

# 连续衰落信道下适用于酉空时调制的最大似然多符号差分检测算法

李颖 王欣 魏急波  
(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

**摘要:** 为酉空时调制系统设计的多符号差分球形译码(MSDSD)能以较低复杂度获得最大似然(ML)检测性能。但是,该算法基于准静态信道假设,当将它用于快衰落信道时会出现严重的误码平层现象。本文基于连续衰落信道假设,推导了一种 ML 度量的递推形式,并将其嵌入自动球形译码算法中,得到了的多符号差分自动球形译码(MSDASD)算法。该算法适用于一般酉空时星座,克服了 MSDSD 的误码平层现象,可达到 ML 检测的性能,其平均复杂度在大多数情况下低于相同假设下的判决反馈检测算法。

**关键词:** 差分酉空时调制; 多符号差分检测; 最大似然检测; 球形译码

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)04-0843-05

## Maximum-Likelihood Multiple Symbol Differential Detection for Unitary Space-Time Modulation in Continuous Fading

Li Ying Wang Xin Wei Ji-bo

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Recently, a Multiple Symbol Differential Sphere Decoding (MSDSD) algorithm for unitary space-time modulation over quasi-static channel is proved to achieve the performance of Maximum-Likelihood (ML) detection with relatively low complexity. However, an error floor occurs if the algorithm is applied to rapid-fading channels. Based on the assumption of continuous fading, a Multiple Symbol Differential Automatic Sphere Decoding (MSDASD) is developed by incorporating a recursive form of an ML metric in the automatic sphere decoding algorithm. The proposed algorithm is suitable for arbitrary unitary constellations and eliminates the error floor caused by MSDSD over fast fading channels. Compared with decision-feedback detection under the same assumption, MSDASD achieves performance of ML detection with much lower complexity at moderate to high signal-to-noise ratios.

**Key words:** Differential unitary space-time modulation; Multiple symbol differential detection; Maximum-likelihood detection; Sphere decoding

### 1 引言

在多天线(MIMO)系统中,差分酉空时调制(DUSTM)技术推广了差分相移键控(DPSK)的概念,它不要求接收机对 MIMO 信道进行估计,适用于不易获得信道状态信息的高速移动环境,极大降低了系统复杂度,引起了学者们的广泛关注。

高效高性能的非相干检测算法设计是 DUSTM 的关键技术之一。传统的单符号差分检测(SSDD)<sup>[1,2]</sup>在快衰落信道下会出现严重的误码平层。为了解决这一问题,各种性能优良的多符号差分检测(MSDD)算法陆续出现。这些算法大多基于两种信道模型假设——准静态(QS)假设(信道衰落在一个 DUSTM 符号内保持不变,但在不同的 DUSTM 符号之间变化)与连续衰落(CF)假设(信道衰落在每个采样点均发生变化)。文献[3-5]基于 QS 假设分别设计了判决反馈差分检测,采用 Viterbi 搜索的非相干序列检测及多符号差分球形译码算法。然而,当它们应用于快衰落信道时,会出现严重的性能恶化<sup>[6]</sup>。针对该问题,文献[6,7]分别提出了基于 CF

假设的多符号判决反馈检测(MS-DFD)与非相干序列检测。这些算法中,非相干序列检测<sup>[4,6]</sup>最接近理想相干检测的性能,但其复杂度与截断窗口长度呈指数增长<sup>[7]</sup>,这限制了它的应用。通常情况下,判决反馈差分检测<sup>[3,7]</sup>的复杂度较低,但其固有的误差传播问题限制了它的性能。最近提出的 QS 假设下多符号差分球形译码(MSDSD)算法<sup>[5]</sup>具有与判决反馈差分检测相比拟的复杂度,且达到了最大似然(ML)检测性能。据查新结果显示,目前没有文献提出在 CF 假设下,采用球形译码算法解决多符号差分检测问题,这正是本文的研究目的。

本文首先推导了一种基于 CF 假设的最大似然度量递推式,该表达式指示了一种与球形译码算法相匹配的树搜索形式,然后结合自动球形译码(ASD)<sup>[8]</sup>构造了一种适用于任意差分酉空时星座的多符号差分自动球形译码(MSDASD)算法。分析与仿真表明,该算法具有 ML 检测性能,克服了基于 QS 假设的 MSDSD 算法<sup>[5]</sup>在快衰落信道下的误码平层现象,其平均复杂度却低于 MS-DFD 算法<sup>[6]</sup>。

