

一种基于循环平稳的 Chirp 信号相位参数估计迭代算法

金艳 姬红兵

(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

摘要: 该文研究了噪声中 Chirp 信号相位参数的估计问题, 介绍了计算简便的循环平稳法, 并针对其缺陷, 提出了一种基于循环平稳的迭代估计算法。该迭代算法保持了循环平稳法计算复杂度低的优点, 且降低了误差传递效应, 提高了相位参数估计精度, 增大了可估计的相位参数取值范围。仿真结果表明, 所提出的参数估计迭代算法的性能优于普通的循环平稳法。

关键词: Chirp 信号; 循环平稳; 参数估计; 迭代

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)04-0868-04

A Cyclostationarity Based Iterative Algorithm for Chirp Signal Phase Parameter Estimation

Jin Yan Ji Hong-bing

(School of Electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: The problem of estimating the phase parameters of chirp signals embedded in noise is concerned in this paper. The computationally efficient cyclostationary estimation method is introduced, and in order to avoid its disadvantages, an iterative estimation algorithm based on cyclostationarity is proposed. The main characteristics of the proposed algorithm include low calculation complexity inherited from the cyclostationary method, reduction in error propagation effect, increase in estimation accuracy, and operation over a wider range of phase parameter values. Simulation results demonstrate that the new iterative algorithm has better performance as compared with the conventional cyclostationary estimation method.

Key words: Chirp signal; Cyclostationarity; Parameter estimation; Iterative

1 引言

Chirp(或线性调频 Linear Frequency Modulation, LFM)信号是一类典型的非平稳信号, 广泛应用于雷达、声纳、通信、地质勘探、地震监测和医学成像等系统中。在上述应用领域中, Chirp 信号的相位参数均包含了重要信息, 因而, Chirp 信号的相位参数估计一直是人们所关注的问题。在众多参数估计方法中, 最大似然(Maximum Likelihood, ML)估计是最优的 Chirp 信号相位参数估计法^[1], 然而该方法需要对非线性代价函数进行优化, 计算复杂度高, 且容易陷入局部极小值。针对最大似然估计的缺点, 人们提出了许多次优估计方法, 如 Djuric 和 Kay 提出了基于相位展开的最小二乘估计法^[2], Kumaresan 和 Verma 提出了将信号延迟相乘使 Chirp 信号降为一阶的降阶法^[3], Peleg 和 Porat 提出了离散多项式相位变换(Discrete Polynomial-phase Transform, DPT)法^[4], Shamsunder 等提出了基于循环平稳理论参数估计法^[5]等等。其中基于循环平稳的 Chirp 信号相位参数估计方法由于计算复杂度低, 易于实现, 近年来受到了日益广泛的关注^[6, 7]。然而, 该方法所能估计的相位参数取值范围

受限; 此外, 由于采用序贯估计(sequential estimation)所产生的误差传递效应(error propagation effect), 造成该方法对低阶相位参数的估计误差较大。针对以上特点, 本文提出一种基于循环平稳的 Chirp 信号相位参数估计迭代算法。该迭代算法保持了循环平稳估计法计算复杂度低的优点, 并且减小了相位参数的估计误差, 增大了可估计的相位参数取值范围。

2 基于循环平稳的 Chirp 信号相位参数估计

设离散时间接收信号 $y(n)$ 由 Chirp 信号 $x(n)$ 与加性噪声 $w(n)$ 组成, 即

$$y(n) = x(n) + w(n) = a \exp(j(b_1 n + b_2 n^2)) + w(n), \quad n = 0, \dots, N-1 \quad (1)$$

其中 a , b_1 和 b_2 分别为 Chirp 信号的幅值、频率和 Chirp 速率, b_1 和 b_2 即为 Chirp 信号的相位参数。 $w(n)$ 为零均值的平稳噪声序列, 且独立于 $x(n)$ 。则接收信号的瞬时自相关函数为

$$R_y(n; \tau) = E\{y^*(n)y(n+\tau)\} = A(\tau) \exp(j(2b_2 \tau n)) + R_w(\tau) \quad (2)$$

