

## 水下目标的多速率交互多模型跟踪算法

徐卫明<sup>①②</sup> 刘雁春<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(海军大连舰艇学院海测工程系 大连 116018)

<sup>②</sup>(清华大学电子工程系 北京 100084)

**摘要:**为解决水下机动目标精密跟踪定位的实时性和可靠性问题,根据水下目标运动速度慢、机动性能弱的特点,该文利用小波变换技术实现了模式空间与测量空间的混合滤波,建立了水下机动目标多速率交互多模型跟踪定位算法,给出了多速率常速度和常加速度多模型滤波算法的统一表示形式。仿真试验的结果表明水下目标的多速率交互多模型跟踪算法具有较低的计算复杂度,能够改善水下目标跟踪的可靠性和实时性。

**关键词:** 水下目标; 小波变换; 交互多模型; 多速率运动模型

中图分类号: U666.1

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)03-0581-04

## Algorithm of Multirate Interacting Multiple Model for Underwater Target Tracking

Xu Wei-ming<sup>①②</sup> Liu Yan-chun<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Dept. of Hydrography & Cartography Engineering, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China)

<sup>②</sup>(Dept. of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** To solve the real-time and reliability problem of the underwater maneuver target tracking, according to the features of under maneuver target motion, namely, slow speed and weak motion capability, the mixing filter between pattern space and measurement space is performed by the wavelet transform, and the algorithm of multirate interacting multiple model is proposed for under maneuver target tracking. Meanwhile, the uniform expressions of multirate interacting multiple model are presented. The simulation results show that the algorithm of the multirate interacting multiple model has the low computation complexity and can improve the real-time and reliability performances of the underwater maneuver target tracking.

**Key words:** Underwater target; Wavelet transform; Interacting multiple model; Multirate kinematic model

### 1 引言

对运动载体进行精密的跟踪定位离不开对目标运动状态的跟踪滤波,目前,使用的有 Kalman 滤波、 $\alpha$ - $\beta$ - $\lambda$  滤波、粒子滤波以及基于神经网络的滤波<sup>[1-3]</sup>等,这些技术可以满足特定条件下运动目标的跟踪定位要求。但是水下目标具有运动速度慢、机动性能弱,它有别于航天器、浮空器、航空器以及地面、水面等运动目标,同时,再考虑到跟踪算法的可靠性和实时性的要求,因此,必须对上述算法进行改进。

近年来,小波变换作为重要的数学工具在信号处理等领域获得了广泛应用,但是完成小波变换必须使用批量数据,因此,限制了它在实时性要求很高的跟踪定位领域中的应用。为了解决这一问题,Lang 提出了“半实时跟踪算法(semi-real-time)”,把小波变换方法引入到跟踪定位领域,并且给出了多速率(multirate)常速度模型(MRCV)和多速率常加速模型(MRCA)<sup>[4-6]</sup>。本文根据水下机动目标精密跟踪定位的

实时性和可靠性的要求,将交互多模型算法(Interacting Multiple Model, IMM)<sup>[6-9]</sup>引入到水下目标的跟踪定位中,并根据水下目标上述的运动特点利用多速率滤波技术对 IMM 算法进行改进,最后通过仿真对改进后的多速率交互多模型跟踪算法(MRIMM)进行验算。

### 2 多速率交互多模型

IMM 算法的思想是用一组模型来涵盖目标可能的从低速到高速运动的模式,假设通过这组模型可以充分地描述目标所有的运动模式,在所有运动时间内通过选择合适的模型序列来准确地描述目标的机动特征。但是,当目标没有机动(或者目标只有很小机动)的时候,以全速率去更新目标的状态就浪费了计算时间,从而影响了目标跟踪的实时性要求<sup>[5-6]</sup>。为了解决这个问题人们相继提出了变结构的基于有向图的 IMM 算法、自适应的 IMM 算法以及交互多模型粒子算法等<sup>[8,9]</sup>,但它们的计算复杂度高,不适合于水下机动目标的跟踪定位问题。

