

基于卡尔曼滤波的多径误差消除及双频模糊度快速估计方法研究

范建军 雍少为 王飞雪
(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

摘要: 伪距多径误差的存在使得单历元确定宽巷模糊度可靠性不高。为此, 该文提出了一种用卡尔曼滤波实现宽巷模糊度与多径误差实时分离的方法。此方法将多径误差作为一阶高斯马尔可夫过程, 在估计宽巷模糊度的同时也将多径误差求解出来, 实现了伪距多径误差与宽巷模糊度的实时分离, 可在短时间内得到模糊度的可靠值。文中用不同基线长度的实际观测数据进行了实验分析, 实验结果证明了该方法的正确性及可靠性。

关键词: 卫星导航; 多径; 宽巷模糊度; Melbourne-Wubben组合; 卡尔曼滤波

中图分类号: TN967.1

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)05-1075-05

Study on Multipath Mitigation and Dual-frequency Fast Ambiguity Estimation Based on Kalman Filter

Fan Jian-jun Yong Shao-wei Wang Fei-xue

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The low reliability of estimation to widelane ambiguity is mainly caused by pseudo-range multipath error. Therefor, a new method based on Kalman filter is proposed to separate multipath error from widelane ambiguity in real time. This method can get reliable ambiguity in short time when the multipath error is modeled as first order Gauss-Markov process. The validity and reliability of proposed method are confirmed with experiments.

Key words: Satellite navigation; Multipath; Widelane ambiguity; Melbourne-Wubben combination; Kalman filter

1 引言

利用GNSS(Global Navigation Satellite System)双频或多频观测数据进行导航定位与测量时, 宽巷(wide-lane)相位组合是经常使用的一种组合观测值。在正确解算出宽巷模糊度后, 直接将其作为观测值用于单点导航定位, 可提高单点定位精度; 同时, 还可以进一步用来求解每个频点上的初始模糊度值, 即用于估计模糊度的双频码/载波相位综合法, 可缩短模糊度估计的时间。因此, 宽巷模糊度的正确求解至关重要。一般, 宽巷模糊度是通过宽巷相位组合与伪距观测值的差分得到, 观测值中的多径误差必然对模糊度的估计产生影响^[1-3]。在GNSS接收机中, 多径信号对码与载波都有影响, 对伪码观测值的影响比对载波相位的影响要大两个数量级。多径对伪距观测的影响, 良好环境下在1m左右, 反射很强的环境下约为4~5m, 严重时还将引起信号的失锁。考虑到未来GNSS三频或多频系统中模糊度的解算方法TCAR或MCAR也涉及到用伪距求解模糊度组合的问题, 分析伪距多径误差对宽巷模糊度的影响并研究实时分离伪距多径误差与宽巷模糊度的方法, 具有实际指导意义。

为了分析伪距多径误差对宽巷模糊度的影响, 本文首先介绍了利用事后处理的方式估计伪距多径误差的方法, 并用

此方法估计实际观测数据的多径误差。通过比较未消除和已消除多径误差时宽巷模糊度值的不同, 指出伪距多径误差是影响宽巷模糊度估计可靠性的主要原因。消除伪距多径误差的方法有许多, 如建立确定性的模型或从信号处理角度消除多径等, 但多数算法计算复杂, 无法用于实时处理^[4]。有许多研究者还用统计的观点分析多径误差序列, 建立统计模型, 既可用于多径误差的仿真, 也便于从数据处理角度消除其影响^[5,6]。在MATLAB Satellite Navigation Toolbox 3.0中仿真使用的多径误差模型就是ARMA模型^[5]。为了便于实现卡尔曼滤波, Yang等将多径误差假定为一阶高斯马尔可夫过程, 实现了多径与位置、速度、模糊度等参数的实时分离^[6]。此方法的目的是估计多径误差, 其使用的无电离层相位组合(ionosphere-free phase combination)中的模糊度参数已经失去了其整数特性, 观测噪声也变大, 对解算整周模糊度的贡献比较小。为此, 本文提出了实时分离伪距多径和宽巷模糊度的卡尔曼滤波算法, 同样将多径误差时间序列作为一阶高斯马尔可夫过程, 在实时估计出多径误差的同时, 也得到了较准确的宽巷模糊度值, 对于实现实时模糊度的解算具有重要意义。文中用不同基线长度的实际观测数据进行了实验分析, 实验结果证明了其有效性及可靠性。