其中 $A(\tau) = |a|^2 \exp(j(b_1 \tau + b_2 \tau^2))$, $R_w(\tau)$ 为平稳噪声 $w(n)$ 的自相关函数。循环自相关函数实际是自相关函数的广义 Fourier 级数系数, 可得 $y(n)$ 的循环自相关函数表达式为

$$\begin{aligned} R_y(\alpha; \tau) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} R_y(n; \tau) \exp(-j(2\pi\alpha n)) \\ &= 2\pi A(\tau) \delta(2\pi\alpha - 2b_2\tau) + 2\pi R_w(\tau) \delta(\alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

式中 α 为循环频率。取循环自相关函数的包络, 则有

$$|R_y(\alpha; \tau)| = \begin{cases} 2\pi |a|^2 + R_w(\tau) \delta(\alpha), & \tau = 0 \\ 2\pi |a|^2 \delta(2\pi\alpha - 2b_2\tau) + 2\pi |R_w(\tau)| \delta(\alpha), & \tau \neq 0 \end{cases} \quad (4)$$

由式(4)可得, 当延迟 $\tau \neq 0$ 时, 接收信号 $y(n)$ 的循环自相关函数包络由两根谱线组成, 其中出现在循环频率 $\alpha = b_2\tau/\pi$ 处的谱线是由 Chirp 信号产生的, 而出现在零循环频率处的谱线则来自于噪声。那么 Chirp 信号相位参数 b_2 的估计可由接收信号在非零延迟值处的循环自相关函数包络得到, 即有

$$\hat{b}_2 = \frac{\pi}{\tau} \arg \max_{\alpha \neq 0} |R_y(\alpha; \tau)|, \quad \tau \neq 0 \quad (5)$$

得到参数 b_2 的估计后, 对接收信号进行相位降阶处理, 即得降阶解调信号

$$z(n) = y(n) \exp(-j\hat{b}_2 n^2) \approx a \exp(jb_1 n) + w_1(n) \quad (6)$$

其中 $w_1(n) = w(n) \exp(-j\hat{b}_2 n^2)$ 。信号 $z(n)$ 的循环均值包络为

$$\begin{aligned} |M_z(\alpha)| &= \left| \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} E\{z(n)\} \exp(-j2\pi\alpha n) \right| \\ &= 2\pi |a| \delta(2\pi\alpha - b_1) \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)可得, 降阶解调信号 $z(n)$ 的循环均值包络由一条谱线组成, 且该谱线出现在循环频率 $\alpha = b_1/2\pi$ 处。则 Chirp 信号相位参数 b_1 的估计可由降阶解调信号的循环均值包络得到, 即有

$$\hat{b}_1 = 2\pi \arg \max_{\alpha} |M_z(\alpha)| \quad (8)$$

式(5)和式(8)即为估计 Chirp 信号相位参数的循环平稳法。由式(3)和式(7)知, $R_y(\alpha; \tau)$ 和 $M_z(\alpha)$ 均可通过 FFT 快速算法实现。其中一阶相位参数的估计 \hat{b}_1 必须在估计出二阶相位参数 b_2 后才能得到, 因此, 当二阶相位参数估计的误差较大时, 相应地, \hat{b}_1 的误差也会较大。这种采用序贯估计所带来的误差传递效应是该方法的一个缺点。

由文献[6]可知, 当延迟 $\tau \rightarrow N/2$ 时, b_2 的估计误差减小, 且 $\tau = N/2$ 时, b_2 的估计误差达到最小值; 即采用循环平稳法估计参数 b_2 时, 在延迟 $\tau = N/2$ 处其估计性能最好; 另一方面, 由二阶相位参数 b_2 的估计式(5)可知, 该方法所能估计的二阶相位参数必须满足^[5]

$$|b_2| \leq |\pi/2\tau| \quad (9)$$

当不满足式(9)时, 将会出现相位模糊。上式表明, 基于循环平稳的 Chirp 信号参数估计方法所能估计的二阶相位参数范围受限。当 $\tau = N/2$ 时, 式(9)变为 $|b_2| \leq \pi/N$, 可见该方法所能估计的 b_2 参数范围非常小, 这就限制了其应用。例如, 在 SAR 动目标成像中, 通常情况下 Chirp 速率 b_2 的取值较大, 基于循环平稳的 Chirp 信号参数估计方法不再适用。