MRIMM 是按照与模型假定的运动方式成比例的更新速率去操作每一个模型,合理地运用了信号内涵的频谱信

息。多速率跟踪的思想是使用小波变换的方法,把测量空间内的数据压缩映射到模式空间,然后在模式空间使用 Kalman 滤波算法进行跟踪滤波<sup>[5]</sup>。

### 2.1 多速率运动模型的统一表示

为了能够完成目标状态的多速率更新,必须要建立一组多速率模型。下面根据 Lang 的思想,针对非机动或小机动目标建立多速率高通(high-pass)模型,相当于常速度机动模型。用多速率高高通(high High-pass)模型描述机动性能高的运动模式<sup>[6]</sup>,相当于变速度机动模型。根据二进小波变换的知识,利用数学归纳法推证得到如下的多速率运动模型的统一表示形式。

(1)  $2^n$  分之一常速率模型(Constant High-pass, CH) ( $n=1,2,\dots$ ) CH 系列模型主要用于描述水下目标的非机动(或小机动)模式,不同的分辨率可对应于测量空间内不同的常速度模型(CV),其状态方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+2^n L} \\ \mathbf{x}_{k+2^n H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 2 \times 2^n \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k_L} \\ \mathbf{x}_{k_H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (2^{n+1}-1)\sqrt{2}\mathbf{I} & \dots & \sqrt{2}\mathbf{I} \\ \sqrt{2}\mathbf{I} & \dots & \sqrt{2}\mathbf{I} \end{bmatrix}_{2 \times 2^n} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1_{H^2}} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k+2^n_{H^2}} \end{bmatrix}_{2^n \times 1} \quad (1)$$

其中  $\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1_{H^2}} \dots \mathbf{x}_{k+2^n_{H^2}} \end{bmatrix}_{2^n \times 1} \sim N(\mathbf{0}, \text{diag}\{\mathbf{Q}_{k+1_{H^2}}, \dots, \mathbf{Q}_{k+2^n_{H^2}}\})$ 。

测量方程:

$$\mathbf{z}_{k_L} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k_L} \\ \mathbf{x}_{k_H} \end{bmatrix} + \mathbf{v}_{k_L}, \mathbf{v}_{k_L} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{k_L}) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{z}_{k_L} = \sum_{i=1}^{2^n} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n \mathbf{z}_{k+1-i}$ , 测量误差的协方差  $\mathbf{R}_{k_L} = \sum_{i=1}^{2^n} \frac{1}{2^n} \cdot \mathbf{R}_{k+1-i}$ ,  $n=1,2,\dots$ 。

(2)  $2^n$  分之一常加速率模型(Constant High High-pass, CH<sup>2</sup>) CH<sup>2</sup> 系列模型主要用于描述水下目标的机动运动模式,不同的分辨率可对应于测量空间内不同的常加速度模型(CA),其状态方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+2^n L} \\ \mathbf{x}_{k+2^n H} \\ \mathbf{x}_{k+2^n_{H^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 2^{n+1}\mathbf{I} & 2^{2n}\sqrt{2}\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & 2^n\sqrt{2}\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k_L} \\ \mathbf{x}_{k_H} \\ \mathbf{x}_{k_{H^2}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2i^2\mathbf{I} & \dots & 2\mathbf{I} \\ 2i \times \mathbf{I} & \dots & 2\mathbf{I} \\ \sqrt{2}\mathbf{I} & \dots & \sqrt{2}\mathbf{I} \end{bmatrix}_{3 \times 2^n} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1_{H^3}} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k+2^n_{H^3}} \end{bmatrix}_{2^n \times 1}, \quad (i=1,2,3,\dots,2^n) \quad (3)$$

其中  $\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1_{H^3}} \dots \mathbf{x}_{k+2^n_{H^3}} \end{bmatrix}_{2^n \times 1} \sim N(\mathbf{0}, \text{diag}\{\mathbf{Q}_{k+1_{H^3}}, \dots, \mathbf{Q}_{k+2^n_{H^3}}\})$ 。

测量方程:

$$\mathbf{z}_{k_L} = \mathbf{x}_{k_L} + \mathbf{v}_{k_L}, \mathbf{v}_{k_L} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{R}_{k_L}) \quad (4)$$

