

## 一种缩减图像维数的方法及其在人脸图像上的应用

徐勇<sup>①</sup> 杨健<sup>②</sup> 赵英男<sup>③</sup> 宋枫溪<sup>①</sup> 杨静宇<sup>④</sup>

<sup>①</sup>(哈尔滨工业大学深圳研究生院 深圳 518055)

<sup>②</sup>(香港理工大学计算系生物计算研究中心 香港)

<sup>③</sup>(吉首大学物理科学与信息工程 吉首 416000)

<sup>④</sup>(南京理工大学计算机系 南京 210094)

**摘要:** 2DPCA 是一种快速且有效的图像特征抽取方法。不同于传统的主分量分析(PCA)方法,该方法以全新的思路应用主分量分析技术,它直接计算图像矩阵到矢量的投影,并将其看作图像特征。实际上,2DPCA 是此种思路下的最优压缩技术。对 2DPCA 而言,存在两种抽取图像矩阵特征的技术路线,这两种路线将图像变换到不同的空间,且分别突出人脸图像横向和纵向的特质。由于这两种技术路线抽取的特征具有互补性,该文分别设计两种方案对这两类特征加以融合。基于特征融合的认识实验取得了较优的识别正确率。

**关键词:** 主分量分析; 2DPCA; 特征抽取; 特征融合

**中图分类号:** TP391.41

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2008)01-0180-05

## An Approach to Image Dimension Reduction and Its Application to Face Images

Xu Yong<sup>①</sup> Yang Jian<sup>②</sup> Zhao Ying-nan<sup>③</sup> Song Feng-xi<sup>①</sup> Yang Jing-yu<sup>④</sup>

<sup>①</sup>(Department of Computer Science & Technology, Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055, China)

<sup>②</sup>(The Biometrics Research Center and Department of Computing, Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China)

<sup>③</sup>(Department of Physics Science & Information Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China)

<sup>④</sup>(Department of Computer Science & Technology, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** As a technique of feature extraction, 2DPCA is effective and efficient. Different from traditional PCA, it directly computes projection of one image matrix onto vector, to obtain feature for the image. In fact, 2DPCA is optimal for dimension compression under this consideration. There are two approaches to implement 2DPCA. The two approaches transform images into different spaces, and emphasize horizontal feature and vertical feature of face images respectively. Because the features extracted by the two approaches may complement each other, two schemes are designed to perform feature fusion. Experiments based on the fused features achieve high classification right rates.

**Key words:** Principal component analysis; 2DPCA; Feature extraction; Feature fusion

### 1 引言

主分量分析方法是最小平方误差意义上的最优维数压缩技术,亦即在相同的维数下,使用主分量分析方法对原数据进行变换所得的数据中将包含最多的原数据的信息<sup>[1]</sup>。这种方法基于数据的二阶统计信息进行分析,抽取出的各个特征分量间具有不相关的性质。应用中,PCA 方法可通过求解特征方程实现,并选择对应较大特征值的特征向量作为变换

轴。使用这些变换轴对原数据进行变换后,原数据的信息损失最小。自 Kirby 与 Sirovich<sup>[2]</sup>首次将其引入人脸识别领域以来,主分量分析技术在该领域显示出了很大的应用潜力<sup>[3-10]</sup>。

在人脸特征抽取中,传统主分量分析技术的物理意义可解释如下:将人脸图像中的各点看做不同变量的观察值,使用 PCA 方法消除变量间的相关信息。具体实现中将人脸图像转换为矢量,使用 PCA 技术计算出若干个最优投影轴,将各人脸图像对应的矢量投影到这些投影轴,即得若干特征。到目前为止,几乎所有人脸识别中的 PCA 技术均采用这样的技术路线。然而,这种技术路线不仅对应较大的计算量,而且,在人脸图像数较少而图像矩阵维数较高的情况下,

2006-06-27 收到, 2006-12-12 改回

国家自然科学基金重大国际(地区)合作项目(60620160097), 面上项目(60602038, 60472060, 60473039)和广东省自然科学基金面上项目基金(06300862)资助课题

