

基于 CZT 变换的 StepTransform 算法在脉冲压缩中的应用

张大炜^{①②} 王岩飞^① 詹学丽^① 房丽丽^{①②}

^①(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

^②(中国科学院研究生院 北京 100039)

摘要: 该文在分析传统 StepTransform 算法原理和不足的基础上, 提出了一种基于 CZT 变换的 StepTransform 算法。针对传统 StepTransform 算法存在的处理数据量大和栅瓣高的现象, 在方位向处理中采用了一次去斜代替阶梯去斜, 并采用先对子孔径间的数据进行 FFT 分析细频, 再利用 CZT 变换分析粗频的方法来抑制栅瓣和幅度调制现象的产生, 从而得到线性调频回波 Dechirp 之后理想的脉冲压缩结果。理论推导和仿真验证的结果都表明了该算法的可行性和有效性。

关键词: SAR; StepTransform; 子孔径; CZT 变换

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)02-0306-04

A Modified StepTransform Algorithm Based on CZT and Its Application to LFM Pulse Compression

Zhang Da-wei^{①②} Wang Yan-fei^① Zhan Xue-li^① Fang Li-li^{①②}

^①(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

^②(Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: A new modified StepTransform algorithm based on CZT is provided in this paper in order to compensate for the insufficiencies of the traditional StepTransform algorithm. The order of the traditional StepTransform algorithm is changed by FFT for the fine resolution analysis on the first stage and CZT for the coarse resolution analysis on the second stage. The phenomenon of grating lobes and amplitude modulation is avoided and ideal LFM pulse compression result can be gotten in this new method. The validity and feasibility of the new algorithm is tested by the deduction of the formulation and simulation of the theory.

Key words: SAR; StepTransform; Subaperture; CZT

1 引言

合成孔径雷达成像是一个二维线性调频信号的脉冲压缩过程。传统的成像处理方法, 如 $\omega-k$ 、RD、CS 算法, 一般采用通过傅里叶变换将数据变换到频域, 再经过频域复乘和逆傅里叶变换的方式实现脉冲压缩, 从而得到沿方位向和距离向的高分辨率图像。这些算法在方位向处理时都是通过一次运算而得到一个完整孔径的图像。

方位向分子孔径进行处理是 SAR 成像算法中一类应用比较广泛的实时成像处理算法。子孔径算法的基本思想是将一个完整的孔径划分为若干连续的子孔径, 先对每个子孔径内的数据进行成像, 再对子孔径之间的数据进行相干处理从而获得最终的高分辨率图像。StepTransform 算法基于 Dechirp 的思想, 采用两级串联的 FFT 对去斜之后的方位向数据进行脉冲压缩。首先, 对子孔径内的数据进行 FFT 操作之后得到粗分辨率的图像, 再经过对子孔径之间的数据进行 FFT 操作之后就可以得到最终的图像。

对于传统的 StepTransform 算法, 数据分子孔径进行两

级 FFT 运算的时候, 需要对子孔径的数据之间取很大的重叠来避免栅瓣效应的产生, 这样就造成了整体数据量的急剧增加。本文在分析 StepTransform 算法原理以及栅瓣效应产生的基础上, 提出了一种基于 CZT 变换的 StepTransform 处理算法, 有效避免了栅瓣效应和能量泄漏现象的出现, 并达到了线性调频信号 Dechirp 之后理想的脉冲压缩结果。在文章的最后给出了实验仿真与验证的结果。

2 StepTransform 算法原理

StepTransform 方法是一种基于 Dechirp 的脉冲压缩方法。它采用两级串联的 FFT 来代替一次 FFT 进行脉冲压缩, 从而在每次 FFT 操作时以较低的运算量和硬件处理能力来获得同样的脉冲压缩效果^[1-4]。

假设回波信号为点目标的回波信号, 也就是简单的线性调频信号。其调频斜率为 k Hz/s, 点目标所在的位置对应的时间为 $m\Delta$, 则点目标的回波信号可以表示为

$$S(t) = \exp\{-j\pi k(t - m\Delta)^2\},$$
$$m\Delta - T_1/2 \leq t \leq m\Delta + T_1/2 \quad (1)$$