其中  $\mathbf{z}_{k_L} = \sum_{i=1}^{2^n} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n \mathbf{z}_{k+1-i}$ , 测量误差的协方差  $\mathbf{R}_{k_L} = \sum_{i=1}^{2^n} \frac{1}{2^n} \cdot \mathbf{R}_{k+1-i}$ ,  $n=1,2,\dots$ 。

### 2.2 MRIMM 算法

基于多速率的交互式多模型跟踪滤波算法是在模式空间内完成的,因此,该算法和标准的交互式多模型算法(IMM)相比较,增加了小波变换和小波逆变换两个部分,亦即测量空间和模式空间相互间的映射。给定模型集  $M$  后,具体算法如图 1 所示。

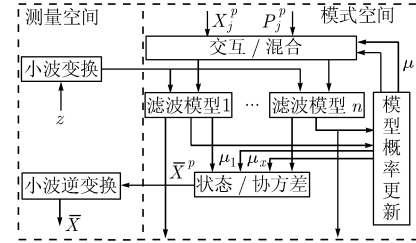


图 1 MRIMM 原理图

下面以时刻  $k-2$  到  $k$  的状态滤波过程为例,将 MRIMM 算法包括的几部分内容分别描述如下<sup>[4, 5, 7, 10]</sup>。

(1) 已知模式空间( $p$ )在  $k-2$  时刻的模型概率  $\mu_i(k-2)$ , 对于  $\forall i, j \in M$ , 则在  $k-2$  时刻模型  $i$  出现的概率可表述为

$$\mu_{i,j}(k-2 | k-2) = \frac{\pi_{i,j} \mu_i(k-2)}{\bar{C}_j} \quad (5)$$

其中  $\pi_{i,j}$  为模型的马尔科夫转移概率,  $\bar{C}_j$  为归一化常数,  $\bar{C}_j = \sum_i \pi_{i,j} \mu_i(k-2)$ 。

(2)  $k-2$  时刻交互/混合计算——根据不同模型已知的状态  $\bar{\mathbf{X}}_i^p(k-2 | k-2)$  和协方差  $\mathbf{P}_i^p(k-2 | k-2)$ , 可以得到模式空间内交互后各模型的状态和协方差:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}_{0_j}^p(k-2 | k-2) &= \sum_i \bar{\mathbf{X}}_i^p(k-2 | k-2) \mu_{i,j}(k-2 | k-2) \quad (6) \\ \mathbf{P}_{0_j}^p(k-2 | k-2) &= \sum_i \left\{ \mathbf{P}_i^p(k-2 | k-2) + \left( \bar{\mathbf{X}}_i^p(k-2 | k-2) - \bar{\mathbf{X}}_{0_j}^p(k-2 | k-2) \right)^T \right. \\ &\quad \left. \cdot \mu_{i,j}(k-2 | k-2) \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

(3) 测量数据由测量空间经过小波变换映射到模式空间, 模式空间  $p$  第  $k$  个时刻测量值为

$$\mathbf{Z}_k^p = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{k_L} \\ \mathbf{z}_{k_H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{z}_{k-1} + \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{z}_k \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{z}_{k-1} + \frac{\sqrt{2}}{2} \mathbf{z}_k \end{bmatrix} \quad (8)$$

(4) 对于  $\forall j \in M$ , 在模式空间内, 状态和协方差从  $k-2$  时刻到  $k$  时刻的滤波过程为标准的 Kalman 滤波, 可以得到  $k$  时刻的状态和协方差如下:

$$\bar{\mathbf{X}}_j^p(k | k) = \bar{\mathbf{X}}_j^p(k | k-2) + \mathbf{K}_j^p(k) [\mathbf{Z}_k^p - \mathbf{H}_j^p(k) \bar{\mathbf{X}}_j^p(k | k-2)] \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_j^p(k | k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_j^p(k) \mathbf{H}_j^p(k)] \mathbf{P}_j^p(k | k-2) \quad (10)$$

