

一种具有频率选择特性的加权伪中值滤波算法

杨 奎^① 樊晓平^① 刘少强^① Qu Zhi-hua^{①②}

^①(中南大学信息科学与工程学院 长沙 410075)

^②(Department of Electrical and Computer Engineering, University of Central Florida, Orlando FL 32816, USA)

摘要: 相对于中值滤波而言, 伪中值滤波具有计算快速等特点。通过引入负加权系数并使滤波窗口大小无奇偶限制, 该文将原有的伪中值滤波扩展为具有负系数的加权伪中值滤波。基于 Mallows 样本选择概率理论, 由 FIR 滤波器的脉冲响应来获得伪中值滤波器加权系数, 使其具有和 FIR 滤波器一样的频率选择特性。仿真结果表明, 本文提出的滤波方法在赋予了伪中值滤波频率选择特性的基础上, 减小了计算量, 保持了中值滤波所具有的优点, 并且能够去除信号中高频的周期性干扰噪声。

关键词: 伪中值滤波; 频率选择; 样本选择概率; FIR

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)05-1257-04

A New Frequency Selective Weighted Pseudo-median Filter Algorithm

Yang Xi^① Fan Xiao-ping^① Liu Shao-qiang^① Qu Zhi-hua^{①②}

^①(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

^②(Department of Electrical and Computer Engineering, University of Central Florida, Orlando FL 32816, USA)

Abstract: The pseudo-median filter is a computationally efficient alternative to the median filter. This paper extends the definition of pseudo-median filter when the size of filter windows is even, and proposes the Negative Weighted Pseudo-Median Filter (NWPMF). The NWPM uses the Mallows' theory of sample selection probability to design the weight coefficients according to the respective impulse response of FIR filter with the desired spectral response. Because the weight coefficients can be negative or positive, the NWPM is characteristic of the frequency selection. The simulation results show that the NWPM can reduce the computations and is superior on reserving fine details, removing impulsive noise and high frequency periodic noise.

Key words: Pseudo-median filter; Frequency selective; Sample selection probability; FIR

1 引言

自从1971年Tukey提出中值滤波之后, 中值滤波这一非线性滤波技术已经成功地应用到实际的信号处理中。随后, 加权中值滤波在中值滤波中引入加权系数, 并在过去的20年内得到了迅速的发展, 提出了一系列改进方法, 如中心加权中值滤波和优化的加权中值滤波等^[1-3]。但这些改进方法都主要是针对二维图像信号处理。对于振动信号、生物医学信号、语音信号等需要满足实时性要求的非图像信号的处理, 因为它们对中值滤波这样的非线性滤波技术还存在更多的性能(如频带、算法复杂度、功耗)要求而与图像信号处理的要求明显不同, 特别是对于处理能力和内存均相对有限的低功耗微控制器进行在线信号处理的应用情况。如果无需对信号作频域处理就能实现快速滤波, 同时具有带通/高通/带阻等特性(即在时域能实现快速滤波且具有频率选择能力), 并对内存需求低, 显然这种滤波方法是诸如无线传感器、便携式设备等硬件资源以及能量供给有限却需进行实时信号处

理的实际应用所期盼的, 因此本研究具有重要的理论意义和实用价值。

为了提高中值滤波的运算速度且使其具有频率选择特性, 本文扩展了Pratt对伪中值滤波^[4]的定义, 并且根据Mallows的样本选择概率理论, 融合了负系数加权方法, 使得伪中值滤波能够和线性FIR滤波器一样具有频率选择特性。

2 加权中值滤波及其算法

2.1 加权中值滤波

中值滤波是一种非线性滤波方法, 其抑制脉冲噪声的能力强, 且具有保留边缘轮廓信息的特性。中值滤波通过对样本数据分布进行分析, 设定一个定长窗口对数据进行扫描, 窗口中数据的中值作为滤波后输出的数据, 获得的中值序列即是滤波后的信号。假设滤波所采用的窗口大小为 N , 输入的信号为 X_1, X_2, \dots, X_N , 则其输出信号为

$$Y = \text{median}[X_1, X_2, \dots, X_N] \\ = \min\{\max(X_1, \dots, X_m), \dots, \max(X_{j_1}, \dots, X_{j_m}), \dots\} \quad (1)$$

如式(1)所示,中值滤波可以表示为 N 个数据中的 m 个($m=(N+1)/2$)数据序列的最大最小值,即对 C_N^m 个序列先求最大值再取最小值。其中序列 $\max(X_{j_1}, \dots, X_{j_m})$ 表示从 N 个数据中任意选 m 个求其最大值。加权中值滤波则在对数据中值计算前根据各个数据的重要性进行加权运算。正整数加权的定义为

$$Y = \text{median}[W_1 \circ X_1, W_2 \circ X_2, \dots, W_N \circ X_N] \quad (2)$$

