

基于粒子滤波的混沌信号盲分离

徐茂格^① 宋耀良^① 刘力维^②

^①(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

^②(南京理工大学理学院 南京 210094)

摘要: 该文首先建立了混沌信号盲分离问题的状态空间模型, 进而通过引入 Rao-Blackwellisaion 策略和加扰动的方法, 提出了一种基于粒子滤波的在线盲分离算法。在此基础上, 为了降低分离后信号中的残留噪声, 提出了新颖的延迟估计方法, 很好地解决了传统的延迟加权(delay-weight)方法中信号源之间的相互干扰问题。

关键词: 混沌信号; 盲分离; 粒子滤波

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)12-2836-04

Blind Separation Based on Particle Filtering for Chaotic Signal

Xu Mao-ge^① Song Yao-liang^① Liu Li-wei^②

^①(School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, NJUST, Nanjing 210094, China)

^②(School of Sciences, NJUST, Nanjing 210094, China)

Abstract: A state space model for chaotic signal blind separation is first suggested, and then combined the Rao-Blackwellisaion (RB) strategy and incorporated roughening noise method, a particle filtering based online blind separation algorithm is proposed. To further decrease the residual noise in the online recovered signals, a novel delay estimation method which can effectively reduce the cross influence of source signals compared to the traditional delay-weight method is proposed.

Key words: Chaotic signal; Blind separation; Particle filtering

1 引言

近年来混沌信号盲分离是混沌信号处理领域中的重要课题。在无线通信、雷达和声纳以及地震信号处理等领域具有良好的应用前景^[1]。根据先验知识的不同, 可以分为混沌动力机理已知、未知以及混合参数已知、未知等情况。本文考虑混沌动力机理已知和混合参数未知情况下的盲分离问题。国内外学者们提出了一系列混沌信号的分离算法, 其中 Andreyev 利用混沌信号的动态特性反向迭代来分离混沌信号^[2]; Wang 提出了基于自适应模拟退火的混沌信号盲分离算法^[3], 这些方法均是离线处理, 实时性较差。在不考虑混合参数的影响下, Liu^[4]将首次将粒子滤波算法用于具有不同参数的 logistic 信号分离中, 本文将其拓展到混沌信号受到未知混合参数影响的情况。通过引入 Rao-Blackwellisaion 策略^[5]减少抽样维数, 并且结合扰动方法^[6]减轻粒子集贫乏现象, 得到了一种基于粒子滤波的在线混沌信号盲分离算法, 并且所提出的算法还可以推广到混合参数时变的情况。进一步, 为了降低分离后信号中的残留噪声, 结合混沌信号的动态特性提出了一种新颖的延迟估计方法, 与传统的延迟加权(delay-weight)方法^[7]相比, 所提出的延迟估计方法具有更好的估计效果和更高的运行效率。

2 系统模型

通常假设观测信号 $y(k)$ 是源信号 $\mathbf{x}(k)$ 的瞬时线性混合, 即

$$y(k) = \sum_{j=1}^M a_j(k) \times x_j(k) + w(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ \cdots \ x_M(k)] \times \begin{bmatrix} a_1(k) \\ a_2(k) \\ \vdots \\ a_M(k) \end{bmatrix} + w(k) = \mathbf{x}^T(k) \times \mathbf{a}(k) + w(k) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{x}(k) \triangleq [x_1(k) \ x_2(k) \ \cdots \ x_M(k)]^T$ 是 M 维源信号矢量, $\mathbf{a}(k) \triangleq [a_1(k) \ a_2(k) \ \cdots \ a_M(k)]^T$ 是 M 维混合参数矢量, $w(k)$ 是均值为零方差为 σ_w^2 的加性高斯白噪声, 源信号为离散时间混沌信号, 不失一般性, 可由一维映射描述为

$$x_j(t) = f_j(x_j(t-1)), \quad j = 1, \dots, M \quad (2)$$

上述模型的信号分离问题可以看作是如下状态空间模型的滤波问题:

$$y(k) = \mathbf{x}^T(k) \times \mathbf{a}(k) + w(k) \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_M(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1(k-1)) \\ f_2(x_2(k-1)) \\ \vdots \\ f_M(x_M(k-1)) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{a}(k) = \mathbf{a}(k-1) \quad (5)$$