2 伪距多径误差的估计

下面是单个历元单个卫星对的双频双差伪距和相位观测方程:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \rho + I + M_1 + e_1 \\ p_2 &= \rho + \alpha I + M_2 + e_2 \\ \lambda_1(\phi_1 + N_1) &= \rho - I + \lambda_1 \varepsilon_1 \\ \lambda_2(\phi_2 + N_2) &= \rho - \alpha I + \lambda_2 \varepsilon_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 p_j , ϕ_j 分别是波长为 λ_j , 频率为 f_j 的信号 L_j 的双差伪距观测值(m)和双差载波相位观测值(cycle)($j=1,2$); ρ 为卫星与接收机之间的双差几何距离(m), 并包含所有与频率无关的误差残差项, 如对流层残差、站星钟差残差等; $\alpha=f_1^2/f_2^2$, I 为 L_1 上的电离层延迟误差残差, 其值与基线长度有关, 短基线时可忽略不计, 长基线时必须作为未知参数参与解算; N_j 是 L_j 上的双差整周模糊度; M_j , e_j 分别为 L_j 上双差后的伪距多径误差和噪声误差(m), ε_j 为 L_j 上双差后的载波相位噪声误差(cycle)。载波相对于伪距的多径误差比较小, 此处忽略不计。设伪距和载波上的噪声误差均为高斯白噪声。文中如果不特别说明, 将忽略相位上的多径误差及噪声误差。

为估计 L_1 上伪距的多径误差 M_1 , 可将伪距 p_1 与相位观测值差分:

$$M_1 = p_1 - \lambda_1(\phi_1 + N_1) - 2I - e_1 \quad (2)$$

同时将两个频点的相位观测值作差以估计式(2)中的电离层误差:

$$\lambda_1\phi_1 - \lambda_2\phi_2 = -I + \alpha I - (\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2) \quad (3)$$

即

$$I = \frac{1}{\alpha - 1} (\lambda_1\phi_1 - \lambda_2\phi_2 + \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2) \quad (4)$$

将式(4)代入式(2)中, 得到多径误差的表达式:

$$\begin{aligned} M_1 &= p_1 - \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \lambda_1 \phi_1 + \frac{2}{\alpha-1} \lambda_2 \phi_2 \\ &\quad + \left(\frac{\alpha+1}{\alpha-1} \lambda_1 N_1 - \frac{2}{\alpha-1} \lambda_2 N_2 \right) + k(e_1) \end{aligned} \quad (5)$$

$k(e_1)$ 是伪距观测噪声的函数。

可见, 若要得到准确的多径误差, 还需要消除式(5)中的伪距观测噪声误差并求解出正确的整周模糊度。在假定整周模糊度的值已知情况下, 只需消除观测噪声即可。

经过若干历元, 利用式(5)将得到 M_1 的一个时间序列 $\{M_1(k)\}$, $k=1,2,\dots,K$ 。若没有周跳, $\{M_1(k)\}$ 中含整周模糊度的项是一个常值, 长时间的平滑处理可以消除大部分的观测噪声误差。为此, 将经过周跳探测与改正的 $\{M_1(k)\}$ 序列进行如下平滑处理^[7]:

$$\overline{M}_1(k) = \frac{1}{\tau} M_1(k) + \frac{\tau-1}{\tau} \overline{M}_1(k-1) \quad (6)$$