3 基于循环平稳的 Chirp 信号相位参数估计迭代算法

为减小误差传递效应, 增大可估计的相位参数取值范围, 本文提出一种基于循环平稳的 Chirp 信号相位参数估计迭代算法。该迭代算法可分为两步, 其中第 1 步完成对参数 b_2 的迭代估计; 在得到 b_2 的较准确估计后, 在第 2 步中完成对参数 b_1 的估计。

首先定义如下的迭代关系式:

$$r_k(n) = f_{k-1}^*(n) f_{k-1}(n + \tau_{k-1}), \quad n = 0, 1, \dots, N - \tau_{k-1} - 1 \quad (10)$$

其中解调信号 $f_{k-1}(n)$ 如下式:

$$f_{k-1}(n) = y(n) \exp(-j\hat{b}_{2,k-1} n^2), \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (11)$$

式(10), 式(11)的下标 k 为迭代次数, τ_k 为第 k 次迭代的延迟, $\hat{b}_{2,k}$ 为第 k 次迭代中参数 b_2 的估计值, 且初始化为 $\hat{b}_{2,0} = 0$ 。

在第 k 次迭代中, 解调信号 $f_{k-1}(n)$ 为 Chirp 信号, 且与 $y(n)$ 具有相同的一阶相位参数, 但其二阶相位参数变为 $\Delta b_{2,k-1} = b_2 - \hat{b}_{2,k-1}$ 。将 $r_k(n)$ 代入式(3), 即通过求解 $f_{k-1}(n)$ 的循环自相关函数, 再利用式(5)便可估得参数 $\Delta b_{2,k-1}$ 。则 $\hat{b}_{2,k}$ 可更新为

$$\hat{b}_{2,k} = \hat{b}_{2,k-1} + \Delta b_{2,k-1} \quad (12)$$

实际中可根据具体问题设定迭代次数或设定门限(如可设定 $|\Delta b_{2,k-1}| \leq \varepsilon$, ε 为一正常数)终止该迭代过程。在完成对参数 b_2 的估计后, 即可在第 2 步中通过式(6)–(8)估计参数 b_1 。图 1 所示即为基于循环平稳的 Chirp 信号相位参数估计迭代算法的流程图。

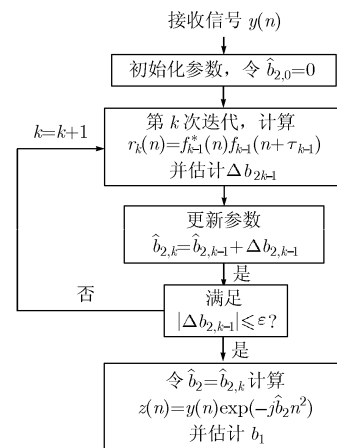


图 1 基于循环平稳的 Chirp 信号相位参数估计迭代算法流程图

由第二部分可知, 采用普通循环平稳法估计 Chirp 信号的相位参数时, 延迟值的选择是一个难题: 一方面, 选取延迟值 $\tau = N/2$, 可使参数 b_2 的估计性能达到最优; 另一方面, $\tau = N/2$ 使可估计的相位参数取值范围非常小。而在本文提出的迭代算法中, 可通过在每一次迭代中选取不同的延迟值 τ_k 解决这个问题。例如, 为使所能估计的二阶相位参数取值范

围最大,可在初始化中选取 $\tau_0 = 1$;而在以下的迭代中,由于待估计的 $\Delta b_{2,k}$ 取值非常小,则可选取 $\tau_k = N/2$,以减小估计误差。