(5) 模型概率更新:

$$\mu_j(k) = \frac{1}{c} A_j^p(k) \sum_i \pi_{ij} \mu_i(k-2) \quad (11)$$

其中  $c = \sum_{m_j \in M_k} A_j^p(k) \bar{C}_j$ , 似然函数  $A_j^p(k)$  为  $N(\mathbf{r}_j^p(k); \mathbf{0}, \mathbf{S}_j^p(k))$ ,  $\mathbf{r}_j^p(k)$  为新息。

(6)  $k$ 时刻模式空间内交互/混合估计:

$$\bar{\mathbf{X}}^p(k|k) = \sum_j \bar{\mathbf{X}}_j^p(k|k) \mu_j(k) \quad (12)$$

$$\mathbf{P}^p(k|k) = \sum_j \left\{ \mathbf{P}_j^p(k|k) + \left( \bar{\mathbf{X}}_j^p(k|k) - \bar{\mathbf{X}}^p(k|k) \right) \cdot \left( \bar{\mathbf{X}}_j^p(k|k) - \bar{\mathbf{X}}^p(k|k) \right)^T \right\} \mu_j(k) \quad (13)$$

(7) 状态和协方差由模式空间经过小波逆变换到测量空间:

$$\bar{\mathbf{X}}(k|k) = \mathbf{T}_2^{-1} \bar{\mathbf{X}}^p(k|k) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{T}\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix}^{-1} \bar{\mathbf{X}}^p(k|k) \quad (14)$$

$$\mathbf{P}(k|k) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{T}\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{G} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{P}^p(k|k) \quad (15)$$

其中  $\mathbf{T}_2$  为状态过渡矩阵,  $T$  为扫描间隔。

上述算法中将目标跟踪从高维的测量空间映射到低维的模式空间完成目标跟踪, 这样做的优点包括: (1) 在低维空间跟踪具有较低的计算复杂度, (2) 由于状态更新时使用多次扫描 ( $k-2$ ,  $k-1$ ,  $k$ ), 所以这种映射方法对数据质量具有较强的鲁棒性。

(8) 测量空间内的混合估计 如果采用时域的全速率模型(如 CV, CA 模型等), 则最终的半速率模型的状态和协方差混合估计必须统一到测量空间内, 可以按式(16)和式(17)进行混合估计<sup>[11]</sup>。

$$\bar{\mathbf{X}}(k|k) = \sum_{n \in M} \bar{\mathbf{X}}_n(k|k) \mu_n(k) + \sum_{m \in M} \bar{\mathbf{X}}_m(k|k) \mu_m(k) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k|k) = & \sum_{n \in M} \mu_n(k) \left[ \mathbf{P}_n(k|k) + \left( \bar{\mathbf{X}}_n(k|k) - \bar{\mathbf{X}}(k|k) \right) \cdot \left( \bar{\mathbf{X}}_n(k|k) - \bar{\mathbf{X}}(k|k) \right)^T \right] \\ & + \sum_{m \in M} \mu_m(k) \left[ \mathbf{P}_m(k|k) + \left( \bar{\mathbf{X}}_m(k|k) - \bar{\mathbf{X}}(k|k) \right) \cdot \left( \bar{\mathbf{X}}_m(k|k) - \bar{\mathbf{X}}(k|k) \right)^T \right] \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $n$  为非机动半速率模型数,  $m$  为全速率机动模型数。

### 3 水下目标跟踪的多模型选择

对水下机动目标进行跟踪定位的主要手段之一是采用声纳定位系统, 声纳通过测量出到运动目标的方位角、俯仰角、距离、多普勒频移以及径向和法向速度来确定水下目标的三维位置。由于多普勒频移测量的精度比较低, 会造成较大定位误差, 下面的仿真中重点讨论利用方位角和距离进行水下跟踪定位的方法。

水下目标一般以常速度和恒定的航向角, 距水面一定深度沿着直线航行, 仅在少数情况下以较小的加速度转向或其它机动。因此, 在 IMM 中往往选取下列 3 种模型来描述水

下目标机动的模式<sup>[7]</sup>:

第 1 类是非机动模式, 即匀速运动模式, 这种运动模式可以用已有的常速度运动模型(CV)来精确地描述, 不需要进行任何调整, 其状态矢量如下:  $\mathbf{X}_C = (x, v_x, y, v_y)$ 。