其中 m 为整数, Δ 为采样间隔, T_1 为合成孔径时间。

假设参考信号的位置位于 $n\Delta$, 其调频斜率与点目标回波信号的调频斜率相同, 而符号相反, 则

$$S^*(t) = \exp\{+j\pi k(t - n\Delta)^2\},$$

$$n\Delta - T_2/2 \leq t \leq n\Delta + T_2/2, T_1 \leq T_2 \quad (2)$$

两个信号经过混频, 再对整个孔径内的数据进行 FFT 操作就可以得到 LFM 信号 Dechirp 之后的脉冲压缩结果, 经过压缩之后的信号位置位于 $q = k\Delta(m - n)T'$:

$$|S(q)| = \left| \frac{\sin\{\pi T_1(k\Delta(m - n) - q/T_1)\}}{\sin\{\pi\Delta(k\Delta(m - n) - q/T_1)\}} \right| \quad (3)$$

如果将整个孔径的信号进行重叠子孔径划分, 利用图 1 所示的阶梯信号进行 Dechirp, 并按照图 2 所示的方式进行两段 FFT 处理: 可以得到输入一个线性调频信号经过处理之后结果为^[4]

$$S(c, A) = e^{jv} \times \exp\{j(1/K\Delta^2 N - 1)(\pi K N \Delta^2(m - c))\}$$

$$\times \frac{\sin\{\pi T' K \Delta(m - NA)\}}{\sin\{\pi \Delta^2 K(m - NA)\}} \frac{\sin\{\pi(m - c)\}}{\sin\{\pi K N \Delta^2(m - c)\}} \quad (4)$$

其中 $v = \pi K[\Delta^2(m - NA)(T'/\Delta - 1) + (-m^2\Delta^2 - T'\Delta m) + (2mNA\Delta^2)]$, N 为子孔径内点数, A 为粗分辨率子孔径位置, c 为细频点位置。可以看出, 对输入线性调频信号 Dechirp 并划分子孔径之后, 经过两级 FFT 运算, 可以得到对该线性调频信号进行脉冲压缩的结果。

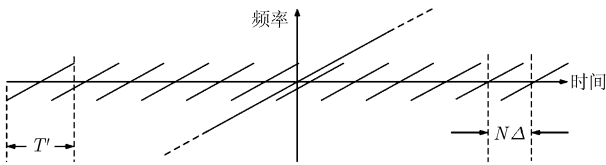


图 1 子孔径划分示意图(T' 为子孔径时间; $N\Delta$ 为阶梯信号间隔)

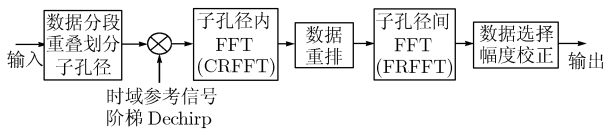


图 2 StepTransform 算法实现框图

3 StepTransform 算法的局限性分析与改进

StepTransform 方法采用了先去斜, 然后串联进行两次 FFT 的方式实现了对一个线性调频信号的脉冲压缩过程。这种算法通过两次长度分别为 N 点和 M 点的 FFT 变换代替了一次点数较长的 FFT 从而将每次进行 FFT 运算时候的点数减少, 减轻了在硬件实现时对长点数 FFT 计算能力上的限制。

但是, 通过式(4)得到的结果可以看出, 两次 FFT 运算之后得到的脉冲压缩结果与进行一次 FFT 得到脉冲压缩的结果并不相同。利用一次 FFT 进行脉冲压缩得到的结果是一个 Sinc 函数的形式, 而如果采用两次串联的 FFT, 虽然可以达到脉冲压缩的效果, 但是得到的结果是两个 Sinc 函数

相乘的形式。下面通过数学分析两者实现时的不同来找到差异所产生的原因。

假设对于一个完整的线性调频信号, 经过 Dechirp 之后得到一个抽样点长度为 $M \times N$ 的时间序列信号 $x(n + mN)$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$; $m = 0, 1, \dots, M - 1$, 其进行离散傅里叶变换之后得到的频谱为 $X(p + qM)$, 那么 $x(n + mN)$ 的离散傅里叶变换可以表示为

$$X(p + qM) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} x(n + mN) e^{-j2\pi(p+qM)(n+mN)/MN}$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} x(n + mN) \times e^{-j2\pi np/M} \times e^{-j2\pi n(q+p/M)/N} \quad (5)$$

