

# MIMO-OFDM 系统中 LDPC 编码和自适应比特功率分配算法研究

霍永青 彭启琮

(电子科技大学通信学院 成都 610054)

**摘要:** 该文提出了将 LDPC 码与自适应比特功率分配相结合应用于 MIMO-OFDM 系统中的算法。文中分别对两种不同码率的 LDPC 码与自适应 OFDM, 自适应 MIMO-OFDM 相结合的算法进行了仿真, 同时还对未编码的自适应 OFDM 以及 MIMO-OFDM 进行了仿真。仿真结果显示, 在相同的传输带宽以及相同的传输信息量(即数据“净码率”)情况下, 采用低码率 LDPC 编码的自适应 OFDM 系统的性能要比未编码的自适应 OFDM 以及自适应 MIMO-OFDM 系统的性能好; 采用高码率 LDPC 编码的自适应 OFDM 系统的性能比未编码的自适应 OFDM 系统性能好, 但比未编码的自适应 MIMO-OFDM 系统性能差。

**关键词:** MIMO-OFDM; LDPC 编码; 自适应分配; 频率选择性衰落

**中图分类号:** TN92

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2008)02-0404-04

## Study of LDPC Coding and Adaptive Bit Power Allocation in MIMO-OFDM System

Huo Yong-qing Peng Qi-cong

(School of Communication and Information Engineering,

University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** In this paper, an algorithm of LDPC codes and adaptive bit power allocation in MIMO-OFDM system is proposed. The algorithms of LDPC codes with two different code rate and adaptive OFDM/MIMO-OFDM are simulated, at the same time, the adaptive algorithms of OFDM/MIMO-OFDM without coding are simulated. The simulation results show that, with the same transmission bandwidth and the same transmission entropy, the performance of adaptive OFDM system with lower rate LDPC codes is better than that without coding. Furthermore, the performance of adaptive OFDM system with high rate LDPC codes is better than that of adaptive OFDM, but worse than that of adaptive MIMO-OFDM.

**Key words:** MIMO-OFDM; LDPC coding; Adaptive allocation; Frequency selective fading

### 1 引言

目前, 由于无线通信业务的不断增长, 使得如何提高数据传输速率和频谱利用率成为人们研究的热点。近来的研究已经表明, MIMO<sup>[1]</sup>的空间复用技术在不需要提高传输功率或带宽的情况下可以实现高速数据传输。但是, 当信道呈现严重的频率选择性的时候, MIMO 传输的性能将急剧下降。而 OFDM<sup>[2]</sup>通过将信道划分成多个子信道的方法可以很好地抵抗频率选择性衰落。因此, 将 MIMO 与 OFDM 相结合进行数据传输可以在不损失服务质量(QoS)的情况下提高频谱效率。故, MIMO 与 OFDM 相结合的方案在宽带无线通信中受到了广泛的关注。在多径环境下, 尽管 OFDM 中绝大部分子载波始终可以进行正确的检测, 但系统的性能仍会因为部分子载波受到深衰落的影响而急剧恶化。解决该问题的主要办法有: (1)根据子载波的信道特性自适应地进行比特功率的分配, 给受到深衰落的子载波分配少的比特或零比

特。(2)将纠错编码方式应用于系统中。(3)将自适应比特功率分配算法与纠错编码相结合应用于系统中。目前已有许多自适应比特功率分配算法<sup>[3-5]</sup>, 这些算法可以在不同的性能准则下达到比特功率的最优或次优分配。而在编码方面, 近年来, LDPC 码由于其接近香农限的优异性能成为编码理论界的研究热点<sup>[6]</sup>。

本文提出了 LDPC 编码与自适应比特功率分配结合应用在 MIMO-OFDM 系统中的算法。研究表明, 采用了自适应比特功率分配比非自适应性能有所提高, 同时, 在相同系统条件下, 采用 LDPC 编码和自适应比特功率分配算法比未编码的自适应比特功率分配算法性能要好。在文章的第 2 节对 MIMO-OFDM 系统进行了描述。本文提出的算法在第 3 节进行了说明。第 4 节给出了仿真结果, 最后对文章做了总结。