$\{\overline{M}_1(k)\}$ 为对 $\{M_1(k)\}$ 平滑后的伪距多径误差序列; τ 为平滑时间常数, 一般不能取值太大, 30s即可。在模糊度值已知的情况下, $\{\overline{M}_1(k)\}$ 将是一个比较准确的伪距多径误差序列。

一段基线长度为20m, 历元间隔为15s, 由卫星对PRN14和PRN18在GPS时段211245~214230(s)构成的双差观测数据 α , 共200个历元, 已经过周跳的检测与改正; N_1 的真值

为35691(cycles), N_2 的真值为30444(cycles)。在上述已知条件下, 可利用式(5)与式(6)计算伪距的多径误差序列。图1给出了C/A码以及P2码对应的多径误差序列, 平滑时间常数设为30s。显然, C/A码的多径误差幅值在2m左右, 而P2码的多径误差幅值在1m以内。

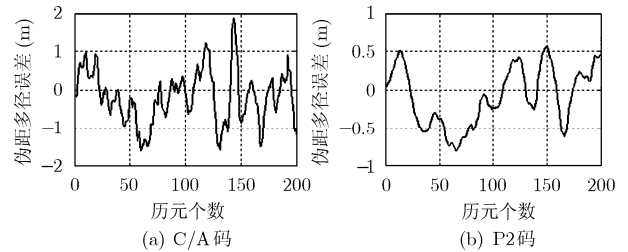


图1 伪距的多径误差(基线长度: 20m)

3 伪距多径误差对宽巷模糊度估计的影响分析

不同频点的相位观测值通过拍频(beat frequency)可以组合为具有虚拟波长、频率及模糊度的新观测值。组合后波长较长、噪声误差较小的观测值其模糊度更易于求解。码/载波相综合法正是利用基于这一思想, 首先利用码观测值确定波长较长的宽巷相位组合的宽巷模糊度, 然后利用模糊度值已知的宽巷相位组合观测确定初始相位的模糊度。所以宽巷模糊度的值必须得到准确的确定, 才能保证后面初始模糊度估计的可靠性。所谓宽巷相位组合, 即为

$$\lambda_{\text{WL}}(\phi_{\text{WL}} + N_{\text{WL}}) = \lambda_{\text{WL}}(\phi_1 - \phi_2) + \lambda_{\text{WL}}(N_1 - N_2) = \rho + \frac{f_1}{f_2} I \quad (7)$$

ϕ_{WL} 即为宽巷相位组合观测值(cycle), 其虚拟波长 λ_{WL} , 虚拟频率 f_{WL} 及相应的宽巷模糊度 N_{WL} 分别为

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\text{WL}} &= c / (f_1 - f_2) \\ f_{\text{WL}} &= f_1 - f_2 \\ N_{\text{WL}} &= N_1 - N_2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

短基线时, 电离层残差的影响可以忽略。将其中一频点的伪距观测值(如 p_2)与宽巷相位组合观测值差分可得到:

$$p_2 - \lambda_{\text{WL}}\phi_{\text{WL}} = \lambda_{\text{WL}}N_{\text{WL}} + M_2 + e_2 \quad (9)$$

宽巷模糊度的值一般是通过式(9)用取整(integer rounding)的方式得到:

$$\widehat{N}_{\text{WL}} = \text{Int} \left[\frac{p_2}{\lambda_{\text{WL}}} - \phi_{\text{WL}} \right] \quad (10)$$

$\text{Int}[\cdot]$ 表示取最接近的整数。

可见, 宽巷模糊度的估计不仅受伪距噪声误差的影响, 还会受伪距多径误差的影响。

忽略伪距多径误差时, 图2(a)给出了使用双差观测数据 α 并利用式(10)所确定的宽巷模糊度, 其中实线部分是由式(10)计算得到的宽巷模糊度实数值, 而用“o”标出的部分则是取整后的宽巷模糊度值。由于此段观测数据的模糊度真值已

