最佳三进阵列偶构造方法研究

贾彦国　郭继山　崔　莉　许成谦
(燕山大学信息科学与工程学院　秦皇岛　066004)

摘　要：该文利用最佳三进阵列偶的性质给出了两种构造最佳三进阵列偶的方法，即最佳三进阵列偶的周期乘法、最佳三进阵列偶的递归构造法，利用这些方法可以构造出大量的最佳三元阵列偶。

关键词：信息论；最佳信号；阵列偶；最佳三进阵列偶
中图分类号：TN911.2　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2008)04-0814-03

The Study of Methods for Constructing Perfect Ternary Array Pairs

Jia Yan-guo　Guo Ji-shan　Cui Li　Xu Cheng-qian
(*The College of Information Science & Engineering,Yanshan University, Qinhuangdao* 066004, *China*)

Abstract: This paper presents two kinds of methods for constructing perfect ternary array pairs by using perfect ternary array pairs properties. They are periodic multiplication of perfect ternary array pairs and recursing construction of perfect ternary array pairs. Perfect ternary array pairs can be proposed.

Key words: Information theory; Perfect signal; Array pairs; Perfect ternary array pairs

1　引言

最佳二进阵列[1]是一种性能很好的伪噪声阵列，但最佳二进阵列的存在空间是非常有限的，仅存在体积为 $4t^2$ (t 为整数)，尽管最佳二进阵列偶具有良好的相关特性，由于其条件的限制，要寻找大量满足条件的最佳阵列非常困难。一种解决方法是增加阵列的元素取值，人们提出了最佳三进阵列[2, 3]，但在判定阵列的最佳性时使用的自相关函数仍然是阵列与自身时延阵列的内积来表达的，这还是大大限制了最佳阵列的存在空间；另一种方法是引入“偶”的概念，人们相继提出了最佳二进阵列偶[4]、准最佳二进阵列偶[5]、最佳屏蔽二进阵列偶[6]等。阵列偶由两个相同阶数的阵列组成，这两个阵列的互相关函数定义为这个阵列偶的自相关函数。由于阵列偶同样是具有良好的相关特性的离散信号，因而可广泛用于通信、雷达、导航、信号处理系统中，其方法是在系统中任选最佳三进阵列偶中的一个阵列最为传输信号，而另一个阵列作为接收机的本地阵列，通过计算阵列偶的自相关函数来达到提取信息的目的。最佳三进阵列偶则是最近提出的又一种具有良好相关特性的离散信号，文献[7]中提出了最佳三进阵列偶的定义，研究了它们的性质，并给出了若干种最佳三进阵列偶的构造方法。本文则重点研究了用已知的最佳三进阵列偶来构造高阶最佳三进阵列偶的两种方法，为实际的工程应用提供了更多的选择范围。

2　基本定义及性质

定义 1[7]　设 $X=[x(s_1,s_2,\cdots,s_n)]$ 和 $Y=[y(s_1,s_2,\cdots,s_n)]$ 是两个 n 维 $N_1\times N_2\times\cdots\times N_n$ 阶三进阵列，其中 $0\le s_i\le N_i-1$，$(1\le i\le n)$，称 X 和 Y 为一个 n 维三进阵列偶，记为 (X,Y)；称 $E=N_1N_2\cdots N_n$ 为该阵列偶的体积；此阵列偶的自相关函数定义为

$$R_{(X,Y)}(r_1,r_2,\cdots,r_n)=\sum_{s_1,s_2,\cdots,s_n}x(s_1,s_2,\cdots,s_n)y(s_1+r_1,s_2+r_2,\cdots,s_n+r_n)\qquad(1)$$

定义 2[7]　若体积为 E 的 n 维三进阵列偶 (X,Y) 的自相关函数 $R_{(X,Y)}(r_1,r_2,\cdots,r_n)$ 满足：

$$R_{(X,Y)}(r_1,r_2,\cdots,r_n)=\begin{cases}F, & (r_1,r_2,\cdots,r_n)=(0,0,\cdots,0),F\ne 0\\ 0, & (r_1,r_2,\cdots,r_n)\ne(0,0,\cdots,0)\end{cases}\qquad(2)$$

则称该阵列偶为最佳三进阵列偶，记作 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$，$F$ 称为它的峰值。

最佳三进阵列偶中元素的取值集合为 $\{-1,0,+1\}$。为了书写方便用“-”，“0”，“+”代替“- 1”，“0”，“+1”。

3　最佳三元阵列偶的特征多项式性质

设 n 维 $N_1\times N_2\times\cdots\times N_n$ 阶阵列 X 的特征多项式为

$$P_X(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}X(s_1,s_2,\cdots,s_n)x_1^{s_1}x_2^{s_2}\cdots x_n^{s_n}\qquad(3)$$