### 2 系统模型

本文的收发端框图如图 1 和图 2 所示。首先, 输入的高速串行数据经 LDPC 编码后产生长度为  $N$  的数据块, 该长

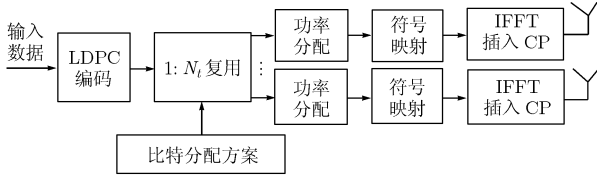


图 1 MIMO-OFDM 系统发射端框图

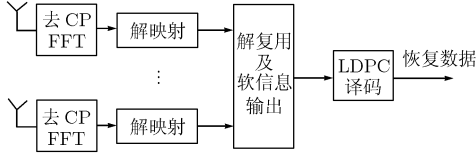


图 2 MIMO-OFDM 系统接收端框图

度为  $N$  的二进制数据块经过复用器变成长度为  $N/N_t$  的  $N_t$  路数据流。对每路数据流进行信号映射, 此时得到的 QAM 信号对应编码比特组序列  $(c_i^I, c_i^Q), i=1, 2, \dots, m$ , 映射方式采用格雷编码。对调制后的信号进行快速傅里叶逆变换(IFFT), 形成 OFDM 符号, 然后从一个天线上发射出去。

在接收端, 接收到的 OFDM 符号经过去循环前缀、快速傅里叶变换(FFT)、解映射、解复用以及 LDPC 译码等恢复出发射数据流。

假设 MIMO 系统包含有  $N_t$  个发射天线,  $N_r$  个接收天线。第  $i$  个接收天线和第  $j$  个发射天线间的信道冲击响应用  $h_{i,j}(l), l=0, 1, \dots, L$  表示,  $L$  是最大延迟符号扩展个数。如果有一个维数为  $N_t \times N$  的数据块要通过该 MIMO 信道发射出去, 令  $s_j[k], k=0, 1, \dots, N-1$  代表第  $j$  个发射天线传输的数据序列。第  $i$  个接收天线在第  $k$  个时隙接收到的信号  $y_i[k], k=0, 1, \dots, N-1$  可以表示为

$$y_i[k] = \sum_{j=1}^{N_t} \omega_{i,j}[k] s_j[k] + n_i[k], \quad i = 1, 2, \dots, N_r \quad (1)$$

其中  $n_i[k]$  是零均值, 方差为  $N_0$  的复高斯噪声,  $\omega_{i,j}[k]$  是第  $k$  个时隙上, 第  $j$  个发射天线和第  $i$  个接收天线间的信道增益, 由下式给定:

$$\omega_{i,j}[k] = \sum_{l=0}^{L-1} h_{i,j}[l] e^{-\frac{j2\pi kl}{N}}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

从式(1)可以得到第  $k$  个时隙 MIMO 系统的输入输出可以表示为

$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{H}[k] \mathbf{s}[k] + \mathbf{n}[k] \quad (3)$$

这里  $\mathbf{y}[k] = [y_1[k] \ y_2[k] \ \dots \ y_{M_r}[k]]^T$ ,  $\mathbf{n}[k] = [n_1[k] \ n_2[k] \ \dots \ n_{M_r}[k]]^T$ ,  $\mathbf{H}[k]$  是一个  $N_r \times N_t$  的矩阵, 它是第  $k$  个时隙的矩阵信道的频域响应。

MIMO 信道的总的输入输出过程可以表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (4)$$

在本文的研究中, 假设信道为块衰落信道, 从多根天线发射的信号是独立同分布的。在这种情况下, 通过奇异值分解可以将 MIMO 信道分解成多个并行独立的单入单出(SISO)