其中 W_1, W_2, \dots, W_N 为中值滤波器的加权系数, \circ 表示数据复制,即 $K \circ X = \overbrace{X, X, \dots, X}^{K \text{个}}$ 。

Arce的研究^[5, 6]表明,如果在加权系数中引入负整数,中值滤波就可以实现带通和高通频率特性,则具有负系数的加权中值滤波(Negative Weighted Median Filter, NWMF)定义为

$$Y = \text{median}[|W_1| \circ \text{sign}(W_1)X_1, \dots, |W_N| \circ \text{sign}(W_N)X_N] \quad (3)$$

其中 $\text{sign}(\cdot)$ 表示取符号运算。

2.2 Mallows 综合算法

众所周知,线性滤波器可以用滤波系数或传递函数来描述, Mallows认为非线性滤波器也可以定义出相应的滤波系数和传递函数^[7],这一理论已经广泛地应用于非线性滤波器的谱分析中。基于Mallows的理论, Prasad提出了用样本选择概率(Sample Selection Probability, SSP)来描述加权中值滤波器^[8],主要通过运用数论中的划分和生成函数等理论来计算。假定中值滤波器的加权系数为 $\mathbf{W} = W_1, W_2, \dots, W_N$,首先定义其生成函数为

$$U_j(a, x) = \prod_{n=1, n \neq j}^N (1 + ax^{W_n}), \quad j = 1, \dots, N \quad (4)$$

$U_j(a, x)$ 为变量 a 的多项式, x 视为多项式中的系数。然后将 $U_j(a, x)$ 中的 x 视为变量, a 视为系数,得

$$V_{ij}(x) = \sum_{n=0}^{2M+1-W_j} b_n x^n, \quad b_n \geq 0 \quad (5)$$

其中 $M = \left[\left(\sum_{i=1}^N W_i \right) - 1 \right] / 2$ 。最后由 $V_{ij}(x)$ 计算出组合矩阵中的元素 $C_{ij} = \sum_{n=M+1-W_j}^M b_n$,则第 j 个样本采样选择概率

$$p_j = \frac{1}{N!} \sum_{i=1}^N C_{ij}。$$

根据Mallows和Prasad-Lee的理论分析, Arce等提出了由样本选择概率的系数来计算中值滤波加权系数的算法,即Mallows综合算法。假定SSP为 $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_N)$, Mallows综合算法计算出最优的加权中值滤波器的加权 $\mathbf{W} = (\widehat{W}_1, \dots, \widehat{W}_N)$,从而使得

$$\widehat{\mathbf{W}} = \arg \min_{\mathbf{W}} \|\Psi(\mathbf{W}) - \mathbf{p}\|_2 \quad (6)$$

其中 Ψ 表示从加权系数到SSP的函数。

3 加权伪中值滤波算法

伪中值滤波PM(Pseudo-Median filter)算法因其计算快

速性而可有效地替代中值滤波算法。Pratt对于伪中值滤波的定义只考虑了滤波窗口大小为奇数的情况,由于加权的引入可能导致滤波窗口大小出现偶数的情况,所以本文对Pratt所提出的伪中值滤波进行扩展。当滤波的窗口大小为奇数时,则顺序地从 N 个数据中选取 m 个($m = (N+1)/2$)数据进行计算;当滤波的窗口大小为偶数时,则顺序地从 N 个数据中选取 m 个($m = N/2$)数据进行计算。

$$Y = \text{PM}[X_1, X_2, \dots, X_N] \\ = \frac{1}{2} \max \{ \min(X_1, X_2, \dots, X_m), \dots, \min(X_m, \dots, X_N) \} \\ + \frac{1}{2} \min \{ \max(X_1, X_2, \dots, X_m), \dots, \max(X_m, \dots, X_N) \} \quad (7)$$

其中 $\text{PM}[\cdot]$ 表示伪中值运算。

具有负系数的加权伪中值滤波(Negative Weighted Pseudo-Median Filter, NWPMF)定义为

$$Y = \text{PM}[|W_1| \circ \text{sign}(W_1)X_1, \dots, |W_N| \circ \text{sign}(W_N)X_N] \quad (8)$$