协方差矩阵估计的精确性不能被保证<sup>[11]</sup>。

## 2 2DPCA 技术简介

与上述方法不同, Yang 与 Zhang 提出了 2DPCA 技术<sup>[11,12]</sup>。该技术直接对二维图像矩阵应用主分量分析技术, 而不需将图像矩阵转换为矢量。这种处理办法的显著特点是计算简便, 计算代价小于传统 PCA。与传统 PCA 方法的对比实验表明了该方法在人脸识别问题上的有效性。相应的算法设计如下。

将图像矩阵  $\mathbf{A}$  对矢量  $\mathbf{u}$  作投影, 可得到矢量  $\mathbf{v}$ , 用公式表示为  $\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{v}$ 。称  $\mathbf{v}$  为特征矢量。将所有人脸图像均对  $\mathbf{u}$  作投影, 可得出各自的特征矢量。规定最优的投影轴  $\mathbf{u}$  应使得  $\mathbf{u}^T \mathbf{G}_i \mathbf{u}$  取得极大值, 其中  $\mathbf{G}_i = E((\mathbf{A} - \mathbf{E}\mathbf{A})(\mathbf{A} - \mathbf{E}\mathbf{A})^T)$ 。而求  $\mathbf{u}^T \mathbf{G}_i \mathbf{u}$  极大值的问题可转化为求解  $\mathbf{G}_i$  极大特征值所对应特征向量的问题。应用中  $\mathbf{G}_i$  采用下式计算。

$$\mathbf{G}_i = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\mathbf{A}_i - \bar{\mathbf{A}})^T (\mathbf{A}_i - \bar{\mathbf{A}})$$

$\bar{\mathbf{A}}$  为所有图像矩阵的均值,  $M$  为图像总数。称上述方法为 2DPCA。该方法创造性地提出了将图像矩阵投影到矢量的新思路, 并设计一个求解最优投影矢量的准则。在计算上, 该方法的计算代价将小于传统 PCA 方法。而在实验效果上, 根据 2DPCA 抽取得到的特征进行识别, 其识别率常高于传统的 PCA<sup>[11]</sup>。然而, 相关文献没对 2DPCA 的物理意义做深入的阐述。

## 3 2DPCA 的两种不同实现及其意义

显然, 将图像直接投影到一矢量, 应有两种运算形式, 一种是上文所述的矩阵右乘矢量的形式, 而另一种则是矩阵左乘矢量的形式。本节结合问题本身的实际意义, 分别给出两种形式下的 2DPCA 方案。

### 3.1 I 型 2DPCA

假设图像矩阵  $\mathbf{A}$  可被无误差地表示为  $\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T$ , 其中  $\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_j, 1 \leq i, j \leq n$  满足如下条件, 当  $i = j$  时其值为 1, 否则其值为 0。令  $\hat{\mathbf{A}} = \sum_{i=1}^r \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T, r < n$ 。若用  $\hat{\mathbf{A}}$  近似代替图像矩阵  $\mathbf{A}$ , 则误差为

$$\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}} = \sum_{i=r+1}^n \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T \quad (1)$$

若采用上述近似形式表示所有图像矩阵, 则平方误差可定义为  $E(\|\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}\|_F^2) = E[\text{tr}((\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})^T (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}))] = E[\text{tr}((\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})^T)]$ 。由式(1), 可得出

$$(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})^T = \sum_{i=r+1}^n \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T \quad (2)$$

由于  $\mathbf{v}_i = \mathbf{A}\mathbf{u}_i$ , 式(2)可改写为  $(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})^T = \sum_{i=r+1}^n \mathbf{A}\mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T \mathbf{A}^T$ 。因此,

$$E[\text{tr}((\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})^T)] = \sum_{i=r+1}^n \mathbf{u}_i^T E(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \mathbf{u}_i. \quad (3)$$