信道:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{U}, \mathbf{V}$  为酉阵, 满足  $\mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}, \mathbf{V} \mathbf{V}^H = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{D}$  为由  $\mathbf{H}$  的奇异值构成的对角阵。分解得到的子信道的个数等于  $\mathbf{H}$  中非零奇异值的个数。这样的话, MIMO-OFDM 系统的自适应问题就转化为给所有具有非零奇异值的子道进行比特功率分配的问题。

### 3 自适应比特功率分配算法和 LDPC 编码

#### 3.1 自适应比特功率分配算法

本文提出的自适应算法在受限于一个 OFDM 符号传输的总比特数  $B_o$ , 且使总发射功率最小的前提下, 同时自适应子信道的传输比特数和发射功率。最小化  $\sum_{i=1}^K p_i$  受限于  $\sum_{i=1}^K b(i) = B_o$ 。其中  $K$  为 OFDM 系统的子载波数,  $p_i, b(i)$  分别为子载波的功率和比特数。算法具体描述如下:

(1) 计算各子信道的信噪比  $\text{SNR}(i)$ ;

(2) 以最大化信道容量为目标进行子信道的比特分配, 并且对分配的比特数进行量化取整  $\hat{b}(i) = \log_2(1 + \text{SNR}(i))$ ;  $b(i) = \text{round}(\hat{b}(i))$ 。

(3) 基于  $b(i)$  计算各个子信道的能量分配  $e_i(b(i)) = (2^{b(i)} - 1) / \text{GNR}(i)$ 。

这里  $\text{GNR}(i) = \text{SNR}(i) / \text{GAP}$ , GAP 是信噪比间隙, 改变它可以改变各子信道的比特分配。

(4) 构造每个子信道的能量增量表  $\Delta e_i(b) = e_i(b) - e_i(b-1)$ 。

(5) 计算总的分配比特数  $B_{\text{total}} = \sum_i b(i)$  与目标比特数  $B_o$  进行比较, 如果  $B_{\text{total}} \neq B_o$ , 则转到步骤(6), 否则, 转到步骤(8)。

(6) 如果  $B_{\text{total}} > B_o$ , 找到增加 1 bit 需要最大增量能量的子信道, 将其  $b(i)$  减去 1, 一直重复此步骤, 直到  $B_{\text{total}} = B_o$ 。

(7) 如果  $B_{\text{total}} < B_o$ , 找到只分配了 0 bit 或 1 bit, 并且增加 1 bit 需要的能量增量最小的子信道, 将其比特数加 1, 重复此步骤直到  $B_{\text{total}} = B_o$ 。

(8) 检测每个子信道的比特分配是否都满足是 0, 1, 2, 4, 6 或者 8 中的一个数, 找到不满足的子信道(比如是子信道  $m$ ), 查找该子信道增加 1 bit 需要的能量增量  $\Delta e_m(b(m))$ 。找到只分配了 0 bit 或 1 bit 的子信道, 并计算这些子信道增加 1 bit 所需的能量增量, 比较这些能量增量和  $\Delta e_m(b(m))$ 。如果他们大于  $\Delta e_m(b(m))$  则将子信道  $m$  的比特数加 1, 否则, 将子信道  $m$  的比特数减 1, 并且将能量增量小于  $\Delta e_m(b(m))$  的子信道中的任一个的比特数加 1。依此类推, 直到所有的子信道的比特分配都满足要求。

本文采用的调制方式是 BPSK 和 MQAM,  $M=4, 16, 64, 256$ 。故在步骤(8)中对子信道分配的比特数约束为 0, 1, 2,

4, 6 或者 8, 0 bit 对应于不传输。在本文的第 4 节将给出该自适应比特功率分配算法的误码率性能曲线以及采用该算法的 LDPC 编码 MIMO-OFDM 系统的误码率性能曲线。

