

## 一种改进的空间平滑算法

董 玫 张守宏 吴向东 张焕颖

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 空间平滑是一种有效的解相干算法。但是当相干信源相距很近时,传统的空间平滑算法性能明显下降。该文提出一种改进的空间平滑算法。该算法首先将子阵输出的自相关矩阵进行互相关,然后将前后向互相关矩阵平均后的协方差矩阵作为修正后的空间平滑矩阵进行空间谱估计。文中给出了该算法的表达式,分析了算法的性能。仿真结果证明该算法与传统算法及利用子阵协方差算法相比具有更高的分辨能力和更低的信噪比门限。

**关键词:** DOA 估计; 空间平滑; 互相关

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)04-0859-04

## An Improved Spatial Smoothing Technique

Dong Mei Zhang Shou-hong Wu Xiang-dong Zhang Huan-ying

(National Key Lab for Radar Signal Processing, Xidian Univ, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** Spatial smoothing techniques are effective to estimate the directions of coherent arrivals. The performance of these techniques deteriorates rapidly as the coherent arrivals become closely spaced. In this correspondence, an improved spatial smoothing technique is proposed. The algorithm makes cross-correlation of all auto-correlation matrixes of subarray output, and then takes the spatial spectrum estimation to the equivalent spatial smoothing matrix after the forward and backward correlation matrixes averaged. The formula for the algorithm is derived, and the performance of the algorithm is also analyzed. Simulation results demonstrate that the improved algorithm possesses a better resolving ability and a lower SNR threshold than conventional SS technique and subarray-covariance SS technique for DOA estimation of coherent signals.

**Key words:** DOA estimation; Spatial smoothing (SS); Cross-correlation

### 1 引言

基于特征分解的高分辨 DOA 估计算法无法估计相干信号源方向。空间平滑算法(Spatial Smoothing Techniques)<sup>[1, 2]</sup>由 Evans 等人首先提出,随后 Shan 等人经过不断的改进<sup>[3]</sup>成为一种常用的处理相干源的预处理方法。然而这个解相关过程的代价是牺牲了有效的空间阵列孔径。为了得到更大的有效阵列孔径,文献<sup>[4]</sup>提出了双向(前后向)平滑算法,该算法与单向(前向)空间平滑相比,阵列孔径损失小。以上传统算法只利用子阵间的自相关信息,当相干源的位置很近时,这些算法的性能有显著下降。文献<sup>[5]</sup>提出了利用各子阵间的互相关矩阵解相干的子阵协方差算法,其修正后的空间平滑矩阵提高了信噪比,因此可以获得更好的高分辨性能。文献<sup>[6]</sup>提出了平方空间平滑算法,减小平滑后等效的信源协方差的条件数来提高算法的分辨能力。文献<sup>[7]</sup>的加权空间平滑算法通过构造加权矩阵,充分利用子阵输出的互相关信息,尤其在方位先验知识已知的情况下,可以获得较高的分辨能力。本文提出的算法是通过对于子阵输出的自相关矩阵进行互相关,然后将前后向互相关矩阵平均后的协方差矩阵作为修

正后的空间平滑矩阵。该算法实际上是一种加权的空间平滑算法,但是不需要构造加权矩阵,能充分利用接收数据,增强等效空间平滑矩阵中信号成分,降低噪声的影响,以提高分辨能力。

本文第 2 节首先介绍了窄带阵列信号的数学模型,简要描述了传统的空间平滑算法和子阵协方差算法。第 3 节提出了改进空间平滑算法,分析比较 3 种算法的性能。第 4 节通过计算机仿真证明了算法的性能改善情况。

### 2 空间平滑算法

#### 2.1 窄带阵列信号数学模型

对于  $M$  元均匀线阵(ULA),阵元间距为  $d$ ,且假设均为各项同性阵元。阵列远场中在以线阵轴线的法线为参考的  $\theta_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 处有  $N$  个窄带点源以平面波入射(波长为  $\lambda$ )。阵列接收的快拍数据为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中  $\mathbf{X}(t)$  为  $M \times 1$  快拍数据矢量。 $\mathbf{N}(t)$  为  $M \times 1$  阵列噪声矢量,阵列噪声假定为空时独立的高斯白噪声,均值为 0,方差为  $\sigma^2$ 。 $\mathbf{S}(t)$  为信号矢量, $\theta$  为信源方位矢量, $\mathbf{A}(\theta)$  为阵列的流型矩阵, $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_N)]$ ,其中  $\mathbf{a}(\theta_n) = [1, e^{-j\beta_n}, \dots, e^{-j(M-1)\beta_n}]^T$ ,  $n = 1, \dots, N$ ,为第  $n$  个信源的导向矢