暂时考虑混合参数时不变的情况, 但本文结果很容易推广到混合参数时变的情况。从贝叶斯观点看该模型的滤波问题即是带噪观测信号 $y_{1:k}$ 中估计未知变量 $\{\mathbf{x}(k), \mathbf{a}(k)\}$ 的联合滤波概率密度函数 $p(\mathbf{x}(k), \mathbf{a}(k) | y(1:k))$, 定义 $y(1:k) \triangleq \{y(1), \dots, y(k)\}$, 从而得到信号状态和混合参数的估计。由于混沌信号的非线性, 很难得到 $p(\mathbf{x}(k), \mathbf{a}(k) | y(1:k))$ 的解析解, 下面引入新颖的粒子滤波算法。

3 粒子滤波分离算法

粒子滤波算法的基本思想是基于 $p(\mathbf{x}(1:k), \mathbf{a}(1:k) | y(1:k))$ 的经验估计, 通过递推方法得到 $p(\mathbf{x}(1:k+1), \mathbf{a}(1:k+1) | y(1:k+1))$ 的经验估计。 $p(\mathbf{x}(1:k), \mathbf{a}(1:k) | y(1:k))$ 的边缘分布 $p(\mathbf{x}(k) | y(1:k))$ 正是各混沌信号状态的后验分布。定义 $\mathbf{x}(1:k) \triangleq \{\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(k)\}$, $\mathbf{a}(1:k) \triangleq \{\mathbf{a}(1), \dots, \mathbf{a}(k)\}$ 。

3.1 在线估计

由于给定状态变量 $\{\mathbf{x}(k), \mathbf{a}(k)\}$, 观测信号 $y(k)$ 条件独立于边缘分布 $p(y(k) | \mathbf{x}(k), \mathbf{a}(k))$, 且因为系统方程式(4)和式(5)的马尔科夫性, 可以直接得到 $p(\mathbf{x}(1:k), \mathbf{a}(1:k) | y(1:k))$ 的递推公式:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}(1:k), \mathbf{a}(1:k) | y(1:k)) \\ = p(\mathbf{x}(1:k-1), \mathbf{a}(1:k-1) | y(1:k-1)) \\ \cdot \frac{p(y(k) | \mathbf{x}(k), \mathbf{a}(k)) \cdot p(\mathbf{x}(k) | \mathbf{x}(k-1)) \cdot p(\mathbf{a}(k) | \mathbf{a}(k-1))}{p(y(k) | y(1:k-1))} \end{aligned} \quad (6)$$

传统的粒子滤波算法选择 $p(\mathbf{x}(k) | \mathbf{x}(k-1)) \cdot p(\mathbf{a}(k) | \mathbf{a}(k-1))$ 为重要函数, $p(y(k) | \mathbf{x}(k), \mathbf{a}(k))$ 为权重, 需要抽样的状态的维数为 $2M$, 随着信号源的数目成倍数的增加。由于描述后验概率密度所需的粒子数随状态空间维数的增加而增加, 而粒子滤波算法的计算量与粒子数成指数关系增加, 因此减少抽样的状态空间维数是首先需要考虑的问题。Rao-Blackwellisaion策略^[5]为此提供了一种可行的解决方案。联合后验概率密度 $p(\mathbf{x}(1:k), \mathbf{a}(1:k) | y(1:k))$ 可分解为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}(1:k), \mathbf{a}(1:k) | y(1:k)) \\ = p(\mathbf{a}(1:k) | \mathbf{x}(1:k), y(1:k)) \cdot p(\mathbf{x}(1:k) | y(1:k)) \end{aligned} \quad (7)$$

由于缺乏混合参数的先验知识, 可以假设 $\mathbf{a}(0)$ 服从均值 $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ 方差为 $\Sigma = 1000I_M$ 的高斯先验分布^[6], 其中均值 \mathbf{u} 是 $M \times 1$ 的零矢量, I_M 是 $M \times M$ 的单位阵, 已知 $\{\mathbf{x}(1:k), y(1:k)\}$ 则可以用分析的方法得到 $\mathbf{a}(k)$ 的最优估计。我们只需要对 $\mathbf{x}(k)$ 抽样, 需要抽样的状态的维数等于 M , 是传统粒子滤波抽样维数的一半。这就是Rao-Blackwellisaion策