定理 1　若存在 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$，其峰值为 F，当且仅当

$$P_X(x_1,x_2,\cdots,x_n)P_Y(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots,x_n^{-1})=F$$
$$(\bmod\, x_1^{N_1}-1,x_2^{N_2}-1,\cdots,x_n^{N_n}-1)$$

其中 $P_X(x_1,x_2,\cdots x_n)$，$P_Y(x_1,x_2,\cdots x_n)$ 为 X，Y 的特征多项式。

证明　由于存在 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$，所以有

2006-10-19 收到，2007-03-14 改回
国家自然科学基金(60272026)资助课题

$$\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}X(s_1,s_2,\cdots,s_n)Y(s_1,s_2,\cdots,s_n)=F \quad (4)$$

当且仅当 $(r_1,r_2,\cdots,r_n)\neq(0,0,\cdots,0)$ 时

$$\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}X(s_1,s_2,\cdots,s_n)Y(s_1+r_1,s_2+r_2,\cdots,s_n+r_n)=0 \quad (5)$$

所以在 $(\bmod\, x_1^{N_1}-1,x_2^{N_2}-1,\cdots,x_n^{N_n}-1)$ 条件下，根据式(4)和式(5)，有

$$\begin{aligned}&P_X(x_1,x_2,\cdots,x_n)P_Y(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots,x_n^{-1})\\ &\equiv\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}X(s_1,s_2,\cdots,s_n)x_1^{s_1}x_2^{s_2}\cdots x_n^{s_n}\\ &\quad\cdot\sum_{u_1=0}^{N_1-1}\sum_{u_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{u_n=0}^{N_n-1}Y(u_1,u_2,\cdots,u_n)x_1^{-u_1}x_2^{-u_2}\cdots x_n^{-u_n}\\ &\equiv\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}\sum_{u_1=0}^{N_1-1}\sum_{u_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{u_n=0}^{N_n-1}X(s_1,s_2,\cdots,s_n)\\ &\quad\cdot Y(u_1,u_2,\cdots,u_n)x_1^{s_1-u_1}x_2^{s_2-u_2}\cdots x_n^{s_n-u_n}\\ &\equiv\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}X(s_1,s_2,\cdots,s_n)Y(s_1,s_2,\cdots,s_n)\\ &\quad+\sum_{r_1=1}^{N_1-1}\sum_{r_2=1}^{N_2-1}\cdots\sum_{r_n=1}^{N_n-1}\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}X(s_1,s_2,\cdots,s_n)\\ &\quad\cdot Y(s_1+r_1,s_2+r_2,\cdots,s_n+r_n)x_1^{r_1}x_2^{r_2}\cdots x_n^{r_n}\equiv F\end{aligned} \quad (6)$$

证毕

4 最佳三进阵列偶的构造

4.1 用周期乘积构造 PTAP

周期乘积构造法，它是由两个或多个短周期码复合生成较长周期码的一种有效方法。

定理 2 若存在 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,\cdots,N_k,\cdots,N_l,\cdots,N_n)$ 和 $\mathrm{PTAP}_{(X',Y')}(N_1,\cdots,N_k',\cdots,N_l',\cdots,N_n)$，且 $(N_k,N_k')=1$，$(N_l,N_l')=1$，则存在 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,\cdots,N_kN_k',\cdots,N_lN_l',\cdots,N_n)$。

证明 设 X，Y，X'，Y' 的特征多项式为 $P_X(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$P_Y(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$P_{X'}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$P_{Y'}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，那么有

$$P_X(x_1,x_2,\cdots x_n)P_Y(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots x_n^{-1})=F \quad (\bmod\, x_1^{N_1}-1,x_2^{N_2}-1,\cdots,x_n^{N_n}-1) \quad (7)$$

$$P_{X'}(x_1,x_2,\cdots x_n)P_{Y'}(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots x_n^{-1})=F \quad (\bmod\, x_1^{N_1}-1,x_2^{N_2}-1,\cdots,x_n^{N_n}-1) \quad (8)$$