量, 信源波数  $\beta_n$  为:

$$\beta_n = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin(\theta_n) \quad (2)$$

阵列的协方差矩阵  $\mathbf{R}$  定义为:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$  为信源的协方差矩阵。  $\mathbf{I}$  为单位阵。  $H$  代表 Hermitian 转置。

## 2.2 传统的空间平滑算法和子阵协方差算法

信源协方差矩阵的非奇异性是基于特征分解方法成功应用的关键。空间平滑算法在信源相干的情况下可以通过对数据进行预处理而达到此目的。它利用均匀线阵(ULA)的平移不变性, 将阵列划分为相互重叠的  $L$  ( $L \geq N+1$ ) 个子阵, 每个子阵中阵元数为  $P$  ( $P \geq N+1$ ), 容易得到阵元总数与子阵间的关系  $M = L + P - 1$ 。传统的空间平滑矩阵可以表示为一个  $P \times P$  的协方差矩阵如式(4):

$$\mathbf{R}_p^i = \mathbf{A}_p \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H \mathbf{A}_p^H + \sigma^2 \mathbf{I}, \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (4)$$

其中  $\mathbf{A}_p$  是参考子阵(通常是最左边子阵)  $P \times N$  的阵列流型。

$$\mathbf{D} = \text{diag}[e^{-j\beta_1}, e^{-j\beta_2}, \dots, e^{-j\beta_N}] \quad (5)$$

$\mathbf{D}$  是一个  $N \times N$  的对角阵。注意到当子阵重叠时, 噪声将不再是独立的。在这种情况下可以先减去估计的噪声协方差, 或简单地忽略它的影响。文献[5]仿真中证明了噪声的影响是可以忽略的。

为了便于表示后向平滑表达式, 可以构造一个  $P \times P$  的协方差矩阵:

$$\bar{\mathbf{R}}_p^i = \mathbf{J}(\mathbf{R}_p^i) * \mathbf{J} \quad (6)$$

其中(\*)代表复共轭。  $\mathbf{J}$  是  $P \times P$  的交换矩阵, 它是一个次对角线(与主对角线垂直)元素为 1, 其他元素为零的方阵。

传统的空间平滑算法, 用前向(forward only)平滑和双向(forward-backward)平滑的表达式可以表示为

$$\tilde{\mathbf{R}}_f^1 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{R}_p^i \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{fb}^1 = \frac{1}{2L} \sum_{i=1}^L [\mathbf{R}_p^i + \bar{\mathbf{R}}_p^i] \quad (8)$$

文献[5]提出的利用子阵互相关的子阵协方差算法表示如下:

$$\tilde{\mathbf{R}}_f^2 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mathbf{R}_p^i \mathbf{R}_p^j \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{fb}^2 = \frac{1}{2L} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L [\mathbf{R}_p^i \mathbf{R}_p^j + \bar{\mathbf{R}}_p^i \bar{\mathbf{R}}_p^j] \quad (10)$$

## 3 改进的空间平滑算法

本文提出的算法, 在传统空间平滑算法的基础上, 将所有的子阵自相关矩阵进行互相关之后, 加和平均得到等效空间平滑矩阵。目的是加强主对角线上的元素对等效的空间平滑矩阵的影响, 使其最大限度地利用接收数据, 提高分辨能力。计算公式如下:

$$\tilde{\mathbf{R}}_f^3 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mathbf{R}_p^i \mathbf{R}_p^j \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{fb}^3 = \frac{1}{2L} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L [\mathbf{R}_p^i \mathbf{R}_p^j + \bar{\mathbf{R}}_p^i \bar{\mathbf{R}}_p^j] \quad (12)$$