知, 可利用式(5)与式(6)计算出伪距多径误差(图1所示)。因此, 图2(b)给出了已经消除掉伪距多径误差后的宽巷模糊度的值。可以看出, 本文所使用的C/A码观测数据, 由于多径误差和观测噪声太大以致无法单历元确定宽巷模糊度, 在经过相应的多径误差改正之后, 由C/A码确定的宽巷模糊度大部分都能够取到正确值, 只有个别值偏离真值一周。

长基线时, 电离层残差的影响不可忽略。为消除电离层误差的影响, 可使用双频伪距的窄巷组合代替式(9)中的伪距观测值 p_2 。其中伪距的窄巷组合表示为

$$\lambda_a \left(\frac{p_1}{\lambda_1} + \frac{p_2}{\lambda_2} \right) = \rho + \frac{f_1}{f_2} I + M_{mw} + e_{mw} \quad (11)$$

其中 $M_{mw} = \lambda_a \left(\frac{M_1}{\lambda_1} + \frac{M_2}{\lambda_2} \right)$, $e_{mw} = \lambda_a \left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} \right)$, $\lambda_a = \frac{c}{f_1 + f_2}$ 。

将式(7)与式(11)作差得:

$$\lambda_a \left(\frac{p_1}{\lambda_1} + \frac{p_2}{\lambda_2} \right) - \lambda_{WL} \phi_{WL} = M_{mw} + N_{mw} + e_{mw} \quad (12)$$

其中 $N_{mw} = \lambda_{WL} N_{WL}$ 。

式(12)就是著名的Melbourne-Wubben组合, 它分别由Wubben和Melbourne于1985年提出, 简称MW组合^[8,9]。MW组合由双频伪距和相位观测值组成, 从其表达式可以看出, 消除了电离层、几何距离、钟差及对流层等的影响。

同样的, 宽巷模糊度的值可通过对式(12)用取整的方式得到:

$$\hat{N}_{WL} = \text{Int} \left[\frac{\lambda_a}{\lambda_{WL}} \left(\frac{p_1}{\lambda_1} + \frac{p_2}{\lambda_2} \right) - \phi_{WL} \right] \quad (13)$$

此时宽巷模糊度的估计虽然消除了电离层残差的影响, 但仍然受伪距多径 M_{mw} 和观测噪声 e_{mw} 的影响。

使用C/A码和P2码构造MW组合并利用式(13), 可确定一段基线长度为2600km的实际双差观测数据 b 的宽巷模糊度值。此段双差观测数据的历元间隔为30s, 由卫星对PRN02和PRN06在GPS时段432270~442140(s)构成, 共330个历元, 已经过周跳的检验与改正, N_1 的真值为4671879(cycles), N_2 的真值为3640431(cycles)。在上述已知条件下, M_{mw} 仍然可利用事后估计多径误差的方法得到, 只要将式(11)替换式(5)中的 p_1 即可, 此处不再详述。

图2(c)给出了使用MW组合确定的双差观测数据 b 的宽巷模糊度值。同样的, 图2(d)也给出了经过多径误差修正后的宽巷模糊度。可以看出, 经过多径误差改正后的宽巷模糊度的估计性能有了显著提高, 仅有个别点偏离了真值1周, 这与构造MW组合时使用了噪声和多径误差都比较大的C/A码有关。

