

基于矩阵分析的同步捕获性能研究新方法

冯莉芳 范平志 王 献

(西南交通大学移动通信重点实验室 成都 610031)

摘要: 该文提出了一种利用概率转移矩阵计算捕获传输函数的方法, 通过将以往分析方法中的流程图转换为概率转移矩阵, 仅需知道一步转移概率矩阵, 利用现代计算机编程语言(如 MAPLE, MATLAB 等)的符号运算功能, 即可得到捕获系统的传输函数; 通过对传输函数求导, 可计算平均捕获时间。矩阵分析方法可完整地计算出捕获系统的传输函数, 可弥补流程图方法在分析传统连续搜索捕获方案的传输函数时所忽略的项; 可纠正流程图方法在分析非连续搜索捕获方案的传输函数时所引起的误差。

关键词: CDMA; 矩阵分析; 流程图; 传输函数; 捕获

中图分类号: TN914.53

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)02-0439-04

A Novel Acquisition Performance Evaluation Approach Based on Matrix Analysis

Feng Li-fang Fan Ping-zhi Wang Xian

(Key Lab of Mobile Communication, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: A novel acquisition performance analysis approach is proposed based on matrix analysis. Given the first step transition probability matrix, the transfer function of acquisition system can be obtained by utilizing the symbol operation function of computer programming such as MAPLE, MATLAB and so on, and the mean acquisition time can be computed by differentiating the transfer function. The transfer function of acquisition system can be computed perfectly by matrix analysis, it not only complements the items neglected in that of conventional serial acquisition scheme but also corrects the error items in that of nonconsecutive acquisition scheme.

Key words: CDMA; Matrix analysis; Flow diagram; Transfer function; Acquisition

1 引言

同步是直接序列扩频码分多址(DS-SS)系统接收的第一步, 因为数据解调只能在同步成功后进行。码同步通常分为两步: 捕获和跟踪。捕获是将接收到的PN码相位与本地PN码相位对应到跟踪误差范围内的过程。跟踪则将信号锁定到最准确的相位。文献[1]表明捕获会限制系统容量并严重影响DS-SS系统接收机的性能。

通常将码周期中的不确定时区离散化, 称为不确定相位区。捕获即是通过不确定相位区中的有限相位进行搜索探测来完成的。在不确定相位区中, 同相相位称为 H_1 相位, 其他相位称为 H_0 相位。目前大部分文献所考虑的平均捕获时间(MAT)均基于只有一个 H_1 相位的假设。在实际的PN码捕获系统中, 由于搜索步进值通常小于PN码的切普周期, 而衰落延迟扩展大于码片(chip)周期, 因此通常在不确定相位中存在多个 H_1 相位。

早在1977年, Holmes和Chen^[2]首先提出用流程图方法分

析串行捕获问题, 这是因为固定驻留时间的串行搜索过程具有马尔可夫链的性能。但其提出的流程图很复杂不易于推广。Polydoros和Weber^[3]分析了在静态信道中串行搜索方案的平均捕获时间性能, 其中不确定相位被一个相位一个相位地连续探测, 通过用转换域简化流程图, 从而简化了平均捕获时间的分析方法。Ibrahim和Aghvami^[4]将其推广到了频率选择性瑞利衰落信道中, 传统的一个相位一个相位连续探测的串行捕获方案不适合于存在多个 H_1 相位的频率选择性衰落信道中的捕获系统(事实上实际捕获系统正是如此), 因此Shin和Lee^[5]提出了一种非连续搜索方案, 该方案通过以非连续的搜索顺序及大于一个切普的搜索阶来减少搜索时间。非连续搜索方案可通过搜索阶进行描述:

假定有 q 个不确定相位待探测, 定义集合 U 为 $U \triangleq \{1, 2, \dots, q\}$ 。搜索阶可描述为集合 U 上的转换函数 π , 所有可能的搜索阶为 $P = \{\pi | \pi: U \rightarrow U, \pi(1)=1\}$ 。

将搜索阶描述成转换函数, 必须是双向单射, 如果 π 的映射不等于 U 则接收机可能在搜索过程中漏掉某些正确相位。搜索阶已被大量的文献所应用, 传统的串行搜索(CSS)^[3,6]可认为搜索阶为1, 固定搜索步进串行搜索(FSSS)^[5]可认为搜索