其中 $q = 0, 1, \dots, N - 1$; $p = 0, 1, \dots, M - 1$ 。如果在式(5)中令因子 $e^{-j2\pi np/MN} = 1$, 则式(5)就可以化简为两级 FFT 串联的形式, 即

$$X_1(p + qM) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{-j2\pi mp/M} \sum_{n=0}^{N-1} x(n + mN) e^{-j2\pi nq/N}$$

$$= \text{FFT}_m \{ \text{FFT}_n [x(n + mN)] \} \quad (6)$$

式(6)的意义即先对 N 点的子孔径时间段序列作 FFT 变换, 共计 M 段, 得到 $X(q, m)$, 然后将 M 段的 N 点 FFT 的相应输出 $X(q, m)$, 总共 M 个点, 作 M 点 FFT, 即可以得到 $X_1(p + qM)$ 。 $X_1(p + qM)$ 是在 qM 点的邻域内 p 点的细化频谱, 共计 M 个谱线。这样就通过两级串联的 FFT 运算得到了在因子 $\exp(-j2\pi np/MN) = 1$ 的情况下 $x(n + mN)$ 的频谱。

由于线性调频信号 Dechirp 之后是一个单频信号的形式, 因此第 1 级 CRFFT 得到的结果是 M 个 Sinc 函数的形式。第 2 级 FRFFT 运算是沿不同子孔径方向进行的 FFT 运算, 也就是对第 1 级 FFT 之后得到的 M 个 Sinc 函数对应的频点做长度为 M 的 FFT 运算。第 2 级 FFT 得到的结果同样是 Sinc 函数的形式。这样, 经过两级的 FFT 运算, 就得到了线性调频信号的脉冲压缩结果是两个 Sinc 函数相乘的形式。

在上面的计算中, 假定了两级 FFT 运算之间的交叉项等于 1, 即假定

$$e^{-j2\pi np/MN} = 1 \quad (7)$$

而该交叉项因子同时还是 n, p 的函数, 实际上它并不等于 1。它的作用是将两级 FFT 耦合了起来, 计算第 2 级 FFT 时, 必须将第 1 级关于 n 的 FFT 计算结果进行修正, 否则第 1 次 FFT 运算得到的部分粗频点的能量会扩散到相邻的频点, 因而这就给两级 FFT 运算之后的结果带来了误差。当 $p/M \ll 1$ 时, $(q + p/M) \approx q$, 也就是交叉项因子等于 1 的情况下所带来的误差是很小的。随着 p/M 数值的增大, 误差也将增大。如图 3, 可以看出最大误差产生在 $p/M \approx 1/2$ 的附近。

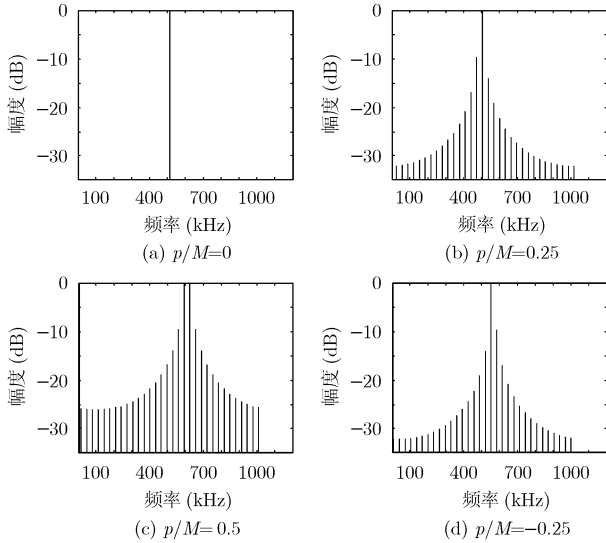


图3 两级串联FFT进行线性调频信号
脉冲压缩时的误差(单个回波信号)

根据上面的推导可以看出,只有在交叉项因子满足式(7)所约束的条件时,通过两级FFT运算得到的 $x(n+mN)$ 的频谱才与进行一次全长度FFT时候得到的结果完全相同。交叉项的存在不仅使得脉冲压缩的时候产生栅瓣效应,同时由于能量的泄漏,使得压缩后信号的峰值大小发生了变化,从而带来周期性的幅度调制现象。在以往的实际处理中,往往采用将子孔径之间取重叠,并在第1次FFT时通过加窗的方法来降低能量泄漏所带来的栅瓣效应的产生。对于最终得到的压缩结果同时需要进行幅度矫正而达到均匀的量化效果。但是,这样不仅增加了系统整体的运算量,同时对于SAR的成像效果也带来了一定的影响。

单纯从数学上分析式(6)可以看出,如果将二维FFT运算的前后顺序交换,也就是先对孔径间的对应数据进行FFT运算,再对子孔径内的点进行FFT运算,则式(6)变为如下的形式:

$$X_1(p+qM) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi nq/N} \sum_{m=0}^{M-1} x(n+mN) e^{-j2\pi mp/M} \\ = \text{FFT}_n \{ \text{FFT}_m [x(n+mN)] \} \quad (8)$$