在 $(\bmod\, x_1^{N_1}-1,\cdots,x_k^{N_kN_k'}-1,\cdots,x_l^{N_lN_l'}-1,\cdots,x_n^{N_n}-1)$ 的条件下，令

$$H(x_0^{N_1},\cdots,x_k^{N_k},\cdots,x_l^{N_l},\cdots,x_n^{N_n})=P_X(x_1^{N_1},\cdots,x_k^{N_kN_k'},\cdots,x_l^{N_lN_l'},\cdots,x_n^{s_n})P_{X'}(x_1^{N_1},\cdots,x_k^{N_kN_k'},\cdots,x_l^{N_lN_l'},\cdots,x_n^{s_n}) \quad (9)$$

$$H'(x_0^{N_1},\cdots,x_k^{N_k},\cdots,x_l^{N_l},\cdots,x_n^{N_n})=P_Y(x_1^{N_1},\cdots,x_k^{N_kN_k'},\cdots,x_l^{N_lN_l'},\cdots,x_n^{s_n})P_{Y'}(x_1^{N_1},\cdots,x_k^{N_kN_k'},\cdots,x_l^{N_lN_l'},\cdots,x_n^{s_n}) \quad (10)$$

由于 $(N_k,N_k')=1$，$(N_l,N_l')=1$，那么 $H(x_0^{N_1},\cdots,x_k^{N_k},\cdots,x_l^{N_l},\cdots,x_n^{N_n})$ 和 $H'(x_0^{N_1},\cdots,x_k^{N_k},\cdots,x_l^{N_l},\cdots,x_n^{N_n})$ 的系数为"-1"，"0"，"+1"。计算

$$H(x_0^{N_1},\cdots,x_k^{N_k},\cdots,x_l^{N_l},\cdots,x_n^{N_n})\cdot H'(x_0^{-N_1},\cdots,x_k^{-N_k},\cdots,x_l^{-N_l},\cdots,x_n^{-N_n})\equiv F_1F_2 \quad (11)$$

所以 $H(x_0^{N_1},\cdots,x_k^{N_k},\cdots,x_l^{N_l},\cdots,x_n^{N_n})$ 和 $H'(x_0^{N_1},\cdots,x_k^{N_k},\cdots,x_l^{N_l},\cdots,x_n^{N_n})$ 对应的矩阵为 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,\cdots,N_kN_k',\cdots,N_l\cdot N_l',\cdots,N_n)$。

证毕

例 1 已知 PTAP(3,3) (峰值为 4)和 PTAP(1,5) (峰值为 2)

$$\left(\begin{bmatrix}+++\\+--\\+--\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0++\\+0\ 0\\+0\ 0\end{bmatrix}\right),\quad([++000],[++-+-])$$

通过定理 2 的方法可以构造出 PTAP(3,15) (峰值为 8)：

$$\left(\begin{bmatrix}+00+0+00+0+00+0\\+00+0-00-0-00-0\\+00+0-00-0-00-0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}00000++-+-+-++-+-\\++-+-0000000000\\++-+-0000000000\end{bmatrix}\right)$$

4.2 PTAP 的递归构造

递归构造法是用低阶的阵列构造高阶阵列的一种较常用的方法，下面给出利用已知的两个主峰相等且阶数相等的 PTAP 来构造高阶的 PTAP。

定理 3 若存在 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$ 和 $\mathrm{PTAP}_{(X',Y')}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$，且它们的峰值相等，则存在 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,\cdots,2N_k,\cdots,2N_l,\cdots,N_n)$，$(1\le k\le l\le n)$。

证明 设 X，Y，X'，Y' 的特征多项式为 $P_X(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$P_Y(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$P_{X'}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$P_{Y'}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，由于 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$ 和 $\mathrm{PTAP}_{(X',Y')}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$ 的峰值相等，那么有

$$P_X(x_1,x_2,\cdots x_n)P_Y(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots x_n^{-1})=F \quad (\bmod\, x_1^{N_1}-1,x_2^{N_2}-1,\cdots,x_n^{N_n}-1) \quad (12)$$

$$P_{X'}(x_1,x_2,\cdots x_n)P_{Y'}(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots x_n^{-1})=F \quad (\bmod\, x_1^{N_1}-1,x_2^{N_2}-1,\cdots,x_n^{N_n}-1) \quad (13)$$

在 $(\bmod\, x_1^{N_1}-1,\cdots,x_k^{2N_k}-1,\cdots,x_l^{2N_l}-1,x_n^{N_n}-1)$ 的条件下，令

$$H(x_1,x_2,\cdots,x_n)=(1+x_k^{s_k})P_X(x_1,\cdots,x_k,\cdots,x_l^2,x_n)+x_l(1-x_k^{s_k})P_{X'}(x_1,\cdots,x_k,\cdots,x_l^2,x_n) \quad (14)$$

$$H'(x_1,x_2,\cdots,x_n)=(1+x_k^{s_k})P_Y(x_1,\cdots,x_k,\cdots,x_l^2,x_n)+x_l(1-x_k^{s_k})P_{Y'}(x_1,\cdots,x_k,\cdots,x_l^2,x_n) \quad (15)$$