略^[5], 即模型式(3)和式(4)含有未知变量 $\mathbf{x}(k)$ 和 $\mathbf{a}(k)$, 只对非线性状态 $\mathbf{x}(k)$ 抽样, 而对具有线性子结构的 $\mathbf{a}(k)$ 采用最优的方法估计。

由于系统方程式(4)的确定性, 重复抽样将使粒子集出现严重的贫乏现象, 使得算法的性能与最初的抽样有极大的关系, 再者混沌信号对初值的敏感性, 在粒子的进化过程中, 需要不断地修正粒子值。本文采用扰动方法, 同时达到增加粒子集的多样性和修正的目的。

算法详细流程如下:

(1)初始化 从先验分布中抽取初始状态 $\mathbf{x}^{(j)}(0)$, $j = 1, \dots, N$; $\mathbf{a}^{(j)}(0) = \mathbf{u}$ 权重初始化 $w_0^{(j)} = 1$, $j = 1, \dots, N$, 基于状态空间模型式(3)和模型式(4), 时刻 k , 对 $j = 1, \dots, N$ 执行下面的步骤:

(2)一步预测

$$\begin{bmatrix} x_1^{(j)}(k) \\ x_2^{(j)}(k) \\ \vdots \\ x_M^{(j)}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1^{(j)}(k-1)) \\ f_2(x_2^{(j)}(k-1)) \\ \vdots \\ f_M(x_M^{(j)}(k-1)) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{a}^{(j)}(k) = \mathbf{a}^{(j)}(k-1)$$

(3)计算权重

$$w^{(j)} = p(y_k | \mathbf{x}^{(j)}(k), \mathbf{a}^{(j)}(k)) \propto \mathcal{N}((\mathbf{x}^{(j)}(k))^T \cdot \mathbf{a}^{(j)}(k), \sigma_w^2) \quad (9)$$

(4)重抽样

(5)更新 基于 $\mathbf{x}_i^{(j)}$ 对 $\mathbf{a}^{(j)}(k)$ 更新^[6]。

(6)扰动

$$\mathbf{x}^{(j)}(k) = \mathbf{x}^{(j)}(k) + \varpi^{(j)} \quad (10)$$

$\varpi^{(j)} \propto \mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$, σ_v^2 的估计可以参照文献^[6]。

这样就可以得到混沌信号 $\mathbf{x}(k)$ 的后验概率密度函数 $p(\mathbf{x}(k) | y(1:k))$ 的经验估计, 取经验分布的均值作为 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ 估计值, 同时也可以得到混合参数 $\mathbf{a}(k)$ 的后验概率密度函数 $p(\mathbf{a}(k) | y(1:k))$ 的经验估计。从算法流程中可以看出只要满足下面两个条件就可以利用粒子滤波算法:

(1)可以从初始分布中抽样 $\mathbf{x}^{(j)}(0)$ 。

(2)观测噪声 w_t 是高斯噪声。这个条件是为了确保可以得到 $\mathbf{a}(k)$ 的最优解, 这是 Rao-Blackwellisaion 策略在本模型中应用的前提, 需要注意的是传统的粒子滤波算法不需要这种严格的限制。

从以上的分析看出, 可以将该算法直接推广到时变混合参数能用 AR(Auto Regressive)过程近似的情况, 比如考虑一阶 AR 过程, 此时式(5)可改写为

$$\mathbf{a}(k) = \mathbf{F} \times \mathbf{a}(k-1) + \mathbf{v}(k) \quad (11)$$

其中 \mathbf{F} 是 $M \times M$ 的状态转移矩阵, $\mathbf{v}(k)$ 是 $M \times 1$ 的驱动高斯噪声, 其参数的选择根据物理背景设定。

3.2 延迟估计

被分离出来的信号还含有一定的残留噪声。考虑延迟估计的方法(Fixed-interval smoothing)改善估计效果。首先考

考虑经典的延迟加权(delay-weight)方法^[7]:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{E}_N(\mathbf{x}(k) | y(1:k+L-1)) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{x}^{(j)}(k) \quad (12)$$