综合上述基于短基线和长基线的单历元宽巷模糊度估计结果, 表明在忽略伪距多径误差的情况下其可靠性很差, 而经过多径误差修正后, 可靠性显著提高。可见, 伪距多径

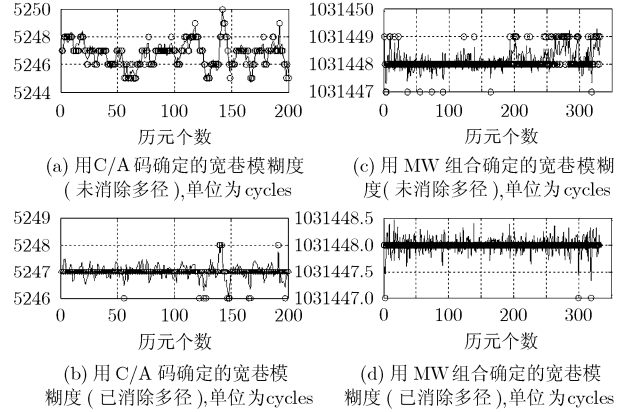


图2 单历元宽巷模糊度的确定

误差的存在是影响宽巷模糊度正确估计的主要原因, 有必要消除其影响。

4 基于卡尔曼滤波的伪距多径误差及宽巷模糊度的实时分离

本文选用MW组合观测值并利用卡尔曼滤波来实现宽巷模糊度与多径误差的实时分离。选用MW组合的原因有两个, 一是可免受电离层残差的影响, 即不受基线长度的约束。二是可有效提高计算效率。对于实时估计系统, 计算效率是非常重要的。MW组合观测值不必考虑用户的运动状态, 其状态矢量只有两个, 即 $\mathbf{x} = [M_{mw}, N_{mw}]^T$ 。但在短基线时, 允许直接选用P码而不使用MW组合。本文为书写方便, 仅以MW组合为例。

首先, 假定式(12)中的多径误差 M_{mw} 为一阶高斯马尔可夫过程:

$$\dot{M}_{mw} = -\frac{1}{\tau_m} M_{mw} \quad (14)$$

τ_m 为多径误差的时间相关常数, 其值可取 $\tau_m = 60 \sim 900s$ 。

由于整周模糊度属于不变常量, 因此状态方程表示为

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_m} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (15)$$

由式(12)建立观测方程:

$$\lambda_a \left(\frac{p_1}{\lambda_1} + \frac{p_2}{\lambda_2} \right) - \lambda_{WL} \phi_{WL} = [1 \ 1] \mathbf{x} + e_{mw} = \mathbf{H} \mathbf{x} + e_{mw} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{H} = [1 \ 1]$ 。

利用式(15)和式(16), 构造离散系统的状态方程和观测方程为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \quad (17)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H} \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\omega}_k \quad (18)$$

其中 $\mathbf{x}_k = [M_{mw}, N_{mw}]_k'$ 为在第 k 个历元的估计参数, $\mathbf{z}_k = \left[\lambda_a \left(\frac{p_1}{\lambda_1} + \frac{p_2}{\lambda_2} \right) - \lambda_{WL} \phi_{WL} \right]_k$ 为在第 k 个历元的观测值, $\mathbf{A} =$

$$\begin{bmatrix} -\frac{T}{\tau_m} & \\ e & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{W}_k \text{ 和 } \boldsymbol{\omega}_k \text{ 分别是零均值的白噪声序列。}$$

按照式(17)和式(18)给出的系统状态方程及观测方程，使用卡尔曼滤波可实时得到每个观测时刻的多径误差和宽巷模糊度值，因此可实现多径误差与宽巷模糊度的分离。在应用卡尔曼滤波算法时，应特别注意滤波的初始条件，其具体设置方法可参考文献[10]。

图3和图4分别用实线给出了对观测数据 a 和 b 应用卡尔曼滤波得到的多径误差和宽巷模糊度，其中MW组合是由C/A码和P2码构造而成。为了更好地比较此方法的效果，图3和图4也分别用虚线给出了用事后估计方法得到的多径误差及利用其值修正后的宽巷模糊度。

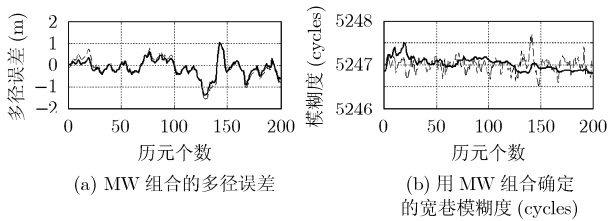


图3 卡尔曼滤波确定的多径误差及宽巷模糊度(基线长度: 20m)