那么 $H(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 $H'(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的系数为 "-1"、"0"、"+1"，计算

$$\begin{aligned}&H(x_1,x_2,\cdots,x_n)H'(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots,x_n^{-1})\\ &\equiv[(1+x_k^{s_k})P_X(x_1,\cdots,x_k,\cdots,x_l^2,x_n)+x_l(1-x_k^{s_k})\\ &\quad\cdot P_{X'}(x_1,\cdots,x_k,\cdots,x_l^2,x_n)][(1+x_k^{-s_k})P_Y(x_1^{-1},\cdots,x_k^{-1},\cdots,\\ &\quad x_l^{-2},x_n^{-1})+x_l^{-1}(1-x_k^{-s_k})P_{Y'}(x_1^{-1},\cdots,x_k^{-1},\cdots,x_l^{-2},x_n^{-1})]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\equiv 2(1+x_k^{s_k})P_X(x_1,\cdots,x_k,\cdots,x_l^2,x_n)P_Y(x_1^{-1},\cdots,x_k^{-1},\cdots,\\&\quad x_l^{-2},x_n^{-1})+2(1-x_k^{s_k})P_{X'}(x_1,\cdots,x_k,\cdots,x_l^2,x_n)P_{Y'}(x_1^{-1},\cdots,\\&\quad x_k^{-1},\cdots,x_l^{-2},x_n^{-1})+x_l^{-1}(1+x_k^{s_k})(1-x_k^{-s_k})P_X(x_1,\cdots,x_k,\cdots,\\&\quad x_l^2,x_n)P_{Y'}(x_1^{-1},\cdots,x_k^{-1},\cdots,x_l^{-2},x_n^{-1})+x_l(1-x_k^{s_k})(1+x_k^{-s_k})\\&\quad \cdot P_Y(x_1,\cdots,x_k,\cdots,x_l^2,x_n)P_{X'}(x_1^{-1},\cdots,x_k^{-1},\cdots,x_l^{-2},x_n^{-1})\\&\equiv 4F \qquad (16)\end{aligned}$$

所以 $H(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 $H'(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 对应的矩阵构成 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,\cdots,2N_k,\cdots,2N_l,\cdots,N_n)$，$(1\le k\le l\le n)$。

证毕

定理 4 若存在$\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$和$\mathrm{PTAP}_{(X',Y')}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$，且它们的峰值相等，则存在$\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,\cdots,4N_k,\cdots,N_l,\cdots,N_n)$，$(1\le k\le l\le n)$。

证明 设 X，Y，X'，Y' 的特征多项式为 $P_X(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$P_Y(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$P_{X'}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，$P_{Y'}(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，由于 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$ 和 $\mathrm{PTAP}_{(X',Y')}(N_1,N_2,\cdots,N_n)$ 的峰值相等，那么有

$$P_X(x_1,x_2,\cdots x_n)P_Y(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots x_n^{-1})=F \quad (\mathrm{mod}\, x_1^{N_1}-1,x_2^{N_2}-1,\cdots,x_n^{N_n}-1) \qquad (17)$$

$$P_{X'}(x_1,x_2,\cdots x_n)P_{Y'}(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots x_n^{-1})=F \quad (\mathrm{mod}\, x_1^{N_1}-1,x_2^{N_2}-1,\cdots,x_n^{N_n}-1) \qquad (18)$$

在$(\mathrm{mod}\, x_1^{N_1}-1,\cdots,x_k^{4N_k}-1,\cdots,x_l^{N_l}-1,x_n^{N_n}-1)$的条件下，令

$$\begin{aligned}H(x_1,x_2,\cdots,x_n)&=(1-x_k^{2s_k})P_X(x_1,\cdots,x_k^2,\cdots,x_l,x_n)\\&\quad+x_k(1+x_k^{2s_k})P_{X'}(x_1,\cdots,x_k^2,\cdots,x_l,x_n) \qquad (19)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}H'(x_1,x_2,\cdots,x_n)&=(1-x_k^{2s_k})P_Y(x_1,\cdots,x_k^2,\cdots,x_l,x_n)\\&\quad+x_k(1+x_k^{2s_k})P_{Y'}(x_1,\cdots,x_k^2,\cdots,x_l,x_n) \qquad (20)\end{aligned}$$