最优的  $\mathbf{u}_i$  应使式(3)取得极值, 亦即要求如下拉格朗日函数  $f(\mathbf{u}_i)$  取得极值:

$$f(\mathbf{u}_i) = \sum_{i=r+1}^n \mathbf{u}_i^T E(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \mathbf{u}_i - \sum_{i=r+1}^n \lambda_i (\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i - 1).$$

容易得出  $f(\mathbf{u}_i)$  取得极值应满足的条件为:  $\Sigma_1 \mathbf{u}_i = \lambda_i \mathbf{u}_i$ , 其中  $\Sigma_1 = E(\mathbf{A}^T \mathbf{A})$ 。本文将该条件写为如下更一般的形式:

$$\Sigma_1 \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u} \quad (4)$$

依据上述分析, 当取  $\Sigma_1$  的前  $r$  个最大特征值所对应的特征向量  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_r$  为基来展开所有的图像矩阵时, 在统计意义上, 与其它正交坐标系下用  $r$  个坐标展开图像矩阵相比, 上述方法所引起的平方误差最小。即使用上述方法得出的一组投影矢量在该思路下可实现对原图像的最优压缩。本文称这种方案为 I 型 2DPCA。实际中可根据  $\Sigma_1 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i)$  ( $M$  为图像个数) 计算  $\Sigma_1$ 。若对图像做中心化处理, 即  $\Sigma_1$  取为  $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M ((\mathbf{A}_i - \bar{\mathbf{A}})^T (\mathbf{A}_i - \bar{\mathbf{A}}))$ , 则得文献[11]的方法, 此处  $\bar{\mathbf{A}}$  为所有图像矩阵的均值。

### 3.2 II 型 2DPCA

在 3.1 节中假设  $\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T$ , 并将  $\mathbf{u}_i$  作为投影轴。从另一角度来看, 若令  $\mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j$  (而不是  $\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_j$ ) 满足当  $i = j$  时其值为 1, 否则其值为 0 的条件; 则可将  $\mathbf{v}_i$  作为投影轴。容易说明, 此种情况下, 取前  $r$  个投影轴来展开图像矩阵, 则平方误差的均值为

$$E[\text{tr}((\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})^T (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}))] = \sum_{i=r+1}^n \mathbf{v}_i^T E(\mathbf{A}\mathbf{A}^T) \mathbf{v}_i \quad (5)$$

令  $\Sigma_2 = E(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)$ , 可知最优投影轴即为特征方程  $\Sigma_2 \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$  的极大特征值所对应的若干特征向量。实际中可将  $\Sigma_2$  取为

$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\mathbf{A}_i \mathbf{A}_i^T)$ 。称上述方案为 II 型 2DPCA。此种方案下,

求出  $\mathbf{v}$  后,  $\mathbf{v}^T \mathbf{A}$  即为图像  $\mathbf{A}$  的特征。

本节分析清楚阐明了 2DPCA 的物理意义, 即在将图像矩阵直接变换为矢量以实现数据压缩的所有途径中, 2DPCA 具有最优性。这种最优性体现为变换轴数目相同的条件下, 根据 2DPCA 所得特征重建的图像将最接近原始图像。换言之, 这种描述方法引起的信息损失具有最小性。而传统 PCA 的物理意义也体现在其具有最优维数压缩的性质<sup>[13]</sup>。从这个角度角度看, 尽管实现途径不同, 2DPCA 仍具有与 PCA 相当的物理意义。2DPCA 可由 I 型 2DPCA 方案实现, 也可由 II 型 2DPCA 方案来实现。这两种方案将原始图像变换到不同的空间。从形式上看, 两种方案中作为变换轴的矢量具有不同的维数, 而且可以得出的变换轴的最大数目也不相同。在下文中可看到它们对人脸图像具有不同的描述能力。