符号说明:  $CN(0, \sigma^2)$  表示均值为 0, 实虚部统计独立且

方差各为  $\sigma^2/2$  的复高斯分布;  $E(\cdot)$  表示随机变量的均值。 $\text{diag}\{\cdot\}$  表示将大括号内的矩阵组成分块对角阵;  $\det(\cdot)$  与  $\text{tr}(\cdot)$  分别表示矩阵的行列式与迹;  $(\cdot)^T$  与  $(\cdot)^H$  分别表示求矩阵的转置和共轭转置。 $\circ$  表示 Hadamard 积。

## 2 信号模型与 ML 度量

考虑有  $N_T$  个发射天线与  $N_R$  个接收天线的 DUSTM 系统, 设  $l(k) \in \{0, 1, \dots, L-1\}$  是信息序列, 对应的  $N_T$  阶信息矩阵  $\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}_{l(k)}$  取自差分酉空时星座  $\mathcal{V} = \{\mathbf{V}_l, l = 0, \dots, L-1\}$ , 其中  $L = 2^{RN_T}$ ,  $R$  (比特/符号) 为码率。第  $k$  块发送矩阵  $\mathbf{S}(k)$  由对  $\mathbf{V}(k)$  做差分得到

$$\mathbf{S}(k) = \mathbf{V}(k)\mathbf{S}(k-1) \quad (1)$$

式中初始值  $\mathbf{S}(0)$  可取任意  $N_T$  阶酉矩阵。记  $\mathbf{S}(k)$  的第  $p$  行第  $n_T$  列元素为  $s_{n_T}(N_T k + p)$ , 表示第  $N_T k + p$  时刻第  $n_T$  发射天线上的信号; 记该时刻第  $n_T$  发射天线与第  $n_R$  接收天线之间的信道衰落系数为  $h_{n_T n_R}(N_T k + p)$ , 服从  $\text{CN}(0, 1)$  分布, 它们是空间独立的, 时间自相关函数服从 Clarke 模型<sup>[9]</sup>, 即  $E[h_{n_T n_R}(k)h_{n_T n_R}^*(k+p)] = \delta_{n_T n_T} \delta_{n_R n_R} \varphi_h(p)$ , 其中  $\varphi_h(p) = J_0(2\pi B_f p)$  ( $J_0(\cdot)$  是零阶 Bessel 函数,  $B_f$  为归一化衰落带宽); 又加性高斯白噪声(AWGN)功率谱密度为  $\sigma_n^2$ 。由上述归一化条件, 得到每接收天线上的平均比特信噪比为  $E_b/N_0 = \gamma_b = 1/(R\sigma_n^2)$ 。

记  $\mathbf{s}(N_T k + p)$  为  $\mathbf{S}(k)$  的第  $p+1$  行, 其经历的  $N_T \times N_R$  维信道矩阵为  $\mathbf{h}(N_T k + p) = [h_{n_T n_R}(N_T k + p)]$ 。又记  $\mathbf{S}_D(k) = \text{diag}\{\mathbf{s}(N_T k) \cdots \mathbf{s}(N_T k + N_T - 1)\}$ ,  $\mathbf{H}(k) = [\mathbf{h}^T(N_T k) \cdots \mathbf{h}^T(N_T k + N_T - 1)]^T$ ,  $\mathbf{W}(k)$  为  $N_T \times N_R$  维高斯白噪声矩阵, 则第  $k$  块接收信号  $\mathbf{R}(k)$  表示为

$$\mathbf{R}(k) = \mathbf{S}_D(k)\mathbf{H}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (2)$$

设观测窗口长度为  $N$ , 考虑到多符号差分检测(MSDD)算法对每个观测窗口独立处理, 为表述简洁, 省略每个观测窗口的时间起点标号。记某个观测窗口的接收信号为  $\bar{\mathbf{R}} = [\mathbf{R}^T(0) \cdots \mathbf{R}^T(N-1)]^T$ , 又记  $\bar{\mathbf{S}}_D = \text{diag}\{\mathbf{S}_D(0) \cdots \mathbf{S}_D(N-1)\}$ ,  $\bar{\mathbf{H}} = [\mathbf{H}^T(0) \cdots \mathbf{H}^T(N-1)]^T$ ,  $\bar{\mathbf{W}} = [\mathbf{W}^T(0) \cdots \mathbf{W}^T(N-1)]^T$ , 得到该观测窗口的接收信号为

$$\bar{\mathbf{R}} = \bar{\mathbf{S}}_D \bar{\mathbf{H}} + \bar{\mathbf{W}} \quad (3)$$