那么$H(x_1,x_2,\cdots,x_n)$和$H'(x_1,x_2,\cdots,x_n)$的系数为“-1”，“0”，“+1”，计算

$$\begin{aligned}&H(x_1,x_2,\cdots,x_n)H'(x_1^{-1},x_2^{-1},\cdots,x_n^{-1})\\&\equiv 2(1-x_k^{2s_k})P_X(x_1,\cdots,x_k^2,\cdots,x_l,x_n)P_Y(x_1^{-1},\cdots,x_k^{-2},\cdots,\\&\quad x_l^{-1},x_n^{-1})+2(1+x_k^{2s_k})P_{X'}(x_1,\cdots,x_k^2,\cdots,x_l,x_n)\\&\quad \cdot P_{Y'}(x_1^{-1},\cdots,x_k^{-2},\cdots,x_l^{-1},x_n^{-1})+x_k^{-1}(1-x_k^{2s_k})(1+x_k^{-2s_k})\\&\quad \cdot P_X(x_1,\cdots,x_k^2,\cdots,x_l,x_n)P_{Y'}(x_1^{-1},\cdots,x_k^{-2},\cdots,x_l^{-1},x_n^{-1})\\&\quad +x_k(1+x_k^{2s_k})(1-x_k^{-2s_k})P_Y(x_1,\cdots,x_k^2,\cdots,x_l,x_n)\\&\quad \cdot P_{X'}(x_1^{-1},\cdots,x_k^{-2},\cdots,x_l^{-1},x_n^{-1})\\&\equiv 4F \qquad (12)\end{aligned}$$

所以 $H(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 $H'(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 对应的矩阵构成 $\mathrm{PTAP}_{(X,Y)}(N_1,\cdots,4N_k,\cdots,N_l,\cdots,N_n)$，$(1\le k\le l\le n)$。

证毕

例 2 已知两个 PTAP(1,7) (峰值为 4) ($[+++00+0]$, $[+++--+-]$) 和 ($[+++-+--]$, $[+++0+00]$)，通过定理 3，定理 4 的构造方法可以构造出 PTAP(2,14) (峰值为 16)，PTAP(4,7) (峰值为 16)：

$$\left(\begin{bmatrix}+ + + + + + 0 - 0 + + - 0 -\\ + - + - + - 0 + 0 - + + 0 +\end{bmatrix},\begin{bmatrix}+ + + + + + - 0 - + + 0 - 0\\ + - + - + - 0 - - - + 0 - 0\end{bmatrix}\right)$$

$$\left(\begin{bmatrix}+ + + 0 0 + 0\\ + + + - + - -\\ - - - 0 0 - 0\\ + + + - + - -\end{bmatrix},\begin{bmatrix}+ + + - - + -\\ + + + 0 + 0 0\\ - - - + + - +\\ + + + 0 + - -\end{bmatrix}\right)$$

5 结束语

最佳二进阵列在工程中已得到了广泛的应用，如同步信号处理、图像编码、数据压缩、模式识别以及高维信号处理等。具有类似性质最佳周期循环相关特性的最佳三进阵列偶同样也可以应用在这些领域。本文则对最佳三进阵列偶的构造方法进行了研究，利用这些方法可以构造出大量的最佳三元阵列偶，为实际的工程应用提供更多的选择。

参 考 文 献

[1] 杨义先，林须端著. 编码密码学[M]. 北京：人民邮电出版社，1992: 56–118.

[2] Antweiler M M, Bomer L, and Luke H D. Perfect ternary arrays[J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1990, 36(3): 696–705.

[3] Xiwang Cao and Weisheng Qiu. A note on perfect Arrays[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(4): 435–438.

[4] 赵晓群，何文才，王仲文等. 最佳二进阵列偶理论研究. 电子学报, 1999, 27(1): 34–37.

[5] 蒋挺，赵晓群，李琦等. 准最佳二进阵列偶.电子学报，2003, 31(5): 751–755.

[6] 蒋挺，候蓝田，赵晓群. 最佳屏蔽二进阵列偶理论研究.电子学报, 2004, 32(2): 282–286.

[7] 贾彦国，郭继山. 最佳三进阵列偶的研究. 2006 年青年通信学术会议，中国绵阳. 第十一届全国青年通信学术会议论文集，2006: 268–275.

贾彦国：男，1971 年生，副教授，主要研究方向为信道编码理论、密码学、扩频序列设计、软件工程.

郭继山：男，1980 年生，硕士生，研究方向为信道编码理论、扩频序列设计.

崔 莉：女，1981 年生，硕士生，研究方向为信道编码理论、扩频序列设计.

许成谦：男，1961 年生，教授，博士生导师，主要研究方向为信道编码理论、密码学、扩频序列设计.