### 3.1 算法理论分析

为了清楚地说明本算法的性能优越性, 本文将改进算法与传统算法, 子阵协方差算法进行比较。先推导出 3 种算法的等效空间平滑矩阵表达式和等效信源协方差矩阵表达式, 然后进行分析。为了节省篇幅推导过程以前向空间平滑为例。

首先推导传统 SS 算法的等效空间平滑矩阵:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_f^1 &= \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{R}_p^i = \mathbf{A}_p \left( \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H \right) \mathbf{A}_p^H + \sigma^2 \mathbf{I} \\ &= \mathbf{A}_p \mathbf{R}_f^1 \mathbf{A}_p^H + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $\mathbf{R}_f^1$  为传统 SS 算法的等效信源协方差矩阵, 表示为

$$\mathbf{R}_f^1 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H \quad (14)$$

协方差 SS 算法的等效空间平滑矩阵:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_f^2 &= \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mathbf{R}_p^i \mathbf{R}_p^j = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L (\mathbf{A}_p \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{j-1})^H \mathbf{A}_p^H + \\ &\sigma^2 \mathbf{I}) (\mathbf{A}_p \mathbf{D}^{j-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H \mathbf{A}_p^H + \sigma^2 \mathbf{I}) = \mathbf{A}_p \left( \sum_{j=1}^L P_j \frac{1}{L} \right. \\ &\left. \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H + 2\sigma^2 \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H \right) \mathbf{A}_p^H + \sigma^4 \mathbf{I} \\ &= \mathbf{A}_p \mathbf{R}_f^2 \mathbf{A}_p^H + \sigma^4 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\mathbf{R}_f^2$  为协方差 SS 算法的等效信源协方差矩阵, 表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_f^2 &= \sum_{j=1}^L P_j \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H + 2\sigma^2 \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H \\ &= (P_L + 2\sigma^2) \cdot \mathbf{R}_f^1 \end{aligned} \quad (16)$$

利用信源的协方差矩阵  $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$ , 可以将  $P_j$  表示为  $P_j = \mathbf{S}^H(\mathbf{D}^{j-1})^H \mathbf{A}_p^H \mathbf{A}_p \mathbf{D}^{j-1} \mathbf{S}$ , 那么  $P_j$  是个实数,  $P_j$  代表第  $j$  个子阵接收信号的功率总和。令  $P_L = \sum_{j=1}^L P_j$ ,  $P_L$  代表  $L$  个子阵接收功率之和。从式(16)可以看出子阵协方差 SS 算法的等效信源协方差矩阵是在自相关矩阵  $\mathbf{R}_f^1$  前乘以一个系数。因此子阵协方差 SS 算法与传统 SS 算法均是利用了接收数据的  $L$  个子阵的自相关矩阵。

同理推导改进 SS 算法的等效空间平滑矩阵:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_f^3 &= \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mathbf{R}_p^i \mathbf{R}_p^j \\ &= \mathbf{A}_p \left( \sum_{i,j=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{j-1})^H \left( \frac{P_{ij}}{L} \right) \right) \mathbf{A}_p^H + 2\sigma^2 \mathbf{A}_p \\ &\quad \cdot \left[ \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H \right] \mathbf{A}_p^H + \sigma^4 \mathbf{I} = \mathbf{A}_p \mathbf{R}_f^3 \mathbf{A}_p^H + \sigma^4 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $\mathbf{R}_f^3$  为改进 SS 算法的等效信源协方差矩阵, 表示为

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_f^3 &= \sum_{i,j=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{j-1})^H \left( \frac{P_{ij}}{L} \right) + 2\sigma^2 \cdot \mathbf{R}_f^1 \\
&= \sum_{i,j=1, (i \neq j)}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{j-1})^H \left( \frac{P_{ij}}{L} \right) + (P_L + 2\sigma^2) \cdot \mathbf{R}_f^1 \\
&= \sum_{i,j=1, (i \neq j)}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{j-1})^H \left( \frac{P_{ij}}{L} \right) + \mathbf{R}_f^2 \quad (18)
\end{aligned}$$