由文献[6,7]知,  $\bar{\mathbf{R}}$  的条件概率密度是

$$p(\bar{\mathbf{R}} | \bar{\mathbf{S}}_D) = \frac{1}{\pi^{NN_T N_R} \det^{N_R}(\mathbf{B})} \exp\{-\text{tr}(\bar{\mathbf{R}}^H \mathbf{B}^{-1} \bar{\mathbf{R}})\} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{B} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_T N} + \mathbf{C}_h \circ (\bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{S}}^H)$ ,

$$\mathbf{C}_h(m) = \begin{bmatrix} \varphi_h(N_T m) & \cdots & \varphi_h(N_T m + N_T - 1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_h(N_T m - N_T + 1) & \cdots & \varphi_h(N_T m) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_h = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_h(0) & \cdots & \mathbf{C}_h(N-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_h(-N+1) & \cdots & \mathbf{C}_h(0) \end{bmatrix}。$$

通过最大化式(4)得到

ML 检测结果为

$$\begin{aligned} \hat{\bar{\mathbf{S}}}^{\text{ML}} &= \underset{\bar{\mathbf{S}}}{\text{argmin}} \left\{ \text{tr}(\bar{\mathbf{R}}^H \tilde{\mathbf{B}}^{-1} \bar{\mathbf{R}}) + N_R \ln \det(\tilde{\mathbf{B}}) \right\} \\ &= \underset{\bar{\mathbf{S}}}{\text{argmin}} \left\{ \tilde{d}_1 + N_R \tilde{d}_2 \right\} = \underset{\bar{\mathbf{S}}}{\text{argmin}} \tilde{d} \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\tilde{d}_1 = \text{tr}(\bar{\mathbf{R}}^H \tilde{\mathbf{B}}^{-1} \bar{\mathbf{R}})$ ,  $\tilde{d}_2 = \ln \det(\tilde{\mathbf{B}})$ ,  $\tilde{d} = \tilde{d}_1 + N_R \tilde{d}_2$ ,  $\tilde{\mathbf{B}} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_T N} + \mathbf{C}_h \circ (\tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{S}}^H)$ ,  $\tilde{\mathbf{S}} = [\tilde{\mathbf{S}}^T(0) \cdots \tilde{\mathbf{S}}^T(N-1)]^T$  为试验矩阵序列, 并将  $\tilde{d}$  称为 ML 度量。

## 3 MSDASD 算法

虽然在 CF 假设下, 对于一般酉空时星座, 不能得到文献[5]中所描述的“最小 F-范数问题”, 但只要将搜索过程用树的结构来描述, 就可以采用 SD 算法。为了利用 SD 算法解决 CF 假设下的多符号差分检测问题, 本文首先推导出一种 ML 度量递推式, 然后利用最近提出的 ASD 算法结构<sup>[8]</sup>构建 MSDASD 算法。

### 3.1 ML 度量的递推形式

将式(5)中需求最小化的项重写如下

$$\tilde{d} \triangleq \text{tr}(\bar{\mathbf{R}}^H \tilde{\mathbf{B}}^{-1} \bar{\mathbf{R}}) + N_R \ln \det(\tilde{\mathbf{B}}) \triangleq \tilde{d}_1 + N_R \tilde{d}_2 \quad (6)$$

令  $\bar{\mathbf{R}}(n) = [\mathbf{R}^T(0) \cdots \mathbf{R}^T(n)]^T$ , 第  $n_R$  列为  $\bar{\mathbf{R}}_{n_R}(n) = [\mathbf{R}_{n_R}^T(0) \cdots \mathbf{R}_{n_R}^T(n)]^T$ , 其中  $\mathbf{R}_{n_R}(k)$  是  $\mathbf{R}(k)$  的第  $n_R$  列, 又令  $\tilde{\mathbf{S}}(n) = [\tilde{\mathbf{S}}^T(0) \cdots \tilde{\mathbf{S}}^T(n)]^T$ ,  $\bar{\mathbf{C}}_h(n) = [\mathbf{C}_h^T(n) \cdots \mathbf{C}_h^T(1)]^T$ ,

$$\bar{\mathbf{C}}_{h,n} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_h(0) & \cdots & \mathbf{C}_h(n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_h(-n) & \cdots & \mathbf{C}_h(0) \end{bmatrix},$$