#### 4 实验及分析

运用 I 型 2DPCA 和 II 型 2DPCA, 可以得到两类特征。图 1 与图 2 分别为两种方案得出的同一人脸的重建图像。两类重建图像似乎显示, I 型方案得出的重建图像凸显人脸图像的横向特征, 而 II 型 PCA 方案得出的重建图像则突出人脸图像的纵向特征; 重建图像时使用的投影轴个数较低时, 这种现象越明显。

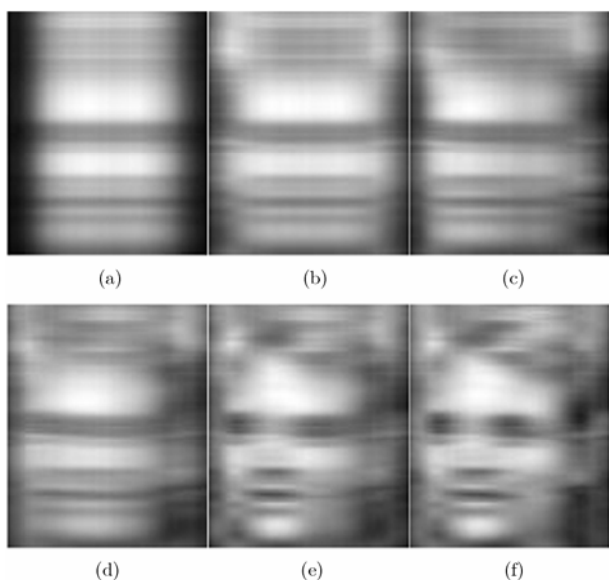


图 1 I 型 PCA 方案得出的重建图像 (a), (b), (c), (d), (e), (f) 分别在投影轴总数为 1,2,3,4,5 的条件下重建而得

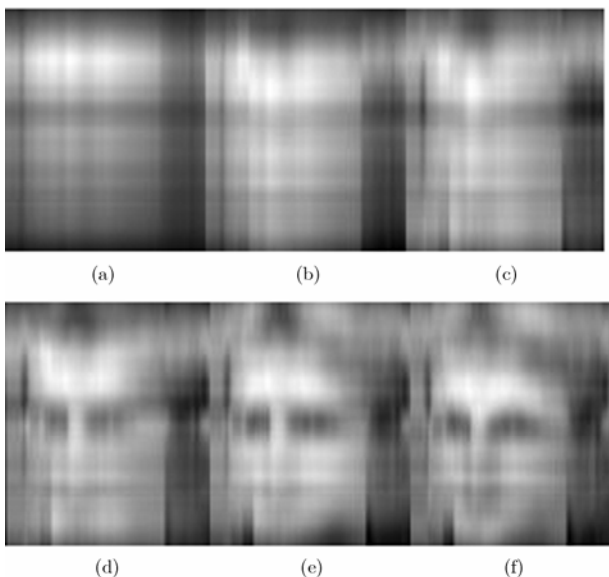


图 2 II 型 PCA 方案得出的重建图像 (a), (b), (c), (d), (e), (f) 分别在投影轴总数为 1,2,3,4,5 的条件下重建而得

从形式上看, 这种特点与以下事实相联系: II 型 2DPCA 方案中图像在某一个投影轴上投影所得特征矢量的各元素值分别为原图像各列中像素值的加权和。具体地, 特征矢量

第  $i$  个元素值即为图像第  $i$  列中所有像素值以投影轴的各分量为权重的加权和。与此相反, I 型方案中图像在某一个投影轴上投影所得特征矢量的各元素值分别为原图像各行中像素值的加权和。图 1 和图 2 在一定程度上反映了这两种特征的特点。因此, 可认为两种方案得出的数据是从不同角度对原图像的描述。若将它们作为识别的特征, 它们应具有一定的互补性。Wu 与 Zhou<sup>[14]</sup>曾分别计算出人脸图像各行与各列像素值的累加和, 并在识别中加以应用, 取得了较好的识别效果。与本文的思路和处理方法不同, 他们没有将这些信息作为独立的特征来使用, 而是将其融入到了原图像中。