其中 L 是延迟间隔。

其次,从混沌降噪的角度来看,可以结合参考文献[9]提出的反向迭代的方法。以 logistic 映射为例。假设噪声混沌信号序列是 $\hat{x}(k)$ 。对应的符号序列是

$$u(k) = \begin{cases} 0, & \hat{x}(k) < 0.5 \\ 1, & \hat{x}(k) \geq 0.5 \end{cases} \quad (13)$$

Logistic 映射的逆映射是

$$f_u^{-1}(\hat{x}(k)) = \frac{1 + (2u - 1)\sqrt{1 - 4\hat{x}(k)/\lambda}}{2}, \quad u = 0,1 \quad (14)$$

其中 λ 是 logistic 映射的参数。对于 L 步延迟, k 时刻的信号估计:

$$\hat{x}(k) = f_{u_k}^{-1} f_{u_{k+1}}^{-1} \dots f_{u_{k+L-1}}^{-1}(\hat{x}(k+L)) \quad (15)$$

对于实时性要求比较高的场合, L 不能太大,显然这种延迟估计方法相对于延迟加权(delay-weight)方法占用更少的存储空间,具有更高的运行效率。

4 仿真性能分析

不失一般性,考虑 $M = 2$ 时的盲信号分离问题,各混沌信号由下面的Logistic 映射描述

$$x_1(k) = 4x_1(k-1)(1-x_1(k-1)) \quad (16)$$

$$x_2(k) = 3.8x_2(k-1)(1-x_2(k-1)) \quad (17)$$

接收端信号为

$$y(k) = 1.2 \cdot x_1(k) + 0.8 \cdot x_2(k) + w(k) \quad (18)$$

分离效果可由分离后信号 $\hat{\mathbf{x}}$ 中的残留噪声 $MSE_j = \langle (\hat{x}_j - x_j)^2 \rangle, j = 1: M$ 来衡量。

当信噪比为 30dB,某一次试验,分离出的波形和真实的波形如图 1 所示,显然所提出的算法能很好地分离出各源信号。混合参数估计值与真值如图 2,从图中可以看出所提出的算法有很快的收敛速度。

当信噪比在 20dB-40dB 之间时, \hat{x}_1 和 \hat{x}_2 中的残留噪声 MSE 见图 3,同时图 3 也给出了对应的噪声方差的曲线。从图 3 可以看出,残留噪声 MSE 与噪声方差之比接近 1,所提出的算法基本上能有效地分离出源信号。从图中还可以看出 \hat{x}_1 中的残留噪声的 MSE 小于 \hat{x}_2 中残留噪声 MSE。这主要是因为 x_1 的混合参数 1.2 大于 1,对 x_1 有放大的作用,所以估计比较准确,而 x_2 的混合参数小于 1。

下面考虑延迟估计来降低残留噪声。图 4 和图 5 比较了

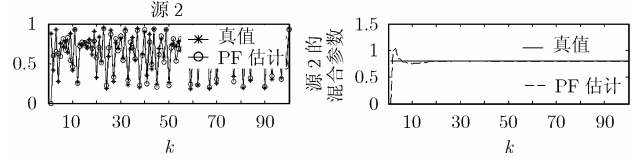
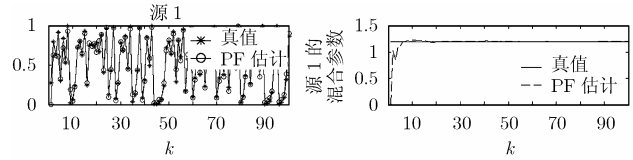


图 1 不同源信号估计值与真值

图 2 混合参数估计值与真值

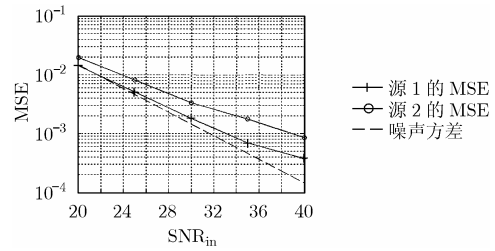


图 3 源信号估计值中残留噪声的 MSE

两种延迟方法在不同延时下的估计效果。本文得到如下结论:

(1)由图 4 可以看出只有当延迟等于 1 的时候基于延迟加权的方法才能较好地减少残留噪声。由于信源相互间的影响以及扰动的副作用延迟大于 1 时无法减少残留噪声。