利用这些符号, 记

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{B}}_n &= (\bar{\mathbf{C}}_{h,n} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_T(n+1)}) \circ (\tilde{\mathbf{S}}(n) \tilde{\mathbf{S}}^H(n)), \text{ 则 } \tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{B}}_{N-1}。 \text{ 记} \\ \left. \begin{aligned} \tilde{d}_{1,n} &= \text{tr}(\bar{\mathbf{R}}^H(n) \tilde{\mathbf{B}}_n^{-1} \bar{\mathbf{R}}(n)) \\ &= \sum_{n_R=1}^{N_R} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}^H(n) \tilde{\mathbf{B}}_n^{-1} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}(n) \\ \tilde{d}_{2,n} &= \ln \det(\tilde{\mathbf{B}}_n) \\ \tilde{d}_n &= \tilde{d}_{1,n} + N_R \tilde{d}_{2,n} \end{aligned} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

显然,  $\tilde{d} = \tilde{d}_{N-1}$ ,  $\tilde{d}_1 = \tilde{d}_{1,N-1}$ ,  $\tilde{d}_2 = \tilde{d}_{2,N-1}$ 。以下分别推导度量  $\tilde{d}_{1,n}$  与  $\tilde{d}_{2,n}$  的递推计算式。首先将  $\tilde{\mathbf{B}}_n$  表示成分块形式

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{B}}_n &= (\bar{\mathbf{C}}_{h,n} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_T(n+1)}) \circ (\tilde{\mathbf{S}}(n) \tilde{\mathbf{S}}^H(n)) \\ &= \left[ \begin{aligned} &(\bar{\mathbf{C}}_{h,n-1} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_T n}) \circ (\tilde{\mathbf{S}}(n-1) \tilde{\mathbf{S}}^H(n-1)) \\ &\bar{\mathbf{C}}_h^H(n) \circ (\tilde{\mathbf{S}}(n) \tilde{\mathbf{S}}^H(n-1)) \\ &\bar{\mathbf{C}}_h(n) \circ (\tilde{\mathbf{S}}(n-1) \tilde{\mathbf{S}}^H(n)) \\ &(\mathbf{C}_h(0) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_T}) \circ \mathbf{I}_{N_T} \end{aligned} \right] \\ &\triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_{n-1} & \tilde{\mathbf{B}}_n^{12} \\ (\tilde{\mathbf{B}}_n^{21})^H & (\varphi(0) + \sigma_n^2) \mathbf{I}_{N_T} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

根据分块矩阵求逆公式<sup>[10]</sup>, 令  $\mathbf{T}_{en} = (\varphi(0) + \sigma_n^2) \mathbf{I}_{N_T}$

$$- (\tilde{\mathbf{B}}_n^{12})^H \tilde{\mathbf{B}}_{n-1}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_n^{12}, \text{ 记 } \Delta \tilde{\mathbf{B}}_n = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_{n-1}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}_n^{12} \\ -\mathbf{I}_{N_T} \end{bmatrix} \mathbf{T}_{en}^{-1} \left[ (\tilde{\mathbf{B}}_n^{12})^H \tilde{\mathbf{B}}_{n-1}^{-1} \right. \\ \left. -\mathbf{I}_{N_T} \right], \text{ 则 } \tilde{\mathbf{B}}_n^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_{n-1}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \Delta \tilde{\mathbf{B}}_n, \text{ 代入(7)得}$$

$$\begin{aligned} \tilde{d}_{1,n} &= \sum_{n_R=1}^{N_R} \left[ \bar{\mathbf{R}}_{n_R}^H(n-1) \quad \mathbf{R}_{n_R}^H(n) \right] \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_{n-1}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}(n-1) \\ \mathbf{R}_{n_R}(n) \end{bmatrix} \\ &+ \sum_{n_R=1}^{N_R} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}^H(n) \Delta \tilde{\mathbf{B}}_n \bar{\mathbf{R}}_{n_R}(n) \\ &= \sum_{n_R=1}^{N_R} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}^H(n-1) \tilde{\mathbf{B}}_{n-1}^{-1} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}(n-1) \\ &+ \sum_{n_R=1}^{N_R} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}^H(n) \Delta \tilde{\mathbf{B}}_n \bar{\mathbf{R}}_{n_R}(n) \\ &= \tilde{d}_{1,n-1} + \sum_{n_R=1}^{N_R} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}^H(n) \Delta \tilde{\mathbf{B}}_n \bar{\mathbf{R}}_{n_R}(n) \end{aligned} \quad (9)$$

上式建立了  $\tilde{d}_{1,n}$  的递推式。将分块矩阵行列式公式<sup>[10]</sup>应用到式(8)中, 得到  $\tilde{d}_{2,n}$  的递推式

$$\tilde{d}_{2,n} = \ln \det \tilde{\mathbf{B}}_n = \ln (\det \tilde{\mathbf{B}}_{n-1} \det \mathbf{T}_{en}) = d_{2,n-1} + \ln \det \mathbf{T}_{en} \quad (10)$$