本文提出在人脸识别中联合使用上文两种方案得出的特征, 并称其为特征联合方法。具体的特征联合方案设计为如下两种: (1) 将 II 型 2DPCA 方案得出的特征与 I 型方案得出的特征合并, 采用最近邻方法分类, 称其为基于最近邻距离的分类方法。(2) 分别对每一类特征计算测试样本与每一个训练样本间的距离, 并记录每一类的所有训练样本与测试样本间距离的最小值  $\min_p^i(1), \min_p^i(2), \dots, \min_p^i(L)$ , 将其作为测试样本与各类之间的距离。本文认为, 与某类距离越小, 样本属于该类的可能性越大, 于是定义

$$\text{prob}_p^{(i)}(l) = \left( 1 - \frac{\min_p^i(l)}{\sum_{k=1}^L \min_p^i(k)} \right) / (L-1),$$

$$l = 1, 2, \dots, L, \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

作为测试样本属于第  $l$  类的可能性度量。根据下式计算样本属于第  $l$  类的概率:

$$\text{prob}(l) = (\text{prob}_p^{(1)}(l) + \text{prob}_p^{(2)}(l)) / 2 \quad (7)$$

称其为基于概率估计的分类方法。这种根据距离估计后验概率的方法在字符识别中取得了较好的分类效果<sup>[15]</sup>。

表 1 和表 2 分别给出了在 ORL 人脸库和 Yale 人脸库上的实验结果。实验分别对每类的前 4 个或者 5 个、6 个训练样本用于训练, 其余样本用于测试的情况进行了计算。每种情况下, 分别给出了特征矢量的个数为 4, 6, 8, 10 时取得的识别正确率。结果显示, 联合两类特征得出的分类正确率在两种方案下都取得了较高分类正确率, 且均高于 I 型 2DPCA 和 II 型 2DPCA。在 ORL 库上, 特征联合方法与 II 型 2DPCA 间分类正确率的最大差值达 10.4%。在 Yale 库上, 特征联合方法和 I 型 2DPCA 间分类正确率的最大差值达 9.6%。这表明 I 型 2DPCA 和 II 型 2DPCA 得出的特征确实具有互补性。

#### 5 结束语

2DPCA 技术是一种快速有效的特征抽取方法。它基于如下思路: 将图像矩阵直接投影到矢量以抽取图像特征。本文分析指出, 在此思路下, 与采用同样变换轴数目的其它途径相比, 2DPCA 具有最优性, 即其重建后的图像最接近原

表 1 I 型 2DPCA 与 II 型 2DPCA 在两个人脸库上的分类正确率

	训练数	II 型 2DPCA 特征矢量数				I 型 2DPCA 特征矢量数			
		4	6	8	10	4	6	8	10
ORL	4	78.8	80.0	80.8	81.3	80.4	82.5	82.5	81.3
	5	84.5	83.5	85.5	86.0	84.0	85.5	85.0	84.0
	6	91.3	91.3	91.3	91.3	92.5	93.8	93.1	91.9
Yale	4	74.3	78.1	78.1	77.1	77.1	77.1	78.1	77.1
	5	81.1	83.3	83.3	83.3	83.3	83.3	84.4	82.2
	6	78.7	81.3	81.3	81.3	80.0	81.3	82.7	80.0

表 2 使用不同分类器时, 特征联合方法在取得的分类正确率

	训练数	基于概率估计的分类正确率				基于最近距离的分类正确率			
		特征矢量数				特征矢量数			
		4	6	8	10	4	6	8	10
ORL	4	89.2	88.3	88.8	88.8	87.9	87.9	88.8	88.8
	5	92.5	90.0	90.5	91.5	91.0	90.0	90.5	91.5
	6	97.5	97.5	96.9	96.3	97.5	97.5	96.9	96.3
Yale	4	81.9	85.7	86.7	86.7	81.9	85.7	85.7	86.7
	5	85.6	88.9	88.9	88.9	85.6	87.8	88.9	88.9
	6	84.0	84.0	85.3	85.3	84.0	82.7	85.3	85.3