2006-07-20 收到, 2007-01-16 改回

国家自然科学基金(60772087/90604035)和 111 项目(111-2-14)资助课题

阶为常数。通常搜索阶会影响MAT性能，给定一个 π ，可通过流程图方法评估MAT^[3,5-7]。

在已有的对捕获传输函数的分析中，均假定有一个 H_1 相位或多个连续的 H_1 相位，采用流程图方法，对具有常数搜索阶的捕获方案，需详细分析各个状态间的传递关系，过程繁复且易出错，尤其是在多个连续 H_1 相位的条件下。在实际的信道环境中，多个 H_1 相位未必都连续，对此种信道条件下的捕获传输函数的分析将更为复杂(就作者所知，目前尚未有文献对此进行分析)。若利用矩阵分析方法，则所有的关于捕获传输函数的分析将非常简便，根据矩阵的收敛特性及级数求和特性^[8]，仅需知道系统的一步转移概率矩阵，用现代计算机编程语言MATLAB的符号运算功能，即可得到捕获系统的传输函数，再对传输函数求导，从而计算平均捕获时间。

2 流程图分析方法

假定共有 q 个待测相位，其中 v 个 H_1 相位， $q-v$ 个 H_0 相位，通过对连续搜索(即搜索阶为 1)捕获方案的流程图进行分析，得到传输函数式(1)；当 $v=1,2$ 时，式(1)即为传统的 1 个 H_1 相位连续搜索方案^[3]；当 $v>2$ 时，即为多个 H_1 相位连续搜索方案^[6]。

$$U(z) = \frac{H_D(z)}{(q-v)[1-H_M(z)H_0^{q-v}(z)]} \sum_{i=1}^{q-v} H_0^i(z) \quad (1)$$

其中 z 为单位延迟， $H_D(z) = \sum_{j=1}^v H_{D_j} \prod_{i=1}^{j-1} H_{M_i}$ ， $\prod_{i=1}^0 H_{M_i} = 1$ ， $H_{D_j} = z - H_{M_j}$ ， $H_{M_j} = P_{M_j}z$ ， $H_0(z) = (1 - P_{FA})z + P_{FA}z^{1+K}$ ， $H_M(z) = \prod_{i=1}^v H_{M_i}$ 。 P_{M_j} 为第 j 个 H_1 相位的漏警概率， P_{FA} 为 H_0 相位的虚警概率， K 为虚警情况下的惩罚因子。

假定共有 q 个待测相位，其中 v 个 H_1 相位， $q-v$ 个 H_0 相位，搜索阶为 v ，通过对非连续搜索(即搜索阶为大于 1 的常数)捕获方案的流程图^[5]进行分析，得到传输函数式(2)。

$$U(z) = \frac{1}{q[1-H_M(Z)H_0^{q-v}(z)]} \cdot \sum_{l=1}^v \sum_{m=1}^{A_l} \sum_{j=l}^{v+l-1} [H_0(Z)]^{\sum_{k=l}^j A_{(k)} + l - m - j} \cdot H_{D((j))} \prod_{k=1}^{j-l} H_{M((j-k))} \quad (2)$$

其中下标中的((·))是模 v 运算， $H_0(z)$ ， $H_M(z)$ ， H_{D_j} 和 H_{M_j} 与式(1)中定义相同，

$$A_l = \begin{cases} \lfloor q/v \rfloor + 1, & 1 \leq l \leq q - \lfloor q/v \rfloor v \\ \lfloor q/v \rfloor, & q - \lfloor q/v \rfloor v < l \leq v \end{cases}$$

$\lfloor q \rfloor$ 表示取 q 的整数部分。

3 矩阵分析方法

首先给出几个矩阵收敛的定理^[8]：

定理 1 n 阶矩阵 A 的 k 次幂 $A^k \rightarrow 0(k \rightarrow \infty)$ 的充分必要条件是 A 的一切特征值 λ_i 的模小于 1，即 $|\lambda_i| < 1(i=1,2,\dots,n)$ 。

定理 2 方阵级数 $I+A+A^2+\dots+A^k+\dots$ 收敛的充分必要条件是 $A^k \rightarrow 0(k \rightarrow \infty)$ ，且有 $\sum_{k=0}^{\infty} A^k = (I-A)^{-1}$ ，其中 $A^0 = I$ 。

根据第 2 部分中的分析，可得出一步转移矩阵如式(3)所示。当 $\pi=1$ 时，即为连续搜索捕获方案的一步转移矩阵；当 π 为大于 1 的常数时，即为非连续搜索捕获方案的一步转移矩阵。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1+\pi & \dots & v+\pi & \dots & \dots & q \\ 0 & \dots & 0 & H_{M_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{M_v} & \dots & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_0 \\ H_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ v \\ v+1 \\ \vdots \\ q \end{matrix} \quad (3)$$