同时,再考虑交叉项因子 $\exp(-j2\pi np/MN)$ 的影响。可以看出交叉项因子是关于 n 的函数表达式,按照式(8)给出的运算步骤,如果在第二步FFT运算时考虑因子 $\exp(-j2\pi np/MN)$,则式(5)变为

$$X(p+qM) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} x(n+mN) e^{-j2\pi n(q+p/M)/N} \times e^{-j2\pi mp/M} \\ = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi n(q+p/M)/N} \sum_{m=0}^{M-1} x(n+mN) e^{-j2\pi mp/M} \\ = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi n(q+p/M)/N} X(p,n) \quad (9)$$

根据式(9)推导的结果可以看出,对第1次傅里叶变换得到的结果进行第2次变换时,其相应的变换核函数变为 $\exp[-j2\pi n(q+p/M)N]$ 。相对于离散傅里叶变换的变换核函数 $\exp[-j2\pi nqN]$,第2次变换实际上是在单位圆上进行求和运算时,取样点的起始角频率发生了变化。如果换一个角度来理解,交叉项可以认为是对第1次FFT之后的频点在进行第2次求和运算之前做了相应相位矫正,从而使得进行第2次FFT之后得到的结果与一次全长度FFT得到的结果相同。

根据线性调频z变换的算法原理^[5], $X(p+qM)$ 就是 $X(p,n)$ 在变换核为 $\exp[-j2\pi n(q+p/M)N]$ 时候的CZT变换。因此,对于 $x(n+mN)$ 进行一次傅里叶变换之后得到的频谱, $X(p+qM)$ 就可以看作 $x(n+mN)$ 先进行FFT,再进行CZT变换的串联形式。其CZT变换的变换核函数为 $\exp[-j2\pi n(q+p/M)N]$ 。

根据上面的分析的原理,改进的StepTransform实现框图如图4所示:

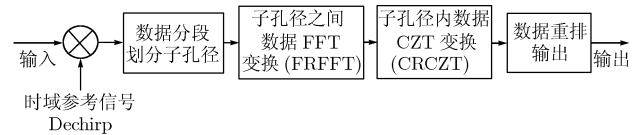


图4 改进的StepTransform算法实现框图

4 仿真实验

根据上面的分析可以看到,对经过Dechirp之后的线性调频信号通过两级串联的FFT来实现脉冲压缩时,误差主要出现在交叉项因子的影响上。根据本文提出的将StepTransform的两级FFT顺序交换,并在第2级FFT时采用CZT变换的方式来补偿由于第1级FFT带来的相位误差的影响,从而达到与进行一次全长度FFT进行脉冲压缩相同的结果。下面是具体的仿真试验结果。仿真的参数为:输入LFM信号带宽200MHz,采样率250MHz,数据长度1024,子孔径点数 $N=32$,子孔径个数 $M=32$,子孔径重叠率 $OVR=0$ 。3个目标回波相对于参考信号中心偏移时刻分别为 $0, 0.32\mu\text{s}, 0.4\mu\text{s}$ 。

通过图5可以看出,在 $OVR=0$ 的情况下,改进的StepTransform方法达到了理想的脉冲压缩效果。由两级FFT运算带来的误差可以消除。而传统的StepTransform方法则在 $OVR=0$ 的情况下,部分目标已经无法分辨。根据文献[4]的分析,传统的StepTransform方法在 $OVR=2-3$ 的情况下才可以达到比较好的压缩效果。而基于CZT变换的改进的StepTransform算法避免了由于子孔径之间的重叠而带来的运算量的增大,同时达到了线性调频信号Dechirp之后理想的脉冲压缩效果。

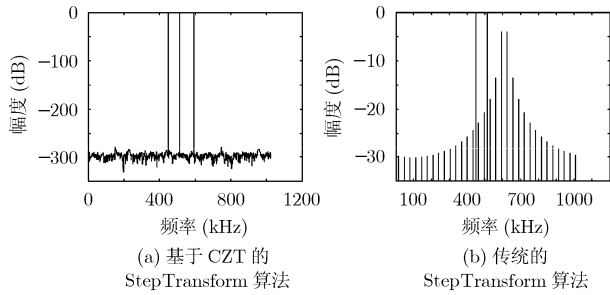


图 5 线性调频信号进行脉冲压缩结果示意图

通过实际数据的仿真得到了与理论推导相同的处理结果。由图 6 可以看出, 传统的 StepTransform 算法存在严重的幅度调制现象, 如果不加补偿就会严重影响成像质量。同时, 如果子孔径之间的重叠比不够高, 那么高栅瓣现象将会严重影响图像的信噪比, 造成图像质量的下降。在改进的算法得到的成像结果中可以看到, 图像的幅度调制现象不再存