图像。无论 I 型 2DPCA 还是 II 型 2DPCA 均具有该最优性。此分析揭示了 2DPCA 的物理意义, 使其应用有了理论上的依据。然而, 作为 2DPCA 的两种实现途径, I 型 2DPCA 和 II 型 2DPCA 将原图像变换到不同空间; 从表现来看, 它们突出人脸图像不同方面的特质。即 I 型 2DPCA 抽取出的特征着重反映人脸水平方向的特点, 而 II 型 2DPCA 重点反映人脸纵向的特点。在对人脸图像的描述上, 可认为 I 型 2DPCA 和 II 型 2DPCA 抽取出的两类特征具有互补性。因此, 在识别中可考虑这两类特征的融合应用。文中同时使用这两类特征进行的识别实验均取得了较优的识别正确率。

### 参 考 文 献

- [1] 福永圭之介著, 陶笃纯译. 统计图形识别导论. 北京: 科学出版社, 1978.
- [2] Kirby M and Sirovich L. Application of the KL procedure for the characterization of human Faces. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(1): 103-108.
- [3] Turk M and Pentland A. Eigenfaces for recognition. *J. Cognitive Neuroscience*, 1991, 3(1): 71-86.
- [4] Pentland A. Looking at people: Sensing for ubiquitous and wearable computing. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(1): 107-119.
- [5] Grudin M A. On internal representations in face recognition systems. *Pattern Recognition*, 2000, 33(7): 1161-1177.
- [6] Cottrell G W and Fleming M K. Face recognition using unsupervised feature extraction. Proc. Int'l Neural Network Conf., Paris, France, 1990: 322-325.
- [7] Baek K, Draper B A, Beveridge J R, and She K. PCA vs. ICA: A comparison on the FERET data set. The 6th Joint Conf. on Information Sciences, Durham, North Carolina, 2002: 824-827.
- [8] 徐勇, 杨静宇, 陆建峰. 提升 KPCA 方法特征抽取效率的算法设计. *中国工程科学*, 2005, 7(10): 38-42.
- [9] 徐勇. 几种线性与非线性特征抽取方法及人脸识别应用. [博士论文], 南京理工大学, 2004.
- [10] Yambor W S, Draper B A, and Beveridge J R. Analyzing PCA-based face recognition algorithms: Eigenvectors selection and distance measures. In: Proceedings of the 2nd Workshop on Empirical Evaluation in Computer Vision,

- Ireland: Dublin, 2000, <http://www.cs.colostate.edu/~vision/papers/csueemcv.pdf>.
- [11] Yang Jian, Zhang David, Frangi A F, and Yang Jing-yu. Two dimensional PCA: A new approach to appearance-based face representation and recognition. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2004, 24(1): 131-137.
- [12] Yang Jian and Yang Jing-yu. From image vector to matrix: A straightforward image projection technique——IMPCA vs. PCA. *Pattern Recognition*, 2002, 35(9): 1997-1999.
- [13] 边肇祺, 张学工等. 模式识别. 北京: 清华大学出版社, 2000: 213-215.
- [14] Wu Jian-xin and Zhou Zhi-Hua. Face recognition with one training image per person. *Pattern Recognition Letters*, 2002, 23(14): 1711-1719.
- [15] King Irwin and Jin Zhong. Integrated probability function and its application to content-based image retrieval by relevance feed-back. *Pattern Recognition*, 2003, 36(9): 2177-2186.
- 徐 勇: 男, 1972 年生, 副教授, 研究方向为模式识别、图像处理.
- 杨 健: 男, 1973 年生, 教授, 研究方向为模式识别、计算机视觉、机器学习.
- 赵英男: 女, 1973 年生, 副教授, 研究方向为模式识别、图像处理.
- 宋枫溪: 男, 1964 年生, 教授, 研究方向为模式识别、机器学习等.
- 杨静宇: 男, 1941 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为计算机视觉、信息融合、模式识别、智能机器人.