4 仿真实验与结果分析

仿真实验中,采用的信号如式(1)所示,其中 Chirp 信号的参数分别为 $a = 1$, $b_1 = 0.8$, $b_2 = 0.17$,噪声 $w(n)$ 为零均值的复白高斯过程,其方差为 σ^2 。此外,所采用信噪比(SNR)的定义为 $10 \lg(|a|^2 / \sigma^2)$,数据样本点数取 $N = 300$,计算循环自相关函数和循环均值时采用 FFT 快速算法,且通过补零使进行 FFT 变换的点数 N 为 2^8 。迭代中的门限设为 $\epsilon = 5 \times 10^{-5}$ (即当 $|\Delta b_{2,k-1}| \leq 5 \times 10^{-5}$ 时,迭代过程终止)。

实验中通过计算 Chirp 信号相位参数估计的均方根误差(Root Mean Square Error) E_{RMS} 来考察估计算法的性能。均方根误差的定义为 $E_{\text{RMS}} = (1/N_r \sum_{r=1}^{N_r} \|\hat{u}_r - u\|^2)^{1/2}$,其中 N_r 为 Monte Carlo 实验运行的次数, \hat{u}_r 为第 r 次 Monte Carlo 实验中参数 u 的估计值。本文仿真中均通过 100 次 Monte Carlo 实验计算所得参数的均方根误差。

图 2(a)和图 2(b)所示分别为 b_2 和 b_1 的估计在不同 SNR 下的均方根误差,图 2 中所标注的“非迭代算法”代表采用的参数估计方法为普通的循环平稳法,所标注的“迭代算法”代表采用的参数估计方法为基于循环平稳的迭代算法。在采用普通的循环平稳法估计参数 b_2 时,为避免出现相位模糊并减小估计误差,延迟值选为 $\tau = 9$ (对于参数 $b_2 = 0.17$, $\tau = 9$ 是在保证不出现相位模糊的所有可选延迟值中最优的);采用基于循环平稳的迭代算法进行参数估计时,延迟值初始化为 $\tau_0 = 9$,而在迭代过程中选为 $\tau_k = N/2 = 150$ ($k \neq 0$)。由图 2(a)和图 2(b)可见,本文提出的基于循环平稳的参数估计迭代算法明显优于普通的循环平稳方法,特别是当 $\text{SNR} > -5\text{dB}$ 时,无论对于二阶相位参数 b_2 还是一阶相位参数 b_1 ,本文提出的迭代算法所产生的均方根误差,均低于普通的循环平稳法产生的均方根误差。

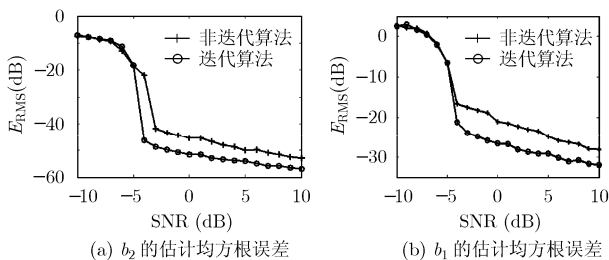


图 2 Chirp 信号相位参数的估计均方根误差随 SNR 变化曲线

实际中若对相位参数的取值范围没有任何先验知识,那么在估计参数 b_2 时,就无法确定最优的延迟值。为保证不出现相位模糊,对于普通的循环平稳法,一般选择最小的非零延迟值,即 $\tau = 1$;而对基于循环平稳的迭代算法,则延迟值初始化为 $\tau_0 = 1$,在迭代过程中仍可将延迟值选为 τ_k

$= N/2$ ($k \neq 0$)。图 3 就是在这样的延迟值设定下所得的仿真结果,其中图 3(a)和图 3(b)分别为 b_2 和 b_1 的估计在不同 SNR 下的均方根误差。由该图可见,当 $\text{SNR} > 0\text{dB}$ 时,本文提出的迭代算法产生的均方根误差明显低于普通循环平稳法所产生的均方根误差。