### 3.2 LDPC 码原理及译码软信息的计算

(1)LDPC 码原理 LDPC 码是 1962 年由 Gallager 提出<sup>[7]</sup>, 后经 Mackay 等人研究而得以学术界的广泛关注。Mackay 已经证明 LDPC 码的性能要优于大部分现有的纠错编码<sup>[8]</sup>, 而且在 GF(8)上的非规则 LDPC 码的性能要优于 Turbo 码<sup>[9]</sup>。

LDPC 码的基本原理如下:LDPC 码是一种线性分组码, 它的译码算法采用的是置信传播算法, 其中置信定义为下面的对数似然比(LLR):

$$A(x) = \log \left[ \frac{\Pr(x=0|y)}{\Pr(x=1|y)} \right] \quad (6)$$

其中  $x$  表示与某符号节点相关的码字比特取值,  $y$  表示所有与置信有关的信息。算法包含两类迭代过程。在译码的每一次迭代过程中, 信息节点  $x_j$  将传递给与它相连的所有校验节点  $x_j=a$  的概率  $Q_{ij}^a$ 。而校验节点  $z_i$  将传递给信息节点  $x_j$ , 在  $x_j=a$  的条件下校验方程  $z_i$  满足的概率  $R_{ij}^a$ 。每一次迭代都更新  $Q_{ij}^a$  和  $R_{ij}^a$  的值, 根据更新了的值产生一个临时的译码序列, 迭代过程将一直进行下去直到得到的临时译码序列  $\hat{x}$  满足  $H\hat{x}=Hn$  ( $n$  为噪声)或者迭代达到最大次数。

(2)译码软信息的计算 在解调过程中, 通过软解调算法从接收到的 QAM 符号得到对应的编码比特序列对  $(c_i^I, c_i^Q)$  ( $c_i^I, c_i^Q$  代表 I 路和 Q 路第  $i$  位置上的比特)中各比特的 LLR。例如, 设接收信号  $r_k = r_k^I + jr_k^Q$ , 式(7)给出了  $c_i^I$  的 LLR 定义 ( $c_i^Q$  的 LLR 定义类似):

$$A(c_i^I) = \log \left[ \frac{\Pr(c_i^I=0|r_k^I)}{\Pr(c_i^I=1|r_k^I)} \right] \quad (7)$$

由文献[10]给出的式(7)的最终表达式为

$$A(c_i^I) = \log \left[ \frac{\sum_{a \in Z_i^{(0)}} \exp \left( -\frac{|w_k|^2}{2\sigma^2} |y_k^I - a|^2 \right)}{\sum_{a \in Z_i^{(1)}} \exp \left( -\frac{|w_k|^2}{2\sigma^2} |y_k^I - a|^2 \right)} \right] \quad (8)$$

其中  $y_k^I = r_k^I/w_k$ ,  $w_k$  为对应子载波上的频率响应系数,  $Z_i^{(b)}$  表示 QAM 星座图中, 位置  $i$  处值为  $b$ ,  $b \in \{0,1\}$  的比特序列对应的符号集合,  $a$  为该集合中的某一符号。大信噪比条件下, 通过近似表达式  $\log(\sum x_i) \approx \max(\log x_i)$ , 可得到次优化的简化形式:

$$A(c_i^I) = \frac{|w_k|^2}{2\sigma^2} \left[ \min_{a \in Z_i^{(0)}} |y_k^I - a|^2 - \min_{a \in Z_i^{(1)}} |y_k^I - a|^2 \right] \quad (9)$$