其中  $P_{ij}$  是个复数, 是子阵互相关矩阵的加权系数,  $P_{ij}$  表示为  $P_{ij} = \mathbf{S}^H (\mathbf{D}^{i-1})^H \mathbf{A}_p^H \mathbf{A}_p \mathbf{D}^{j-1} \mathbf{S}$ 。从式(18)可以看出改进 SS 算法利用了子阵的互相关信息, 平滑矩阵  $\mathbf{R}_f^3$  经过  $L^2$  个子阵的互相关矩阵加权, 因此改进 SS 算法利用了接收数据中更多的信息量, 提高了分辨能力。

注意到以上 3 种算法获得的等效空间平滑矩阵中信号能量与噪声能量的比例是不同的, 本文定义信噪比因子  $Q$  等于等效空间平滑矩阵中信号协方差矩阵的迹与噪声协方差矩阵的迹之比,  $Q$  值大说明等效空间平滑矩阵受噪声的扰动小, 算法的性能相对较好。令  $Q_1$  代表传统 SS 算法的信噪比因子,  $Q_2$  代表子阵协方差 SS 算法的信噪比因子,  $Q_3$  代表改进 SS 算法的信噪比因子,  $\text{tr}(\bullet)$  代表矩阵的迹, 则 3 种算法的信噪比因子分别为:

$$Q_1 = \frac{\text{tr}(\mathbf{A}_p \mathbf{R}_f^1 \mathbf{A}_p^H)}{\text{tr}(\sigma^2 \mathbf{I})} \quad (19)$$

$$Q_2 = \frac{\text{tr}(\mathbf{A}_p \mathbf{R}_f^2 \mathbf{A}_p^H)}{\text{tr}(\sigma^4 \mathbf{I})} = \left( \frac{P_L}{\sigma^2} + 2 \right) Q_1 \quad (20)$$

利用矩阵的迹是相似不变量<sup>[8]</sup>, 则

$$\begin{aligned}
&\text{tr} \left( \sum_{i,j=1, (i \neq j)}^L \mathbf{A}_p \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{j-1})^H \mathbf{A}_p^H \right) \\
&= \text{tr} \left( \sum_{i,j=1, (i \neq j)}^L \mathbf{S}^H (\mathbf{D}^{j-1})^H \mathbf{A}_p^H \mathbf{A}_p \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{S} \right) = \sum_{i,j=1, (i \neq j)}^L P_{ij} \quad (21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_3 &= \frac{\text{tr}(\mathbf{A}_p \mathbf{R}_f^3 \mathbf{A}_p^H)}{\text{tr}(\sigma^4 \mathbf{I})} \\
&= \frac{\text{tr} \left( \mathbf{A}_p \left( \sum_{i,j=1, (i \neq j)}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{j-1})^H \left( \frac{P_{ij}}{L} \right) \right) \mathbf{A}_p^H \right)}{\text{tr}(\sigma^4 \mathbf{I})} + Q_2 \\
&= \frac{\text{tr} \left( \sum_{i,j=1, (i \neq j)}^L \mathbf{A}_p \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{j-1})^H \mathbf{A}_p^H \left( \frac{P_{ij}}{L} \right) \right)}{\text{tr}(\sigma^4 \mathbf{I})} + Q_2 \\
&= \frac{\sum_{i,j=1, (i \neq j)}^L P_{ij}^2 / L}{\text{tr}(\sigma^4 \mathbf{I})} + Q_2 \quad (22)
\end{aligned}$$

容易看出  $Q_1 < Q_2 < Q_3$ , 改进 SS 算法性能要好于子阵协方差 SS 算法和传统 SS 算法。

有必要对改进 SS 算法的等效信源协方差矩阵  $\mathbf{R}_f^3$  秩的恢复进行证明:

$$\mathbf{R}_f^1 = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H = \frac{1}{L} \mathbf{C} \mathbf{C}^H \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_f^3 &= \frac{1}{L} \left( \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H \right) \mathbf{A}_p^H \mathbf{A}_p \left( \sum_{j=1}^L \mathbf{D}^{j-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{j-1})^H \right) + 2\sigma^2 \\
&\quad \cdot \left[ \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{R}_s (\mathbf{D}^{i-1})^H \right] = \frac{1}{L} \mathbf{C} \mathbf{C}^H \mathbf{A}_p^H \mathbf{A}_p \mathbf{C} \mathbf{C}^H + \frac{2\sigma^2}{L} \mathbf{C} \mathbf{C}^H \\
&= \frac{1}{L} \mathbf{C} (\mathbf{G}^H \mathbf{G} + 2\sigma^2 \mathbf{I}) \mathbf{C}^H, \quad (\mathbf{G}_{P \times N} \triangleq \mathbf{A}_p \mathbf{C}) \\
&= \frac{1}{L} \mathbf{A} \mathbf{B}, \quad (\mathbf{A}_{N \times N} \triangleq \mathbf{C}, \mathbf{B}_{N \times N} \triangleq (\mathbf{G}^H \mathbf{G} + 2\sigma^2 \mathbf{I}_N) \mathbf{C}^H) \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\text{rank}(\mathbf{A}) + \text{rank}(\mathbf{B}) - N \leq \text{rank}(\mathbf{A} \mathbf{B})$$

$$\leq \min \{ \text{rank}(\mathbf{A}), \text{rank}(\mathbf{B}) \} \quad (25)$$

利用传统算法中空间平滑矩阵已有的性质<sup>[3]</sup>, 平滑后的信源协方差矩阵是满秩的, 且秩等于信源的个数  $N$ , 即是如式(23)所示  $\text{rank}(\mathbf{R}_f^1) = \text{rank}(\mathbf{C}) = N$ 。对  $\mathbf{R}_f^3$  推导得到式(24), 利用秩的不等式<sup>[8]</sup>(25)可以容易得到  $\text{rank}(\mathbf{R}_f^3) = N$ 。这说明在相干源情况下, 利用改进 SS 算法可以恢复  $\mathbf{R}_f^3$  的秩, 能够对  $\tilde{\mathbf{R}}_f^3$  进行特征分解求出正确的噪声子空间或信号子空间, 进而得到信源方向。

### 3.2 算法性能分析

如式(19), 式(20), 式(22)改进 SS 算法能够更多地增强等效空间平滑矩阵中信号成分, 降低噪声的影响。另一方面从利用信息的角度看, 如式(14), 式(16)可以看出常规 SS 算法和协方差 SS 算法只利用了  $L$  个子阵输出的自相关信息; 而如式(18)改进 SS 算法的空间平滑矩阵利用了  $L^2$  个子阵的加权互相关矩阵, 并且对子阵自相关矩阵进行两次加权, 加强接收数据协方差对角线上自相关信息对等效的空间平滑矩阵的影响, 充分利用接收数据。所以改进 SS 算法在低信噪比时, 分辨空间相隔较近信源的能力优于常规 SS 算法与协方差 SS 算法。

## 4 计算机仿真

为了验证改进 SS 算法的有效性, 进行以下仿真, 参数设置如下: 使用 16 个阵元的均匀线阵, 阵元间距为 0.5 倍的波长, 在空间中以阵列的法线方向为参考的  $10^\circ, 12^\circ$  的方位上有 2 个等功率的全相干的信源, 快拍数为 60, 子阵阵元数为 8。

**仿真 1** 比较传统 SS 算法, 协方差 SS 算法与改进 SS 算法在双向平滑处理后估计 DOA 的性能蒙特卡罗仿真实验。

当信噪比从 0dB 到 25dB 变化时, 对 3 种算法在双向平滑处理后得到等效空间平滑矩阵, 再对其用求根 MUSIC 算法得到估计角度进行概率统计, 共进行了 500 次蒙特卡罗仿真统计试验。图 1 给出了 3 种算法估计方差的比较曲线, 图 2 给出了 3 种算法估计成功概率(定义为正确估计角度(误差小于 0.5 度)次数的比例)的比较曲线。仿真结果表明, 当  $\text{SNR} \leq 7\text{dB}$  时, 传统 SS 算法完全不能分辨开较近的信源, 成功概率接近零; 协方差 SS 算法在  $\text{SNR} \leq 2\text{dB}$  时, 成功概