将式(9)与式(10)代入式(7)中即建立了  $\tilde{d}_n$  的递推式。注意到  $\tilde{\mathbf{S}}(0)$  的选取不影响  $\tilde{d}_0$  的取值, 不失一般性, 可假设  $\tilde{\mathbf{S}}(0) = \mathbf{I}_{N_T}$ 。由式(9)及式(10)看到, 在第  $n$  步递推中, 试验矩阵符号仅与  $\{\tilde{\mathbf{S}}(1) \dots \tilde{\mathbf{S}}(n)\}$  有关, 因此可将搜索 ML 解的过程建成树结构, 这恰好符合 SD 算法所应用的模型。

在传统 SD 算法中, 通常首先根据前几维试验符号的取值确定当前维试验符号的取值范围, 然后按照某种策略(F-P 或 S-E)在所确定的范围内枚举当前维的试验符号<sup>[11]</sup>。但从上述分析中看到, 在 DUSTM 多符号差分检测的度量计算中, 每一维上的试验符号是矩阵形式, 度量为矩阵的标量函数, 很难像传统 SD 算法一样通过不等式计算试验符号的取值范围。注意到最近提出的 ASD 算法<sup>[8]</sup>不需要设置初始半径, 避免了每一维上试验符号取值范围的选定, 将其应用到这种情形中是非常自然的。以下我们给出采用 ASD 算法结构的 MSD 检测算法。

### 3.2 MSDASD 算法

将 ML 度量递推式(9)与式(10)嵌入 ASD 算法<sup>[8]</sup>中, 得到 MSDASD 算法流程(伪码)如下:

- (1) 初始化边界节点列表  $\mathcal{N}_b$ ,  $\mathcal{N}_b$  用堆来存储, 并保证根节点  $n_r$  的权值总是最小的。初始化根节点  $n_r$ , 计算  $\tilde{d}_{1,0}, \tilde{d}_{2,0}, \tilde{\mathbf{B}}_0^{-1}, \tilde{d}_0$ , 并预置试验发送矩阵  $\tilde{\mathbf{S}}(0) = \mathbf{I}_{N_T}$ ;
- (2) While  $n_r$  不是叶子节点;
- (3) 调用函数 `expandnode_ML`, 扩张节点  $n_r$ , 得到它的  $L$  个子节点  $\{n_{r,1} \dots n_{r,L}\}$ ;
- (4) 将  $n_r$  从  $\mathcal{N}_b$  中删除, 并将节点  $\{n_{r,1} \dots n_{r,L}\}$  插入  $\mathcal{N}_b$ ;
- (5) End while;

(6) 将根节点  $n_r$  对应的试验信息矩阵序列作为检测结果输出。

函数: `expandnode_ML`

(当对节点  $n_r$  进行扩张时, 已确定的量有试验发送矩阵序列  $\{\tilde{\mathbf{S}}(0) \dots \tilde{\mathbf{S}}(n-1)\}$ 、试验信息矩阵序列  $\{\tilde{\mathbf{V}}(1) \dots \tilde{\mathbf{V}}(n-1)\}$ 。 $n$  为  $n_r$  对应的试验发送矩阵序列长度)。

(7) For  $i = 0:L-1$ ;

(8) 选择当前维试验信息矩阵为  $\tilde{\mathbf{V}}(n) = \mathbf{V}_i$ , 将新生成的序列  $\{\tilde{\mathbf{V}}(1) \dots \tilde{\mathbf{V}}(n)\}$  作为  $n_r$  的第  $l$  个孩子节点  $n_{r,l}$ , 并利用上一维试验发送矩阵  $\tilde{\mathbf{S}}(n-1)$  生成当前维试验发送矩阵  $\tilde{\mathbf{S}}(n) = \tilde{\mathbf{V}}(n) \tilde{\mathbf{S}}(n-1)$ ;

(9) 计算节点  $n_{r,l}$  的更新量  $\tilde{\mathbf{B}}_n^{12}, \mathbf{T}_{en}, \Delta \tilde{\mathbf{B}}_n$ , 递推得到  $\tilde{d}_{1,n}, \tilde{d}_{2,n}, \tilde{\mathbf{B}}_n^{-1}, \tilde{d}_n$  并存储;

(10) End for

在函数 `expandnode_ML` 中, 直接利用试验信息矩阵生成试验发送矩阵, 因此该算法不要求星座必须是群结构, 但群星座可将上述伪码第(8)行中的矩阵乘法简化为模加运算。以上算法描述是对每个观测窗口内接收数据的处理, 为了消除差分编码引入的相位模糊, 相邻两观测窗口必须重叠一个符号。