假定 A 的特征值为 λ ，对式(3)进行运算后，计算行列式， $|\lambda I - A| = \lambda^q - H_0^{q-v} H_M$ 。根据式(1)中对 H_0 及 H_M 的定义，当 $z=1$ 时， $H_0=1$ ， $H_M < 1$ ，因此所有特征值的模相同且小于 1，根据定理 1 可知 A 收敛。捕获系统的传输函数可根据定理 2 利用 $B = \sum_{k=0}^{\infty} A^k = (I - A)^{-1}$ 进行计算(可利用计算机编程语言 MATLAB 快速方便地进行运算)。 B 中的前列即为从不同起始相位 $i(i=1,2,\dots,q)$ 进行搜索到达第 $j(j=1,2,\dots,v)$ 个 H_1 相位的概率。假定在各个相位进入搜索过程的概率为 $p_i(i=1,2,\dots,q)$ ，则捕获系统的传输函数可通过式(4)计算得到。

$$U(z) = \sum_{i=1}^q p_i \sum_{j=1}^v B_{ij} \quad (4)$$

矩阵方法是一种通用的分析捕获传输函数的方法，给定搜索阶(不同的搜索方式可用不同的搜索阶来描述)，即可通过设置不同的初始矩阵来计算捕获方案的传输函数。利用矩阵方法不仅可方便地计算目前已有的利用流程图方法分析的捕获传输函数，而且可方便地计算流程图方法难以分析的一些情况，如：当 v 个 H_1 相位不连续时，利用流程图很难分析其传输函数；当初始相位概率 $p_i(i=1,2,\dots,q)$ 不均匀时，利用流程图难以描述其表达式，因此难以计算平均捕获时间等。

4 比较分析

流程图方法与矩阵方法的步骤比较如表 1 所示。

表 1 流程图分析方法与矩阵分析方法比较

步骤	流程图分析	矩阵分析
初始条件	q 个待测相位, 其中 v 个 H_1 相位, $q-v$ 个 H_0 相位, 搜索阶为 π	同
状态转移函数	计算 H_D, H_M, H_0	同
方法描述, 以状态转移函数代表各个状态间的转移概率	根据 π 及转移概率画出流程图, 当 $\pi \neq 1$ 时, 分析较复杂; 当 $\pi = 1$ 且 v 个 H_1 相位不连续时, 流程图的分析难以实现(目前未见)	根据 π 及转移概率得出一步转移矩阵 \mathbf{A}
计算到达 H_1 相位的转移概率	分别计算各个相位作为起始相位到所有 H_1 相位的转移概率, 需计算 $q \times v$ 次	根据矩阵收敛特性及级数求和, 计算 $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$, 仅需计算一次即可得到所有起始相位到所有 H_1 相位的转移概率
计算总传输函数, 各个相位以概率 p_i 作为起始相位,	p_i 与上一步所得的相应结果相乘后求和; 当 p_i 均匀或为最差情况时, 能给出具体表达式, 当 p_i 不均匀时, 难以描述其表达式, 因此难以进行计算	p_i 与矩阵中对应于 H_1 相位的列中各元素相乘后求和, 无论 p_i 如何分布, 均可通过矩阵操作进行计算
计算平均捕获时间	对传输函数求导, $Z=1$	同

在已有的对连续搜索捕获方案的流程图分析中^[3,6], 将多个 H_1 相位视为一个 H_1 相位, 得到式(1), 该式忽略了起始相位从其他 H_1 相位(从第 2 个到第 v 个)开始进行搜索, 到达所有 H_1 相位的情况。 H_1 相位越多, 误差越大(如图 1 所示)。用矩阵分析方法则可避免这个误差。在图 1 中, $q=50$, $P_{FA}=0.01$, $P_{Mj}=0.01$ ($j=1,2,\dots,v$), $M=15$, 横坐标为 H_1 相位数 v , 纵坐标为 MAT。

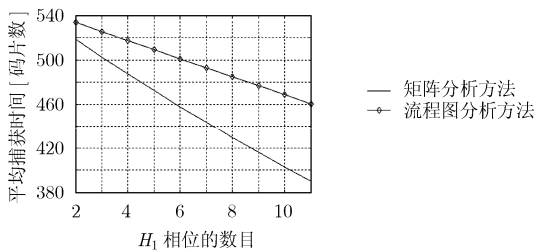


图 1 串行连续平均捕获时间比较分析

在非连续搜索捕获方案中^[5], 利用流程图方法得到式(2)的结果, 流程图的分析非常复杂, 且在分组时, 由于搜索阶的存在, 所分组中的 H_1 相位顺序是反序的, 例举如下: 假定共有 5 个待测相位, 前两个为 H_1 相位, 其他为 H_0 相位, 根据矩阵分析方法计算得传输函数为

$$U(z) = \frac{1}{q} \frac{H_{D1}}{1 - H_0^3 H_{M1} H_{M2}} \cdot (1 + H_0 + H_{M2} H_0 + H_{M2} H_0^2 + H_{M2} H_0^3) + \frac{1}{q} \frac{H_{D2}}{1 - H_0^3 H_{M1} H_{M2}} \cdot (1 + H_0 + H_0^2 + H_{M1} H_0^2 + H_{M1} H_0^3) \quad (5)$$