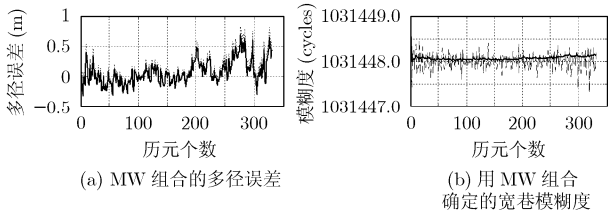


图4 卡尔曼滤波确定的多径误差及宽巷模糊度(基线长度: 2600km)

由图3和图4可以看出:

(1)卡尔曼滤波与事后估计得到的多径误差基本一致,说明本文所提方法有效地分离出了伪距多径误差。

(2)经卡尔曼滤波得到的宽巷模糊度可以很快地得到其正确值。在图3中,所有历元的宽巷模糊度取整后都得到其正确值,而图4中只有第1个历元得到的宽巷模糊度值偏离其真值1周,其余所有后续历元都取正确值。由此说明使用卡尔曼滤波显著提高了宽巷模糊度估计的可靠性,也缩短了模糊度估计的时间。

(3)经卡尔曼滤波得到的宽巷模糊度曲线比第3节消除伪距多径误差而确定宽巷模糊度方法得到的曲线更加平滑。这是因为第3节中宽巷模糊度的确定是单个历元独立进行的,在估计宽巷模糊度时没有对观测噪声进行任何处理,而卡尔曼滤波在分离多径误差与宽巷模糊度的同时,还对观测噪声有平滑滤波的作用。

实际上,此方法还可以同时用于估计距离或其它未知参数,并可应用于不同场合。例如,对于非差或长基线观测数

据,低动态时可定义状态矢量为 $\mathbf{x} = [\rho, \dot{\rho}, I, \dot{I}, M_{\text{mw}}, N_{\text{mw}}]^T$, 高动态时 $\mathbf{x} = [\rho, \dot{\rho}, \ddot{\rho}, I, \dot{I}, M_{\text{mw}}, N_{\text{mw}}]^T$; 对于短基线双差观测数据,低动态时定义状态矢量为 $\mathbf{x} = [\rho, \dot{\rho}, M_{\text{mw}}, N_{\text{mw}}]^T$, 高动态时 $\mathbf{x} = [\rho, \dot{\rho}, \ddot{\rho}, M_{\text{mw}}, N_{\text{mw}}]^T$ 。不失一般性,下面给出短基线双差条件下的低动态状态方程:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_v} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (19)$$

其中 τ_v 为速度的时间相关常数。

由式(7)与式(11), 观测方程表示为

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \begin{pmatrix} p_1 & p_2 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{pmatrix} \\ \lambda_{\text{WL}} \phi_{\text{WL}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} e \\ \varepsilon \end{bmatrix} \quad (20)$$

由于本文以快速估计宽巷模糊度为目的,由式(17)和式(18)提供的状态方程和观测方程,未知参数个数较少,显然比使用式(19)与式(20)的计算效率高。

5 仿真及实验结果

下面将以实际观测数据 a 和 b 为基础产生仿真数据。其中,由式(5)与式(6)估计得到的多径误差序列作为伪距多径误差的真值,取非差C/A码的噪声方差为 0.4^2m , 非差P码的噪声方差为 0.2^2m , 而非差相位的噪声方差为 0.0005^2m 。同时,每个频点上的相位模糊度仍然取实际观测数据 a 与 b 中的数值。将产生的仿真数据采用本文所提方法实时分离伪距多径与宽巷模糊度,仿真次数为100。图5和图6分别给出了不同基线长度时宽巷模糊度估计的平均误差和标准差曲线。

