代 | Goldstein<br>枝切法 |
|---|---|---|---|---|---|
| 解缠<br>时间<br>(s) | 2.4070 | 7.1090 | 32.0701 | 89.4765 | 236.5773 |

### 4.2 实际数据处理

采用的实际数据是加拿大 RadarSat-1 双航过得到的 SAR 回波数据，两次飞行时间分别为 1996 年 3 月 4 日和 1996 年 3 月 28 日，该数据对应的目标区域是 Bathurst Island。数据有关参数为：工作频率为 C 波段，入射角为 47°，航过一多普勒中心频率为 2300Hz，航过二的多普勒中心频率为 2409Hz，基线长度为 1060m，高度分辨率为 21m。

图 7 为截取的一块 512×512 大小的缠绕相位数据。下面运用贪婪算法，令 $\omega_{i,j}^{x}$，$\omega_{i,j}^{y}$ 都为 1，$g_{i,j}$ 为平方函数，在 $W$=2 和 $W$=3 不加权迭代和加权迭代相位解缠。

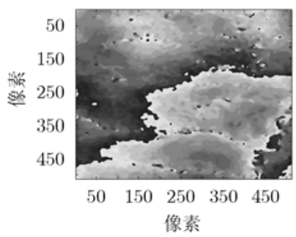
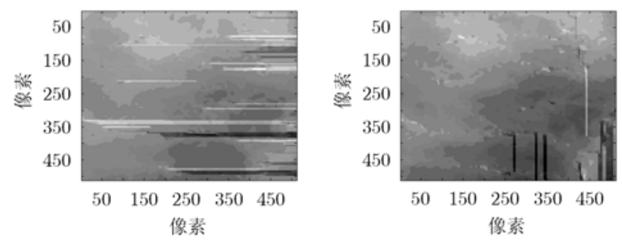



图 7 原始干涉相位

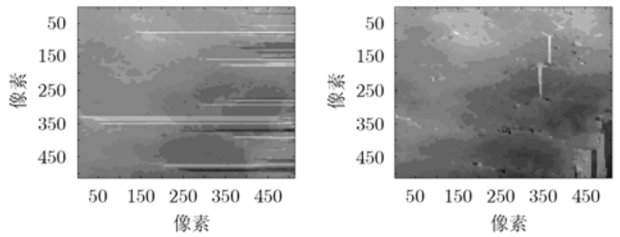
图 8 为以 $W$=2 时的解缠结果，取 $\beta = 0.45$。其中图 8(a)是没有经过迭代处理的解缠结果，图中的长条形为解缠误差区域，所以，得到的解缠结果是局部最优解。图 8(b)是迭代加权处理的解缠结果，可以明显的看到，误差区域减少了很多，解缠结果更接近全局最优解。




(a) $W$=2 未加权　(b) $W$=2 加权迭代

图 8 $W$=2 不加权迭代和加权迭代相位解缠比照图

图 9 为 $W$=3 时的解缠结果，取 $\beta=0.60$ 。其中图 9(a)为直接用贪婪算法的解缠结果，相比于 $W$=2 时的贪婪解缠相位，误差区域有所减少。图 9(b)为用迭代加权处理的解缠结果，可以清楚的看到，误差区域基本上已经消除，此时的展开相位最接近真实相位。




(a) $W$=3 未加权 (b) $W$=3 加权迭代

图 9 $W$=3 不加权迭代和加权迭代相位解缠比照图

## 5 结束语

本文将贪婪算法应用到干涉 SAR 相位解缠中，给出了具体的理论推导，为了使得解缠结果不收敛于局部最优解，提出了一种迭代加权的贪婪算法，仿真和实际数据解缠结果证明了该算法的有效性。但是因为贪婪算法是一种局部优化算法，为了使得解缠相位不至于收敛于局部最优解，以后可以考虑如何选择两个方向的权系数 $\omega_{i,j}^{x}$，$\omega_{i,j}^{y}$，以及函数 $g_{i,j}$，使得解缠结果更接近于真实相位，同时，可从解缠精度和解缠速度等方面定量的分析比较该算法与其他现有解缠算法的性能。

## 参 考 文 献


[1] 王超，张红，刘智. 星载合成孔径雷达干涉测量. 北京：科学出版社, 2002, 9: 100-138.

[2] Goldstein R M, Zebker H A, and Werner C L. Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping[J]. *Radio Sci*, 1988, 23(4): 713-720.

[3] Xu W and Cumming I. A region growing algorithm for InSAR phase unwrapping[A]. Proc. IGARSS'96[C]. Piscataway. NJ, 1996: 2044-2046.

[4] Ghiglia D and Romero L. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods [J]. J. *Opt. Soc. Am. A*, 1987, 11(1): 267-280.

[5] Carballo G F and Fieguth P W. Probabilistic cost functions for network flow phase unwrapping[J]. *IEEE Trans. on Geosci Remote Sensing*, 2000, 38(5): 2192-2201.

[6] Fornaro G, Franceschett G, and Lanari R, *et al.*. Interferometric SAR phase unwrapping using the finite elements method[J]. *IEE Proc. Radar*, *Sonar Navig*, 1997, 144(8): 226-238.

[7] Collaro A and Frances chetti G. Phase unwrapping by means of genetic algorithms[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, 15(2): 407-418.

[8] Ying L, Frey B, Koetter R, and Munson D C. An iterative dynamic programming approach to 2-D phase unwrapping, Proc. IEEE Remote Sensing Symp., Toronto, Canada, June 2002: 469-471.

[9] 《现代数学手册》编纂委员会. 现代数学手册.计算机数学卷. 武汉：华中科技大学出版社, 1999, 12: 641-676.

[10] 彭海良，云日升. 干涉合成孔径雷达二维相位展开问题及其算法[J]. 测试技术学报, 2003, 17(2): 99-104.

[11] Besag Julian. Spatial interaction and the statistical analysis of lattice system. *J.R. Statistic. Soc. B*, 1974, 36(5): 192-236.

[12] Itoh K. Analysis of the phase unwrapping problem. *Appl. Opt.*, 1982, 21(14): 2470-2477.



彭石宝： 男，1982 年生，博士生，从事目标识别及雷达成像等方面的研究.

袁俊泉： 男，1976 年生，讲师，从事雷达信号处理、现代数字信号处理、DSP 开发及应用等方面的研究.

向家彬： 男，1945 年生，教授，从事目标识别及雷达成像等方面的研究.