率低于50%，估计的角度误差偏离信源大于 $2^\circ$ ；而改进SS算法在 $\text{SNR} > 2\text{dB}$ 时成功概率在60%以上，且估计方差较小，因此能够在低信噪比下分辨开较近的信源。

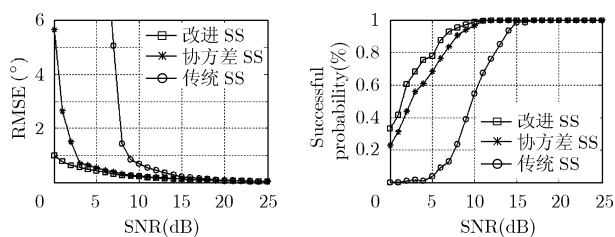


图1 3种算法处理后的估计方差 图2 3种算法处理后的成功概率

**仿真2** 比较3种算法在单向平滑处理下估计DOA的性能蒙特卡罗仿真实验。

当信噪比从0dB到25dB变化时，经过3种算法的单向平滑处理的500次蒙特卡罗仿真统计试验。图3给出了估计方差曲线，图4给出了成功概率。仿真结果表明，改进SS法在双向平滑比单向平滑时的分辨相距较近的目标这种情况的性能要好很多。从仿真1与2看出，前后向平滑下的改进算法性能最优，适用于低信噪比情况下，分辨空间相距较近的相干信源。

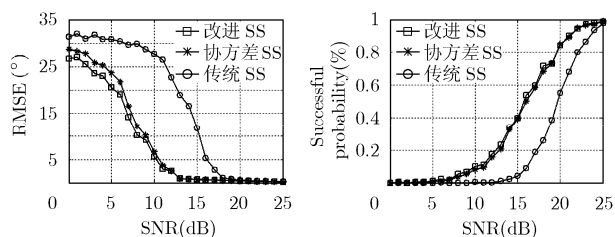


图3 3种算法单向平滑处理后的估计方差图

图4 3种算法单向平滑处理后的成功概率

## 5 结束语

本文提出了一种改进的空间平滑算法。该算法能够增强等效空间平滑矩阵中信号成分，降低噪声的影响，充分利用接收数据以提高分辨能力。计算机仿真结果表明，在低信噪比情况下，分辨空间相距较近的相干信源时，改进的空间平滑算法有更高的分辨力和更低的信噪比门限。

## 参考文献

- [1] Evans J E, Johnson J R, and Sun D F. High resolution angular spectrum estimation techniques for terrain scattering analysis and angle of arrival estimation [A]. IEEE 1st ASSP workshop spectral estimation, Hamilton, Ontario Canada [C], 1981: 134-139.
- [2] Evans J E, Johnson J R, and Sun D F. Application of advanced signal processing techniques to angle of arrival estimation in ACT navigation and surveillance system[R]. T Lincoln Lab, Lexington, MA, Tech Rep, 582, June 1982.
- [3] Shan T J, Wax M, and Lailath T. On spatial smoothing for estimation of coherent signals [J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1985, 33(4): 806-811.
- [4] Pillai S U and Kwon B H. Forward-backward spatial smoothing techniques for the coherent signal identification [J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, 37(1): 8-15.
- [5] Du Weixiu and Kirilin R L. Improved spatial smoothing techniques for DOA estimation of coherent signals[J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 1991, 39(5): 1208-1210.
- [6] Li Jian. Improved angular resolution for spatial smoothing techniques[J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 1992, 40(12): 3078-3081.
- [7] 王布宏, 王永良, 陈辉. 相干信源波达方向估计的加权空间平滑算法[J]. *通信学报*, 2003, 24(4): 31-40.
- [8] Wang B H, Wang Y L, and Chen Hui. Weighted spatial smoothing algorithm for direction of arrival estimation of coherent sources[J]. *Journal of China institute of communications*, 2003, 24(4): 31-40.
- [8] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004, 59-64.
- Zhang Xianda. Matrix analysis and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 54-64.

董 玫: 女, 1980年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、米波测高。

张守宏: 男, 1938年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会高级会员, 雷达学会委员, 主要研究方向为雷达信号处理与检测。

吴向东: 男, 1976年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、米波测高。