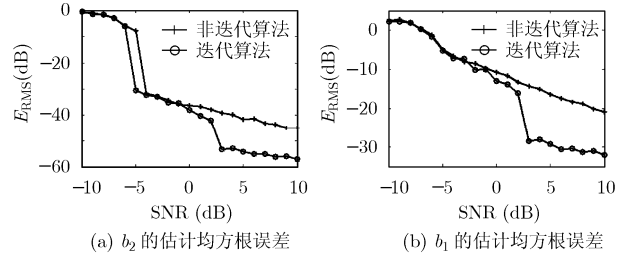


图 3 Chirp 信号相位参数的估计均方根误差随 SNR 变化曲线

下面从均方根误差与数据点数之间的关系曲线来考察估计算法的性能。延迟值的选择同图 2,并选取信噪比为 $\text{SNR} = 0\text{dB}$,得到图 4(a)和图 4(b)所示的仿真结果。由该图可见,当数据点数 $N > 100$ 时,迭代算法产生的参数估计均方根误差明显小于由普通的循环平稳法所产生的,即迭代算法的性能优于普通的循环平稳法。

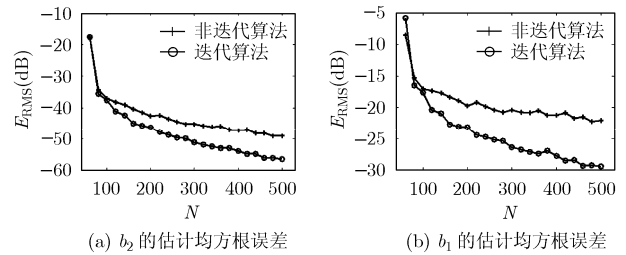


图 4 Chirp 信号相位参数的估计均方根误差随数据点数的变化曲线

5 结束语

本文在循环平稳法的基础上,提出了一种估计 Chirp 信号相位参数的迭代算法。该迭代算法在计算循环自相关函数和循环均值时采用 FFT 快速算法,因此保持了普通循环平稳法计算简便的优点。该算法在二阶相位参数的估计中对迭代初始化和迭代过程可采用不同的延迟值,从而增大了可估计的二阶相位参数取值范围,且提高了该参数的估计精度。此外,由于一阶相位参数的估计由序贯法所得,迭代算法对二阶相位参数的准确估计降低了误差传递效应,也就保证了一阶相位参数的估计精度。仿真结果表明本文所提出的迭代算法对 Chirp 信号相位参数的估计性能要优于普通的循环平稳法。

参考文献

[1] Ikram M Z, Abed-Meraim K, and Hua Y. Estimating the parameters of chirp signals: an iterative approach. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 46(12): 3436-3441.

- [2] Djuric P M and Kay S M. Parameter estimation of chirp signals. *IEEE Trans. on Acoust., Speech, Signal Processing*, 1990, 38(12): 2118-2126.
- [3] Kumaresan R and Verma S. On estimating the parameters of chirp signals using rank reduction techniques. Proc. 21st Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput., Pacific Grove, CA, 1987: 555-558.
- [4] Peleg S and Porat B. Estimation and classification of polynomial-phase signals. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1991, 37(2): 422-430.
- [5] Shamsunder S, Giannakis G B, and Friedlander B. Estimating random amplitude polynomial phase signals: a cyclostationary approach. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(2): 492-505.
- [6] Morelande M R and Zoubir A M. On the performance of cyclic moments-based parameter estimators of amplitude modulated polynomial phase signals. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(3): 590-606.
- [7] Gardner W A, Napolitano A, and Paura L. Cyclostationarity: half a century research. *Signal Processing*, 2006, 86(4): 639-697.
- 金 艳: 女, 1978年生, 讲师, 博士生, 研究方向为统计信号处理、信号检测与参数识别.
- 姬红兵: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为模式识别、现代信号处理等.