而在文献[5]的流程图分析中, 传输函数为

$$U(z) = \frac{1}{q} \frac{H_{D1}}{1 - H_0^3 H_{M1} H_{M2}} \cdot (1 + H_0 + H_0^2 + H_{M2} H_0^2 + H_{M2} H_0^3) + \frac{1}{q} \frac{H_{D2}}{1 - H_0^3 H_{M1} H_{M2}} \cdot (1 + H_0 + H_{M1} H_0 + H_{M1} H_0^2 + H_{M1} H_0^3) \quad (6)$$

由式(5)和式(6)可见, 由于在分组过程中, 将 H_1 相位反序排列(即将第 v 个 H_1 相位当作第 1 个 H_1 相位, 第 $v-1$ 个 H_1 相位当作第 2 个 H_1 相位, 如此类推), 因此用流程图方法和矩阵分析方法所得结果不一致。当多径强度系数为零时, 所有路径的漏警概率及探测概率相同, H_1 相位反序对系统性能无影响; 但当多径强度系数不为零时, 由于各条路径的漏警概率及探测概率不同, H_1 相位反序会影响系统性能。

5 结束语

论文提出了一种利用概率转移矩阵计算捕获传输函数的方法, 通过将以往分析方法中的流程图转换为概率转移矩阵, 根据矩阵收敛及级数求和特性, 仅需知道一步转移概率矩阵, 即可得到捕获系统的传输函数。矩阵操作可利用现代计算机编程语言 MATLAB 的符号运算功能来实现, 方便快捷, 最后对传输函数求导, 从而计算平均捕获时间。

矩阵分析方法可完整地计算出捕获系统的传输函数, 分析表明, 在传统的连续搜索捕获方案中, 流程图分析方法忽略了起始相位从其他 H_1 相位到达所有 H_1 相位的项, 当 H_1 相位数目越多, 误差就越大, 利用矩阵分析方法可得到完整的传输函数, 与实际情况更为接近; 在非连续搜索捕获方案中, 流程图分析方法在分组时将 H_1 相位反序, 当多径强度系数不为零时, 会引起误差, 利用矩阵分析方法不需作复杂的流程分析即可得到准确的结果。

本文分析比较了流程图方法与矩阵方法的步骤, 指出利用矩阵方法不仅可方便地计算目前已有的利用流程图方法

分析的捕获传输函数,且可方便地计算流程图方法难以分析的一些情况,如:当 v 个 H_1 相位不连续时,利用流程图很难分析其传输函数;当初始相位概率 $p_i(i=1,2,\dots,q)$ 不均匀时,利用流程图难以描述其表达式,因此难以计算平均捕获时间等。

参 考 文 献

- [1] Madhow U and Pursley M B. Acquisition in direct sequence spread-spectrum communication networks: An asymptotic analysis, *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1993, 39(3): 903-913.
 - [2] Holmes J K and Chen C C. Acquisition time performance of PN spread spectrum systems. *IEEE Trans. on Commun.* 1977, COM-25(8): 778-783.
 - [3] Polydoros A and Weber C L. A unified approach to serial search spread-spectrum code acquisition—Parts I and II, *IEEE Trans. on Commun.*, 1984, COM-32(5): 542-561.
 - [4] Ibrahim B B and Aghvami A H. Direct sequence spread spectrum matched filter acquisition in frequency-selective Rayleigh fading channels, *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 1994, 12(5): 885-890.
 - [5] Shin O S and Lee K B E. Utilization of multipaths for spread-spectrum code acquisition in frequency-selective Rayleigh fading channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 2001, 49(4): 734-743.
 - [6] Yang Lie-Liang and Hanzo L. Serial acquisition of DS-SS signals in multipath fading mobile channels. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2001, 50(2): 617-628.
 - [7] Polydoros A and Simon M. Generalized serial search code acquisition: The equivalent circular state diagram approach. *IEEE Trans. on Commun.*, 1984, COM-32(12): 1260-1268.
 - [8] Horn R A and Johnson C R. *Matrix Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press, 1985, Chapter 7.
- 冯莉芳: 女, 1980年生, 博士生, 研究方向为序列相关特性研究.
范平志: 男, 1955年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信息论与编码、移动通信.
王 献: 男, 1979年生, 博士生, 研究方向为无线资源管理.