第 2 类是时间相关的 Singer 模型, 其状态矢量为:  $\mathbf{X}_S = (x, v_x, a_x, y, v_y, a_y)$ 。

第 3 类模型考虑到水下大型运载工具一般保持在一个深度面上转向, 可采用水平常速度转弯模型(Horizontal Turn, HT)来描述目标的机动模式, 其状态矢量为:  $\mathbf{X}_T = (x, y, h, \omega, s)$ 。其中  $h$  为航向角,  $\omega$  为转速,  $s$  为目标的速率。

需要注意的是上述 3 种状态模型是定义在不同的坐标系上, 在数据融合仿真过程中需要把状态向量、协方差矩阵统一到直角坐标系中。

被动声纳系统的观测方程为

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{X}(k) + \mathbf{V}(k) \quad (18)$$

其中  $\mathbf{Y}(k) = [\mathbf{R}(k) \beta(k)]^T$ , 且  $R_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ ,  $\beta_i = \tan^{-1}(y_i/x_i)$ 。

### 4 仿真分析

为了说明问题的方便, 不妨假设水下运动目标与被动声纳站位于同一深度面内, 即目标与声纳站位于同一个二维平面内。仿真的背景为水下声纳站对水中运动载体的跟踪定位。采用 100 次的 Monte Carlo 仿真来分别对一般的 IMM 方法和本文的 MRIMM 算法进行比较。其中, MRIMM 算法模型集选择一个二分之一速率 CH 和两个不同过程噪声水平的二分之一速率 CH<sup>2</sup> 模型组成。

水下目标采取如下的机动: 扫描 500 次, 采样时间间隔为 1s, 其中: 在 1s~60s, 156s~200s, 265s~310s, 343s~374s, 401s~500s 目标做匀速直线运动; 在 61s~155s, 201s~264s, 311s~342s, 375s~400s, 目标分别作了 4 个转弯, 转弯速率分别为 1.87°/s, -2.8°/s, 5.6°/s, -4.68°/s, 它的初始位置为 ( $x_0=10\text{km}$ ,  $y_0=5\text{km}$ ), 初始速度为 ( $v_{x_0}=-18\text{m/s}$ ,  $v_{y_0}=-5\text{m/s}$ )。

假设状态中的坐标分量、速度及加速度的过程噪声相互独立, 且对应于 IMM 算法方差分别为  $50^2\text{m}^2$ ,  $5^2(\text{m/s})^2$ ,  $2.5^2(\text{m/s}^2)^2$ , 而对应于 MRIMM 算法  $\mathbf{Q}_{k+1, \mu^2} = \mathbf{Q}_{k+2, \mu^2} = 0.3\mathbf{I}, 0.5\mathbf{I}$ ; 模型概率  $\boldsymbol{\mu}$  为 [1 0 0]。传感器的距离和方位角的量测噪声方差分别为:  $\sigma_R=25\text{m}$ ,  $\sigma_\beta=0.01\text{rad}$ 。滤波器的初始状态估计和初始协方差采用三点启动法确定。由于 IMM 对转移概率的选择具有非常强的鲁棒性, 概率介于 [0.80, 0.95] 之间对运算结果影响不大<sup>[2]</sup>, 所以转移概率矩阵  $\boldsymbol{\pi}$  选为  $\pi_{ij} = \begin{cases} 0.9, & i=j \\ 0.1/(n-1), & i \neq j \end{cases}$ , 其中  $n$  为模型的数目。

图 2, 图 3 显示了一般的 IMM 算法与本文采用的 MRIMM 算法的部分仿真结果( $y$  方向位置及速度的跟踪曲

线与图2,图3类似)。

从图2和图3中可以看出:IMM与MRIMM这两种算法对目标的机动跟踪能力是不一样的,MRIMM的跟踪精度要优于IMM算法,这在位置跟踪曲线图2上比较明显。在水下目标转弯机动时( $t > 60s$ ),MRIMM相比于IMM的位置跟踪精度提高了50m,而IMM要达到这一精度,很显然必须要增加机动模型数目(或者修改跟踪模型集合),难以满足跟踪实时性的要求,很有可能造成目标的丢失。本文的MRIMM滤波算法使用基于小波变换的数据压缩方法,降低了测量噪声,提取了测量序列的高频信息,所以在图3中MRIMM算法提高了水下目标速度估计的精度。