(2)从图 5 中可以看出基于反向迭代的方法具有很好的降噪效果,只需反向迭代 5 步就有稳定的效果。

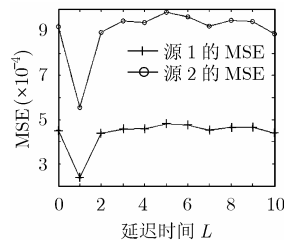


图 4 延迟加权(delay-weight)方法

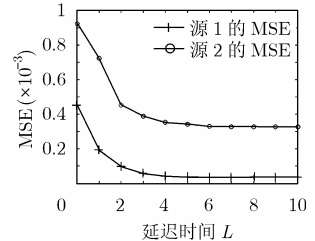


图 5 反向迭代方法

图 6 给出了在不同信噪比情况下,反向迭代后 \hat{x}_1, \hat{x}_2 中残留噪声的 MSE。对比图 3 和图 6 可以看出当信噪比较大时,与所提出的在线盲分离算法相比所提出的延迟的盲分离算法方法能降低大约一个数量级的 MSE。因此在实时性要求不太严格的场合,可以采用延迟的粒子滤波方法。由于篇幅的限制不再讨论混合参数时变的情况。

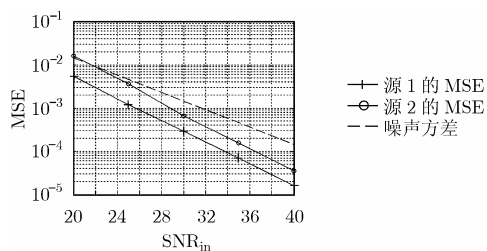


图 6 反向迭代后信号中残留噪声的 MSE

5 结束语

本文首先提出了基于粒子滤波的在线盲混沌信号分离方法, 该方法具有良好的分离效果, 分离后信号中的残留噪声与加性噪声的方差之比接近 1。为了进一步降低分离后的混沌信号中的残留噪声, 本文首先考虑经典的延迟加权方法, 但是仿真结果表明当延迟大于 1 时该方法不能减少残留噪声, 为此本文提出了一种新颖的延迟估计方法。该方法具有较好的降噪性能, 在信噪比较高的情况下与所提出的在线分离算法相比能降低一个数量级的 MSE, 且该方法具有更高的运行效率。

参考文献

- [1] Hyvarinen A, Karhunen J, and Oja E. Independent Component Analysis. New York: Wiley, 2001, chapter 1.
- [2] Andreyev Y V and Dmitriev A S. Separation of chaotic signal sum into components in the presence of noise. *IEEE Trans. on Circuits Syst. I*, 2003, 50(5):613-618.
- [3] Wang B Y and Zheng W X. Blind extraction of chaotic signal from an instantaneous linear mixture. *IEEE Trans. on Circuits Syst. II: Express Briefs*, 2006, 53(2): 143-147.
- [4] Liu Kai, Li Hui, Dai Xu-Chu, and Xu Pei-Xia. Particle filtering based separation of chaotic signals. *Journal of Information & Computational Science*, 2005, 2(2): 283-287.
- [5] Doucet A, Godsill S, and Andrieu C. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering[J], *Statist. Comput.*, 2000, 10(3): 197-208.
- [6] Gordon N J, Salmond D J, and Smith A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation. *IEE Proceedings on Radar and Signal Processing*, 1993, 140(2): 107-113.
- [7] Chen R, Wang X, and Liu J S. Adaptive joint detection and decoding in flat-fading channels via mixture Kalman filtering, *IEEE Trans. on Info.Theory*. 2000, 46(6): 2079-2094.
- [8] Liu J and Chen R. Blind deconvolution via sequential imputations. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 1995, 90(430): 567-576.
- [9] Ling C, Wu X F, and Sun S G. A general efficient method for chaotic signal estimation. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(5): 1424-1428.

徐茂格: 男, 1982 年生, 博士生, 研究方向为非线性系统与混沌理论、粒子滤波技术。

宋耀良: 男, 1960 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为混沌通信和混沌雷达、保密通信理论与应用、粒子滤波技术、以及自适应信号处理等。