软解调输出的 LLR 作为 LDPC 译码的软输入信息, 完成对应的译码过程并输出对原始信息比特的最佳估计。

## 4 仿真结果

本文对提出的自适应比特功率分配算法在频率选择性衰落信道的环境下做了仿真研究, 同时对 LDPC 编码与本文所提自适应算法相结合的传输方案也做了仿真。采用的是码率为  $R=0.5$  和  $R=0.8$  的 LDPC 码, OFDM 符号是根据 IEEE802.11a 标准设计的, 每个 OFDM 符号包含 64 个子载波, 只有 52 个用来传输数据符号。信道模型为四径的 Rayleigh 衰落信道, 功率时延分布呈指数衰减。比较了自适应 SISO-OFDM, 非自适应 SISO-OFDM(定速率 OFDM)和  $2 \times 2$  的自适应 MIMO-OFDM 的性能以及不同码率的 LDPC 码和自适应算法应用于 SISO-OFDM/MIMO-OFDM 系统时的性能。

为了验证本文的自适应比特功率分配算法, 产生了一个信道时隙, 在图 3 中给出了该信道的增益以及比特和功率分配曲线图。从图中可以看出, 比特功率分配和所提算法预计的结果一样。

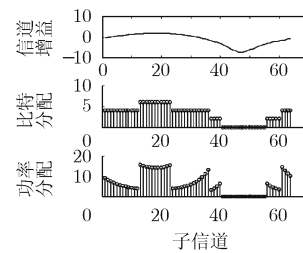


图3 一个信道时隙的比特和功率分配

图 4 给出的是未编码的自适应 SISO-OFDM、MIMO-OFDM 以及非自适应 OFDM 系统(定速率 OFDM)的 BER 性能曲线。从图中看出, 自适应 MIMO-OFDM 性能好于自适应 SISO-OFDM, 自适应 SISO-OFDM 性能好于非自适应 OFDM。

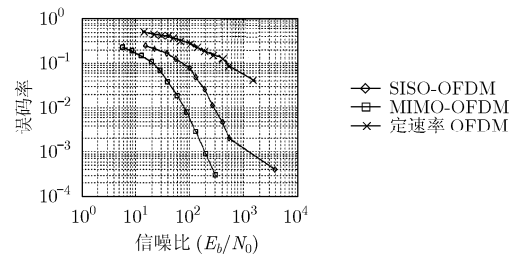


图4 未编码的3种方案的BER曲线

为合理起见, 本文对各种编码和未编码系统的仿真都是以同样的传输带宽和相同的传输信息量, (数据“净码率”)为基础的, 即采用速率为  $R$  的 LDPC 码时, 相同带宽及相同子载波数所传输的总比特数为未编码的总比特数的  $1/R$  倍。图 5 给出了采用不同码率的 LDPC 码与未编码的自适应

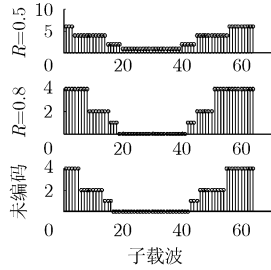


图 5 未编码以及两种码率在同一时隙信道下的比特分配图

OFDM 系统的比特分配图。由于本文采用的是整数比特分配以及方形 MQAM 调制, 故某些子载波的比特分配不是绝对满足  $1/R$  的倍数。

图 6 给出了两种码率的自适应 OFDM、未编码的 OFDM 以及未编码的 MIMO-OFDM 的误码率曲线图, 从图中看出, 当码率提高的时候, 系统的性能有所下降。而且采用码率为 0.8 的 LDPC 编码的 OFDM 系统的性能比未编码的 OFDM 系统性能好, 但是要比未编码的  $2 \times 2$  MIMO-OFDM 系统的性能差。这说明在码率太高的时候编码引入的增益低于 MIMO 技术引入的增益。