## 4 误符号率分析

设发送矩阵序列  $\bar{\mathbf{S}}$  对应的 ML 度量为  $d = \text{tr}(\bar{\mathbf{R}}^H \mathbf{B}^{-1} \bar{\mathbf{R}}) + N_R \ln \det(\mathbf{B})$ , 试验矩阵序列  $\tilde{\mathbf{S}} \neq \bar{\mathbf{S}}$  对应的 ML 度量为  $\tilde{d} = \text{tr}(\bar{\mathbf{R}}^H \tilde{\mathbf{B}}^{-1} \bar{\mathbf{R}}) + N_R \ln \det(\tilde{\mathbf{B}})$ , 则将  $\bar{\mathbf{S}}$  误判成  $\tilde{\mathbf{S}}$  的成对错误概率(PEP)为

$$\begin{aligned} \Pr\{\bar{\mathbf{S}} \rightarrow \tilde{\mathbf{S}}\} &= \Pr\{\tilde{d} < d\} \\ &= \Pr\left\{ \sum_{n_R=1}^{N_R} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}^H (\tilde{\mathbf{B}}^{-1} - \mathbf{B}^{-1}) \bar{\mathbf{R}}_{n_R} < N_R \ln \frac{\det \mathbf{B}}{\det \tilde{\mathbf{B}}} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

由式(4)知,  $\bar{\mathbf{R}}_{n_R} \sim \text{CN}(0, \mathbf{B})$ , 得到  $\bar{\mathbf{R}}_{n_R}^H (\tilde{\mathbf{B}}^{-1} - \mathbf{B}^{-1}) \bar{\mathbf{R}}_{n_R}$  的特征函数是  $\prod_{i=1}^{N_T N} (1 + s \lambda_i (\mathbf{B} \tilde{\mathbf{B}}^{-1} - \mathbf{I}_{N_T N}))^{-1}$ <sup>[7]</sup>, 其中  $\lambda_i(\mathbf{A})$  为矩阵  $\mathbf{A}$  的特征值。又  $\bar{\mathbf{R}}_{n_R}, n_R = 1 \dots N_R$  统计独立, 因此  $\sum_{n_R=1}^{N_R} \bar{\mathbf{R}}_{n_R}^H (\tilde{\mathbf{B}}^{-1} - \mathbf{B}^{-1}) \bar{\mathbf{R}}_{n_R}$  的特征函数为

$$\Phi_{\tilde{\mathbf{S}} \rightarrow \bar{\mathbf{S}}}(s) = \prod_{i=1}^{N_T N} (1 + s \lambda_i (\mathbf{B} \tilde{\mathbf{B}}^{-1} - \mathbf{I}_{N_T N}))^{-N_R} \quad (12)$$

记  $c_{\tilde{\mathbf{S}} \rightarrow \bar{\mathbf{S}}} = N_R \ln (\det \mathbf{B} / \det \tilde{\mathbf{B}})$ , 利用式(12)将式(11)进一步表示为

$$\begin{aligned} \Pr\{\bar{\mathbf{S}} \rightarrow \tilde{\mathbf{S}}\} &= \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \frac{e^{s c_{\tilde{\mathbf{S}} \rightarrow \bar{\mathbf{S}}}} \Phi_{\tilde{\mathbf{S}} \rightarrow \bar{\mathbf{S}}}(s)}{s} ds \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{(\sigma+j\omega) c_{\tilde{\mathbf{S}} \rightarrow \bar{\mathbf{S}}}} \Phi_{\tilde{\mathbf{S}} \rightarrow \bar{\mathbf{S}}}(\sigma+j\omega)}{\sigma+j\omega} d\omega \end{aligned} \quad (13)$$

上式积分可采用 Gauss-Chebyshev 求积公式计算<sup>[12]</sup>。

设  $w_s(\bar{\mathbf{S}}, \tilde{\mathbf{S}})$  是  $\bar{\mathbf{S}}$  与其错误判决  $\tilde{\mathbf{S}}$  之间不同的矩阵符号个数, 则发送矩阵平均错误概率的联合界可利用 PEP, 通过对  $L^{N-1}$  个可能发送矩阵序列  $\bar{\mathbf{S}}$  对应的错误概率取平均得到。又由于发送矩阵  $\mathbf{S}(k)$  出错通常会引起连续两个信息矩阵  $\mathbf{V}(k)$  与  $\mathbf{V}(k+1)$  出错, 因此, 误符号率约是发送矩阵平均错误概率的两倍。利用 PEP 得到误符号率的联合界为

$$P_V^{\text{ML}} \leq \frac{2}{L^{N-1}(N-1)} \sum_{\bar{\mathbf{S}}} \sum_{\tilde{\mathbf{S}} \neq \bar{\mathbf{S}}} w_s(\bar{\mathbf{S}}, \tilde{\mathbf{S}}) \Pr\{\bar{\mathbf{S}} \rightarrow \tilde{\mathbf{S}}\} \quad (14)$$