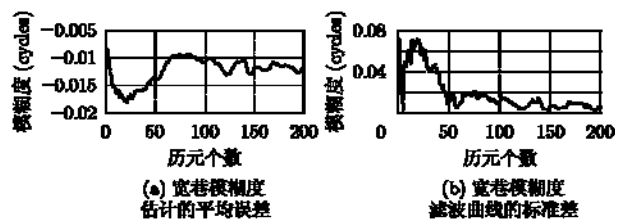


图5 宽巷模糊度估计的平均误差及标准差曲线 (基线长度: 20m)

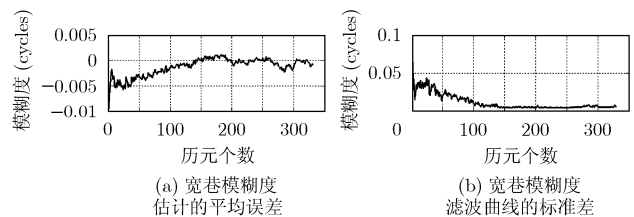


图6 宽巷模糊度估计的平均误差及标准差曲线 (基线长度: 2600km)

虽然此算法实现比较简单,但由仿真及实验结果可以看出,此算法计算精度高,能够在较短时间内使宽巷模糊度的

值限制在一定的误差范围之内, 是一种有效的消除伪距多径并实现宽巷模糊度快速估计的算法。

6 结束语

使用MW组合并基于卡尔曼滤波的多径误差与模糊度估计, 有效地实现了伪距多径和宽巷模糊度的实时分离。此算法适用于双频或多频接收机的数据处理, 不仅可以处理静态、动态观测数据, 还适用于处理不同基线长度的观测数据, 应用范围广泛。由于MW组合是双频伪距和相位观测数据组合, 故此方法仅适用于双频或多频卫星导航定位系统。将此方法应用于未来GNSS系统三频模糊度的估计时, 将有效地提高未来GNSS精密导航定位系统的性能, 这将是下一步要进行的工作。

参 考 文 献

- [1] Harris R A. Direct resolution of carrier phase ambiguity by 'Bridging the wavelength Gap'. ESA Publication "TST/60107/RAH/Word", 1997.
- [2] Forssell B, Martin-Neira M, and Harris R A. Carrier phase ambiguity resolution in GNSS-2. Proceeding of ION GPS-97, Kansas City, 1997: 1727-1736.
- [3] Vollath U. Analysis of three carrier ambiguity resolution techniques for precise relative positioning in GNSS-2. *Journal of the Institute of Navigation*, 1999, 46(1): 13-23.
- [4] Ray K. Mitigation of GPS code and carrier phase multipath effects using a multi-antenna system. [PhD], Geomatics Engineering, The University of Calgary, 2000.
- [5] SATNAV. SATNAV Toolbox Menu. GPSSoft LLC, Athens, ohio. 1998.
- [6] Yunchun Y, Hatch R, and Richard T. GPS multipath mitigation in measurement domain and its application for high accuracy navigation. Proceedings of ION GPS-04, Long Beach, 2004: 1124-1130.
- [7] Yujie Z and Chris B. Multipath mitigation in the frequency domain. Position Location and Navigation Symposium, Monterey, 2004: 486-495.
- [8] Wubbena G. Software developments for geodetic positioning with GPS using TI-4100 code and carrier measurements. Proceedings of the First International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Maryland, 1985: 15-19.
- [9] Melbourne G. The case for ranging in GPS based geodetic systems. Proceedings of First International Symposium on Precise Positioning with the Positioning System, Maryland, 1985: 373-386.
- [10] 刘福声, 罗鹏飞. 统计信号处理. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999: 194-195.
Liu F S and Luo P F. Statistical signal processing. Changsha: National University of Defense Technology, 1999: 194-195.

范建军: 女, 1978年生, 博士生, 研究方向为星基导航与定位技术。

雍少为: 男, 1964年生, 研究员, 主要从事定位与制导、扩频通信等领域的研究工作。

王飞雪: 男, 1971年生, 教授, 博士生导师, 目前主要从事卫星导航定位、扩频信号处理、电子系统抗干扰全数字接收机领域的研究。