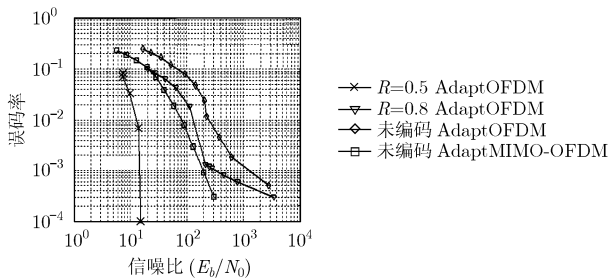


图 6 相同净码率及带宽下几种自适应调制编码方式的误码率曲线图

## 5 结束语

研究表明 MIMO 技术在不增加带宽或功率的情况下可以实现高速数据传输, 提高无线通信系统的容量, 而 OFDM 技术可以抵抗频率选择性衰落, 消除符号间干扰。MIMO 和 OFDM 相结合的技术 MIMO-OFDM 可以实现高的频谱效率以及抵抗多径衰落, 因此, 被认为是宽带无线通信中的一项很有发展前途的技术, 成为下一代移动通信技术的研究热点。由于在多径环境下, OFDM 系统的每个子载波在不同时刻经历着不同的衰落, 因此, 有必要对不同的子载波根据其经历的衰落状况来对其进行比特和功率分配, 从而提高系统的性能, 又基于 LDPC 具有接近香农限的性能, 且编译码结构简单, 文章提出了 MIMO-OFDM 系统中的 LDPC 编码和自适应比特功率分配算法。从仿真结果可以看出, 未编码的自适应 OFDM 系统的性能要好于非自适应 OFDM 系统的性能, 码率为 0.5 的 LDPC 编码与自适应技术结合的系统性能

要好于未编码的系统性能, 而在码率为 0.8 时, 联合 LDPC 编码和自适应比特功率分配的 SISO-OFDM 系统的性能要差于未编码的  $2 \times 2$  MIMO-OFDM 系统的性能, 这表明码率太高的时候编码引入的增益低于 MIMO 技术引入的增益。研究表明适当设计 LDPC 码的码率, 应用 LDPC 编码和自适应比特功率分配算法可以极大地提高系统的性能。

## 参考文献

- [1] Blostein S D and Leib H. Multiple antenna systems: their role and impact in future wireless access. *IEEE Communications Magazine*, 2003, 41(7): 94-101.
- [2] Kanemaru H and Ohtsuki T. Interference cancellation with diagonalized maximum likelihood decoder for space-time /space-frequency block coded OFDM. *IEEE 59th VTC*, Chiba, 2004, 1: 525-529.
- [3] Chow P S, Cioffi J M, and Bingham J A C. A practical discrete multitone transceiver loading algorithm for data transmission over spectrally shaped channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 1995, 43(2): 773-775.
- [4] Wyglinski A M, Kabal P, and Labeau F. Adaptive bit and power allocation for indoor wireless multicarrier systems. in *Proc. 15th Int. Conf. Wireless Communications*, Calgary, AB, Canada, 2003: 500-508.
- [5] Wyglinski A M, Labeau F, and Kabal P. Bit loading with BER-constraint for multicarrier Systems. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2005, 4(4): 1383-1387.
- [6] Mackay D J C and Hesketh C P. Performance of low density parity check codes as a function of actual and assumed noise levels., URL: <http://www.elsevier.nl/locate/entcs/volume 74.html> 2003.
- [7] Gallager R G. Low-density parity-check codes. *IRE Trans. on Info. Theory*, 1962, 8(1): 21-28.
- [8] Ryan W E and Wang Fan, *et al.* Optimal code rates for the Lorentzian channel: Shannon codes and LDPC codes. *IEEE Trans. on Magnetics*, 2004, 40(6): 3559-3565.
- [9] Mackay D J C and Neal R M. Near Shannon limit performance of low-density parity-check codes. *Electronics Letters*, 1996, 32(18): 1645-1646.
- [10] Zhang Z, Qi B, and Zhang P. Low-density parity-check codes and high spectral efficiency modulations. *IEEE PIMRC'*, Beijing, 2003, 1: 444-448.

霍永青: 女, 1979 年生, 博士, 主要研究方向为宽带无线通信中的自适应调制编码。

彭启琮: 男, 1946 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为通信中的信号处理、实时信号处理和 DSP 技术。