在, 同时由于子孔径之间没有重叠, 由栅瓣所导致的信噪比下降就可以避免, 从而得到了较好的成像效果。

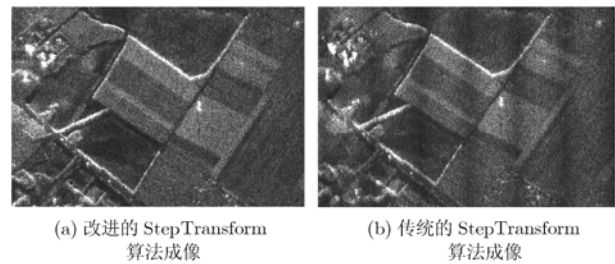


图 6 改进的 StepTransform 算法与传统 StepTransform 算法的成像对比

表 1 中给出了两种算法的运算量对比, 通过对比可以看出, 经过改进的算法避免了由于子孔径之间的重叠所引起的运算量的急剧增加, 在实际硬件实现上存在比较大的优势。

表 1 算法的运算量对比

	Dechirp 复乘	CRFFT/FRFFT	相位矫正数据重排	FRFFT/CRCZT
StepTransform	$OVR \times M \times N$ 复乘	$OVR \times N/2 \times \log_2(OVR \times N)$ 复乘 $OVR \times N/2 \times \log_2(OVR \times N)$ 复加	$OVR \times M \times N$ 复乘	$M/2 \times \log_2 M$ 复乘 $M \log_2 M$ 复加
改进的 StepTransform	$M \times N$ 复乘	$N/2 \times \log_2 \times N$ 复乘 $N \log_2 \times N$ 复加	$M \times NN$ 复乘	$M/2 \times \log_2 M$ 复乘 $M \log_2 M$ 复加

5 结束语

本文在分析传统的 StepTransform 算法进行脉冲压缩的基础上, 讨论了 StepTransform 算法用于线性调频信号脉冲压缩时的局限性和不足。针对传统的 StepTransform 中存在的高栅瓣和能量泄漏现象, 文章分析了误差产生的根本原因, 并提出了一种改进的 StepTransform 算法。根据文中的理论分析和仿真实验的结果可以看出, 将传统的 StepTransform 方法中两级 FFT 运算的顺序交换, 同时在第 2 级 FFT 时采用 CZT 变换代替 FFT 来进行相应的相位误差补偿处理就可以达到理想的脉冲压缩效果。与传统的方法相比, 将改进的算法用于合成孔径雷达的方位向压缩处理, 避免了由于传统的 StepTransform 算法存在的近似所带来的误差和不足, 同时在运算量上也避免了由于子孔径之间重叠比过高所带来的运算量的增加。

参考文献

- [1] Perry R P and Martinson L W. Radar matched filtering. In E. Brookner (Ed.), Radar Technology. Dedham, MA: Artech House, 1977: 163-169.
- [2] Wu K H and Vant M R. Extensions to the step-transform SAR processing techniques, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1985, 21(3): 338-344.
- [3] Perry R P and Daiser H W. Digital step transform approach

to airborne radar processing, *IEEE NAECON Processings*, May 1973: 563-574.

- [4] Sack M and Cumming I G. Application of efficient linear FM matched filtering algorithms to synthetic aperture radar processing. *IEE Proc.- F.*, 1985, 132(1): 45-57.
- [5] 王世一. 数字信号处理(修订版). 北京:北京理工大学出版社, 1997: 151-156.
- [6] Moreira A. Real-time synthetic aperture radar (SAR) processing with a new subaperture approach. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 1992, 30(4): 714-722.
- [7] Burns B L and Cordaro J T. SAR image formation algorithm that compensates for the spatially variant effects of antenna motion. *SPIE Proceedings. SPIE's International Symposium on Optical Engineering in Aerospace Sensing*, 1994, 2230: 14-24.
- [8] McGoey-Smith A D and Vant M R. Modification of the SAR step transform algorithm. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(3): 666-673.

张大炜: 男, 1981 年生, 博士生, 研究方向为 SAR 信号处理与实时成像。

王岩飞: 男, 1963 年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为微波成像雷达系统及其理论、数字信号处理等。