通过上式可以看出,中值滤波进行计算时选取 C_N^m 个序列来进行最大最小计算,而伪中值滤波选取是对 m 个序列来进行最大最小计算,在实现上计算量比中值滤波要小;与FIR相比,中值滤波减少了乘法运算,所以伪中值滤波计算最为迅速。和中值滤波性能类似,伪中值滤波可以适当去除信号中的脉冲噪声,同时还可以保持信号的边缘特性。除此之外,由于伪中值滤波中引入了求均值的过程,滤波具有平滑的作用,可以有效地抑制信号中的高频噪声。同样,在加权伪中值滤波的系数中引入负整数,伪中值滤波也可以实现带通和高通,相应的具有频率选择的特性。

根据Mallows综合算法, Arce等可以由FIR滤波器的系数来获取相应的中值滤波系数。由此本文根据FIR滤波器的系数来设计具有负系数的加权伪中值滤波算法NWPMF,步骤如下:

(1)根据相应的频率选择目标设计出FIR线性滤波器,得出相应的系数($H = (h_1, h_2, \dots, h_N)$);

(2)根据Mallows综合算法,令 $\mathbf{p} = (|h_1|, |h_2|, \dots, |h_N|)$ 得出相应的加权系数 $\widehat{W}_1, \widehat{W}_2, \dots, \widehat{W}_N$;

(3)为了让WPM具有频率选择特性,对求得的加权系数中的相应系数取负值,即NWPM的加权系数为 $(\text{sign}(h_1)\widehat{W}_1, \text{sign}(h_2)\widehat{W}_2, \dots, \text{sign}(h_N)\widehat{W}_N)$;

(4)对输入的样本数据进行伪中值滤波计算

$$Y = \text{PM}[|\widehat{W}_1| \circ \text{sign}(\widehat{W}_1)X_1, \dots, |\widehat{W}_N| \circ \text{sign}(\widehat{W}_N)X_N]$$

4 仿真研究

为了研究伪中值滤波的频率选择特性,本文以高通/带通滤波器为例,对FIR, NWMF和NWPMF进行仿真分析。首先选取6点的Daubechies高通滤波器,其系数为

$$H = (-0.3327, 0.8069, -0.4599, -0.1350, 0.0854, 0.0352)$$

通过计算得到加权系数 $\mathbf{W} = (-4, 8, -5, -2, 2, 1)$ 。此时, FIR, NWMF和NWPMF的频谱曲线如图1所示。可以看出,

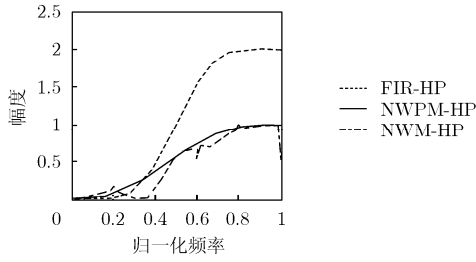


图1 FIR/NWPMF/NWPMF高通滤波频率响应曲线

NWPMF比NWMF更加接近FIR线性滤波器。

另外,选取了8点的FIR带通滤波器,其脉冲响应为

$$H=(0.1300, -0.2751, -0.2906, 0.2996, 0.2996, -0.2906, -0.2751, 0.1300)$$

相应地,加权系数 $W=(1, -2, -2, 2, -2, -2, 1)$ 。FIR、NWMF和NWPMF的频谱相应曲线如图2所示,NWPMF在计算量相对较小的情况下,通带更为平坦。

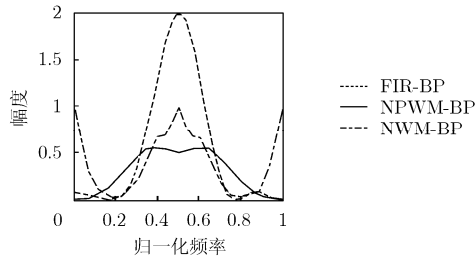


图2 FIR/NWPMF/NWPMF带通滤波频率响应曲线

在具体应用时,首先选取多频带信号分别通过 NWPMF 和 NWPMF 进行带通滤波处理,这里选择的信号 x 包含 4 个频率的正弦信号以及其乘积(采样频率为 10kHz),并叠加了幅值为 3 的随机脉冲噪声(即下式中的 noise 项)。

$$x = \sin(2\pi t \times 20) + \sin(2\pi t \times 200) + \sin(2\pi t \times 2000) + \sin(2\pi t \times 400) \cdot \sin(2\pi t \times 2000) + \sin(2\pi t \times 4800) + \text{noise}$$