每个发送矩阵序列  $\bar{\mathbf{S}}$  对应错误事件  $\bar{\mathbf{S}} \rightarrow \tilde{\mathbf{S}}$  的个数为  $L^{N-1} - 1$ , 当  $N$  与  $L$  稍大时, 式(14)中求和项数变得非常庞大。采用提取主要错误事件技术可以简化式(14)的计算, 并得到误符号率的一个良好近似<sup>[13]</sup>。文献[5]指出, 对于静态信道, 主要错误事件满足的条件是在发送矩阵序列  $\bar{\mathbf{S}}$  中只有发送矩阵  $\mathbf{S}(n)$  ( $1 \leq n \leq N-1$ ) 错成  $\tilde{\mathbf{S}}(n)$ , 且  $\tilde{\mathbf{S}}(n)$  使  $\text{Re tr}(\tilde{\mathbf{S}}^H(n)\mathbf{S}(n))$  最大。只要衰落带宽不是很大, 可以认为连续衰落信道与静态信道下的主要错误事件是相同的<sup>[14]</sup>。在外求和项中, 对于非群星座, 为了满足只有  $\tilde{\mathbf{S}}(n)$  出错, 且所有  $\tilde{\mathbf{V}}(n) \in \mathcal{V}$ , 可以只对满足形式  $\tilde{\mathbf{S}}' = [\mathbf{I}_{N_T} \mathbf{V}_l^T \mathbf{I}_{N_T} \mathbf{V}_l^T \dots]^T, 0 \leq l \leq L-1$  的发送矩阵序列对应的误符号率求平均<sup>[15]</sup>, 称为截断联合界<sup>[7]</sup>。

## 5 仿真结果

仿真采用 Alamouti STBC ( $N_T = 2$ )<sup>[16]</sup> 作为酉空时星座, 设置参数为  $R = 1, N_R = 1$ , 在连续衰落信道下, 从误符号率与平均复杂度两方面仿真 MSDASD 算法, 并与 MS-DFD 算法<sup>[6]</sup>, MSDSD<sup>[5]</sup> 算法进行比较。作为性能基准, 同时给出了标准单符号差分检测 (SSDD)<sup>[1]</sup> 与理想相干 (coherent) 检测的性能。其中, 理想相干检测的误符号率是无差分编码情况下的两倍, 这是因为差分编码会引起相邻两符号间的误差传递。文献[17]给出了时变衰落信道下, 采用 BPSK 的 Alamouti's STBC 在无差分编码情况下理想相干检测的误符号率, 将其加倍便得到理想相干系统的误符号率。

图 1 比较了  $N = 4, B_f = 0.03$  时, MSDASD 与 MS-DFD, MSDSD 以及标准 SSDD 和理想相干检测的性能。图 1 显示, SSDD 和 MSDSD 出现了严重的误码平台现象。在高信噪比下, MSDSD 的误符号率随着信噪比的升高反而增大, 这是因为它忽略了在一个矩阵符号内信道的变化, 在文献[6]的仿真中也出现过类似现象。对比图 1 中 MSDASD 算法误符号率的仿真结果与分析结果可以看出, 虽然在低信噪比下, 计算出的截断联合界较松, 但随着信噪比的增大, 这个联合界成为误符号率的一个很好的估计。与 SSDD 和 MSDSD 相反, 在整个仿真信噪比范围内 MS-DFD 与 MSDASD 均表现出良好性能。在误符号率为  $10^{-4}$  时, 采用 MSDASD 算法比 MS-DFD 算法节省约 3dB 的信号功率。

为了给出 MSDASD 算法的综合评价, 本文以平均每检测一个矩阵符号所需的乘法次数作为度量比较它与 MS-DFD 算法的计算复杂度。在 MS-DFD 算法中, 由于每输出

一个检测符号均使度量完全更新, 因此不存在递推形式。与 MS-DFD 不同, MSDASD 算法的复杂度是一个均值与信噪比有关的随机变量, 这里通过仿真给出它的平均复杂度。图 2 比较了  $N = 4, B_f = 0.03$  时, MSDASD 与 MS-DFD 的复杂度。由图可见, MSDASD 的平均复杂度随信噪比的增大而降低, 在较高信噪比下, 其复杂度小于 MS-DFD 算法的一半。