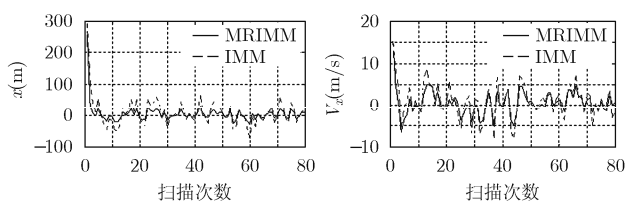


图2  $x$ 方向位置跟踪误差

图3  $x$ 方向速度跟踪误差

## 5 结束语

本文结合水下运动目标的机动特点,将IMM算法引入到水下目标跟踪领域中,利用多速率技术对IMM算法进行了改进,改进后的MRIMM算法使用小波变换方法对测量数据进行了压缩,实现了测量空间与模式空间的相互映射,在模式空间进行跟踪滤波,将滤波的结果通过小波逆变换再映射到测量空间。仿真结果表明:通过这种处理方法可以降低计算的复杂度,提高了目标的信噪比,改善了高频信息跟踪的精度,从而能够提高水下目标跟踪的实时性和可靠性。对于运动状态复杂的机动目标,建议采用高阶的( $n=2, 3$ )多速率运动模型,但其跟踪的高精度要与目标跟踪的速率进行折衷,即必须要权衡跟踪精度与实时性要求的关系。

## 参考文献

- [1] 付梦印,邓志红,张继伟. Kalman 滤波理论及其导航系统中的应用[M]. 第一版,北京:科学出版社,2003:175-182.  
Fu M Y, Deng Z H, and Zhang J W. Theory of Kalman Filtering and Applications in Navigation System [M]. 1st Edition, Beijing: Science press, 2003: 175-182.
- [2] Samuel B and Robert P. Design and Analysis of Modern Tracking System [M]. 1st Edition, London: Artech house, 1999: 221-253.
- [3] 周宏仁,敬忠良,王培德. 机动目标跟踪[M]. 第一版,北京:国防工业出版社,1991:10-20.  
Zhou H R, Jing Z L, and Wang P D. Tracking of Maneuvering Targets [M]. 1st Edition, Beijing: Publishing house of national defence industry, 1991: 10-20.
- [4] Lang H. Multiresolutional multiple-model target tracking [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(2): 518-524.
- [5] Lang H, Zhen D, and Richard A W. Development of multirate model and multirate interacting multiple model algorithm for multiplatform multisensor tracking [J]. *Optical Engineering*, 1998, 37(2): 453-467.
- [6] Lang H and Cui N Z. An interacting multipattern probabilistic data association (IMP-PDA) algorithm for target tracking [J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2001, 46(8): 1223-1236.
- [7] Yaakov B S and Li X R. Estimation and Tracking: Principles, Techniques and Software [M]. 1st Edition, London: Artech house, 1993: 417-488.
- [8] Li X R and Yaakov B S. Multiple model estimation with variable structure [J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1996, 41(4): 478-493.
- [9] Leigh A, Johnston, and Vikram K. An improvement to the interacting multiple model (IMM) algorithm [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(12): 2909-2923.
- [10] 田宏伟,敬忠良,胡士强等. 基于小波变换的双站纯角度机动目标融合跟踪[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(2): 300-303.  
Tian H W, Jing Z L, and Hu S Q, et al. Fusion tracking for maneuvering targets with wavelet transform using bearings-only measurements of two platforms [J]. *Journal of system simulation*, 2005, 17(2): 300-303.
- [11] Lang H. Multirate interacting multiple model filtering for target tracking using multirate models [J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1999, 44(7): 1326-1340.

徐卫明: 男,1972年生,博士生,讲师,研究方向为海道测量信息处理、通信定位技术。

刘雁春: 男,1962年生,教授,博士生导师,研究方向为测绘科学与技。