NPWMF相对于NWMF而言,在同样能够消除脉冲噪声的情况下,对于边带抑制的效果更佳(如图3)。

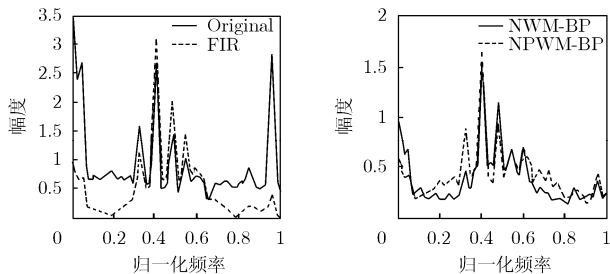


图3 多频率信号的带通滤波频率响应曲线

其次,选取叠加了周期方波噪声的信号(如图4)。通过对比可以看出,NPWM的方法能有效地抑制信号中的周期方波噪声。

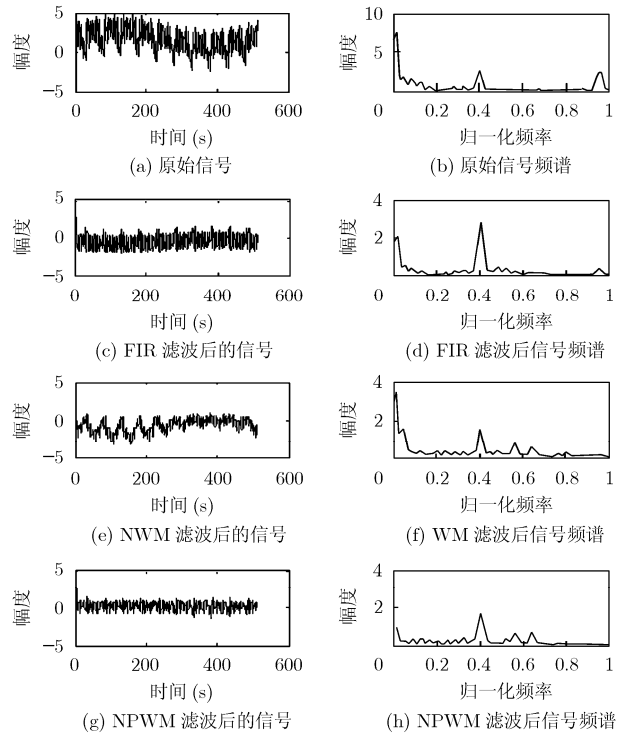


图4 叠加周期干扰信号后各种滤波方法的滤波效果

5 结束语

在Pratt定义的伪中值滤波基础上,本文通过引入负系数加权并允许窗口长度为偶数,提出了具有负加权系数的伪中值滤波方法,从而使得伪中值滤波的样本选择概率能够逼近FIR滤波器的脉冲响应,具有频率选择的特性。仿真结果表明,由于负系数加权伪中值滤波消除了乘法运算,而且没有附加小数运算,在滤波处理中只是对信号数据顺序地进行最大最小的比较,从而降低了滤波算法的复杂度和计算量。同时,负系数加权伪中值滤波能够在保持中值滤波的优点的情况下,在时域中实现频率的选择。

参考文献

- [1] Yin L, Yang R, Gabboujijm, and Neuvo Y. Weighted median filters: A tutorial[J]. *IEEE Trans. on Circuits Syst*, 1996, 43(3): 157-192.
- [2] Ko S J and Lee Y H. Center weighted median filters and their application to image enhancement [J]. *IEEE Trans. on Circuits Syst*, 1991, 38(9): 984-993.
- [3] Shen Yuzhong. Fast adaptive optimization of weighted vector median filters[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(7): 2497-2510.
- [4] Pratt W K, Cooper T J, and Kabir I. Pseudo-median filter[C]. *Architectures and Algorithms for Digital Image Processing II*, SPIE Proceedings, 1985, Vol. 534: 34-43.
- [5] Arce G R. A general weighted median filter structure admitting negative weights[J]. *IEEE Trans. on Signal*

- Processing*, 1998, 46(12): 3195-3205.
- [6] Arce G R. *Nonlinear Signal Processing: A Statistical Approach*[M]. New York: Wiley-Interscience, 2004: 139-168.
- [7] Mallows L. Some theory of nonlinear smoothers[J]. *Ann. Statist.*, 1980, 8(4): 695-715.
- [8] Prasad M K and Lee Y H. Stack filters and selection probabilities[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(10): 2628-2643.
- [9] Schulze M A and Pearce J A. Continuous time analysis of the response of the pseudo-median and related filters to periodic signals [C]. *Proc SPIE*, 1992, Vol. 1658: 177-188.
- 杨 玺: 女, 1980年生, 博士生, 研究方向为信号处理等.
- 樊晓平: 男, 1961年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为智能控制、虚拟现实与网络控制等.
- 刘少强: 男, 1964年生, 副教授, 研究方向为传感器技术、测控技术等.
- Qu Zhi-hua: 男, 1963年生, 博士, 长江学者讲座教授, 博士生导师, 研究方向为非线性系统与控制、协调控制等.