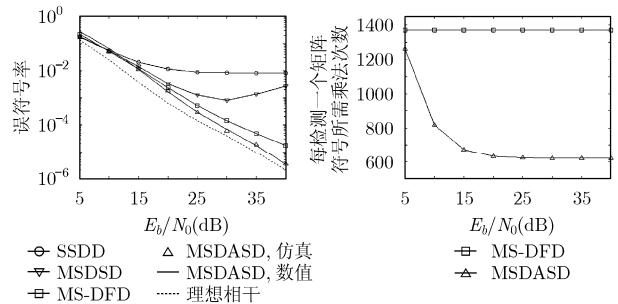


图1 连续衰落信道下不同检测器的误符号率性能

图2 MSDASD与MS-DFD的复杂度比较

## 6 结束语

本文基于连续衰落信道假设, 推导了一种递推形式的 ML 度量, 并将其嵌入自动球译码结构中设计了一种多符号差分检测算法——MSDASD。该算法适用于一般差分酉空时星座, 以较低的复杂度达到了 ML 检测性能。

## 参考文献

- [1] Hochwald B M and Sweldens W. Differential unitary space-time modulation[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2000, 48(12): 2041-2052.
- [2] Hughes B L. Differential space-time modulation[J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2000, 46(7): 2567-2578.
- [3] Bhukania B and Schniter P. Multiple-symbol detection of differential unitary space-time modulation in fast-fading channels with known correlation[A]. in Proc. Conference on Information Sciences and Systems, CISS. NJ, USA: 2002. [http://www.ece.osu.edu/~schniter/postscript/ciss02\\_dust.pdf](http://www.ece.osu.edu/~schniter/postscript/ciss02_dust.pdf)
- [4] Chiavaccini E and Vitertta G M. Further results on differential space-time modulation[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2003, 51(7): 1093-1101.
- [5] Pauli V and Lampe L. Multiple-symbol differential sphere decoding for unitary space-time modulation[A]. in Proc. IEEE GLOBECOM '05. MO, USA: 28 Nov.-2 Dec. 2005: 1630-1635.
- [6] Ling C, Li K H, and Kot A C. On decision-feedback detection of differential space-time modulation in continuous fading [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2004, 52(10): 1613-1617.
- [7] Ling C, Li K H, and Kot A C. Noncoherent sequence detection of differential space-time modulation[J]. *IEEE*

- Trans. on Inform. Theory*, 2003, 49(10): 2727–2734.
- [8] Su K. Efficient maximum likelihood detection for communication over MIMO channels. Technical report, University of Cambridge Feb. 2005.  
<http://www.cl.cam.ac.uk/Research/DTG/publications/public/ks349/Su05B.pdf>
- [9] Jakes W C. Microwave Mobile Communications[M]. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1993, Chapter1.
- [10] 张尧庭, 方开泰. 多元统计分析引论[M]. 北京: 科学出版社, 1999: 17–18.
- [11] Damen M O, El Gamal H, and Caire G. On maximum-likelihood detection and the search for the closest lattice point[J]. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 2003, 49(10): 2389–2402.
- [12] Biglieri E, Caire G, and Tarcco G, *et al.*. Simple method for evaluating error probabilities[J]. *Electron. Lett.*, 1996, 32(2): 191–192.
- [13] Divsalar D and Simon M K. Multiple-symbol differential detection of MPSK[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1990, 38(3): 300–308.
- [14] Ho P and Fung D. Error performance of multiple-symbol differential detection of PSK signals transmitted over correlated Rayleigh fading channels[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 1992, 40(10): 1566–1569.
- [15] Pauli V and Lampe L. Tree-search multiple-symbol differential decoding for unitary space-time modulation. Submitted to *IEEE Trans. Commun.*, <http://www.ece.ubc.ca/~lampe/publicat.html>, Nov. 2005.
- [16] Alamouti S M. A simple transmit diversity technique for wireless communications[J]. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 1998, 16(8): 1451–1458.
- [17] Vielmon A, Li Y, and Barry J R. Performance of Alamouti transmit diversity over time-varying Rayleigh-fading channels[J]. *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 2004, 3(9): 1369–1373.
- 李颖: 女, 1978年生, 博士生, 专业为通信信号处理。  
王欣: 男, 1980年生, 博士生, 专业为通信信号处理。  
魏急波: 男, 1967年生, 教授, 博士生导师, 从事通信信号处理和通信网络的研究和教学工作。