

一种基于 LDPC 编码系统的符号同步联合信噪比估计算法

潘小飞 刘爱军 张邦宁
(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

摘要: 该文分析了符号同步误差和信噪比的初始估计对 LDPC 编码系统性能的影响, 结合迭代译码输出软信息的统计特性, 提出了一种由迭代译码软信息辅助的符号同步联合信噪比估计算法, 通过两个紧密相关的环路, 将符号同步, 信噪比估计以及迭代译码三者整合在一起, 在信噪比极低的情况下, 通过迭代计算, 信噪比和符号同步误差的估计值可快速收敛, 译码性能接近信噪比已知且符号精确同步的编码系统。

关键词: 低密度校验码; 信噪比估计; 符号同步

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)01-0125-05

A Joint Timing Synchronization and SNR Estimation Algorithm for LDPC-Coded Systems

Pan Xiao-fei Liu Ai-jun Zhang Bang-ning
(Institute of Communications Engineering, PLAUST, Nanjing 210007, China)

Abstract: The effects of both symbol synchronization error and SNR estimation on the LDPC decoding performance are investigated. Based on the statistical properties of the LDPC decoding output value, a joint timing recovery and SNR estimation algorithm is given, which puts the symbol synchronization, SNR estimation and iterative decoding together by two cooperative loops. After several iterative steps, the estimated values of symbol synchronization error and SNR convergent rapidly, and little performance degradation is observed than the system with foregone SNR and accurate symbol timing.

Key words: LDPC; SNR estimation; Symbol timing

1 引言

1962年 Gallager 博士提出了基于稀疏校验矩阵的纠错编码方案, 即低密度校验码(LDPC)^[1], 证明了 LDPC 码是一种好码, 并给出了一种简单有效的迭代译码算法。但是, 由于当时仿真分析工具的计算能力有限, 直到 1996年, 人们才发现 LDPC 码是一种可以逼近加性高斯白噪声(AWGN)信道容量的编码方案, 采用 LDPC 长码可以达到 Turbo 码的性能^[2-4], 而 Turbo 码本身其实就可以看作是 LDPC 码的一种特例。最近研究表明, 在非规则图上构造的 LDPC 长码, 其性能已非常地接近香农限^[5]。目前, LDPC 码的译码方法主要采用的是 MacKay 和 Neal 提出的 BP(Belief Propagation)迭代译码算法, 具有非常优良的译码性能^[3, 4]。

虽然 LDPC 码的理论性能优异, 但实际应用中的性能往往存在较大差距, 这主要是由于系统同步精度随信噪比的降低而减小, 在信噪比很低时, 传统的同步算法已经不能正常工作, 译码电路与解调电路脱节, 出现无码可译的系统性能瓶颈。如何在低信噪比下, 利用迭代译码信息来辅助符号同步是 LDPC 编码系统的重要研究课题。文献[6]针对 Turbo 编

码系统中符号同步误差的校正问题, 提出了自己的一套算法, 其采用 4 倍过采样技术, 并获得两组靠近最佳采样点的信号, 分别对这两组信号进行译码后, 对两组译码输出软信息进行加权合并, 这一方法有效地克服了接收端符号同步误差引起的系统性能恶化。文献[7]将文献[6]的算法运用到 LDPC 编码系统中, 与文献[7]不同的是, 其采用信号插值方式来估计最佳采样点的样值, 并将得到的样值作为译码器的输入, 其译码输出作为最终的译码判决依据。需要注意的是, 文献[6,7]中的同步算法需要知道接收信号的信噪比, LDPC 译码算法本身也通常要对接收信号的噪声功率进行估计, 不准确的噪声功率估计会明显影响 LDPC 迭代译码的收敛速度以及性能, 而在基于香农极限码的编码系统中, 针对符号同步联合信噪比估计的算法还鲜有文献研究, 本文基于文献[6,7]的符号同步算法, 提出了一种基于 LDPC 编码系统的符号同步联合信噪比估计算法, 通过若干次迭代可较为准确地估计出接收信号中的信噪比, 以及符号同步误差, 并给出了一种实用的基于二维表格的实现方案。仿真结果表明, 本文提出的联合估计算法, 通过迭代译码辅助的两个紧密相关的环路, 即 SNR 估计环和符号同步误差估计环, 可以让系统迅速收敛, 具有良好的误码性能和较强的实用性。本文的结构如下, 第 2 节描述了本文仿真的系统模型, 第 3 节、第 4

节分别分析和仿真了信噪比估计值和符号同步误差对 LDPC 译码算法性能的影响, 在第 5 节提出了一种符号同步联合信噪比估计算法, 并在第 6 节给出了算法数值仿真结果, 第 7 节为全文总结。

2 系统模型

本文算法及仿真基于 LDPC 编码系统(码长 $l = 1200$, 码率 $1/4$, 译码器迭代次数上限为 20), 调制方式为 BPSK, 周期为 T 的编码符号 d_n 经过成形滤波送入加性高斯白噪声(AWGN)信道, 在接收端, 对接收信号进行采样周期为 $T_s = T/4$ 的过采样, 后送入匹配滤波器, 成形滤波器与匹配滤波器采用相同的平方根升余弦脉冲, 滚降系数为 1。

接收到的信号可以表示为

$$r(t) = \sqrt{E_s} \sum_n d_n g(t - nT) + n(t) \quad (1)$$

其中 $E_s = E_b/r$ 为符号能量, r 为码率。 $n(t)$ 为信道的加性高斯白噪声, $g(t)$ 表示能量归一化的成形脉冲。

之后对 $r(t)$ 进行采样, 设采样判决点离最佳采样点误差为 εT , 其中 $-1 < \varepsilon < 1$, 经过匹配滤波器后对其输出进行 4 倍抽取, 选择估计的最佳采样点, 得到 $y'_k(\varepsilon)$ 表示如下:

$$y'_k(\varepsilon) = \alpha(\varepsilon) \sqrt{E_s} d_k + n'_k(\varepsilon) \quad (2)$$

其中 $\alpha(\varepsilon)$ 为等效的信道衰减, 其主要是由于存在符号同步误差, 也就是 $\varepsilon \neq 0$, 导致了采样点不在匹配滤波器输出的峰值点。 $n'_k(\varepsilon)$ 表示存在符号同步误差时的等效噪声, 其包含信道中的加性高斯白噪声以及由于同步误差产生的码间串扰(ISI), 在低信噪比条件下, 码间串扰产生的噪声信号可以认为是符合零均值的高斯分布, 所以仍可以将 $n'_k(\varepsilon)$ 看作高斯噪声。由式(2)可以看到, 由于同步误差的存在, 有用信号幅度被衰减, 而等效的噪声, 由于码间串扰的原因明显地增大, 使信噪比降低, 恶化了系统性能。

3 信噪比估计对 LDPC 译码算法性能的影响

通常 LDPC 译码前需要对信噪比(或噪声功率)进行估计, 在 Mackay 提出的迭代译码算法的初始化过程中^[4], 各信息节点需要用先验概率来进行初始化, 而先验概率的计算需要对噪声功率进行估计。先验概率的计算如式(3), 式(4)所示:

$$f_n^1 = 1/(1 + \exp(-2y_n/\sigma^2)) \quad (3)$$

$$f_n^0 = 1 - f_n^1 \quad (4)$$

其中 f_n^0 和 f_n^1 分别代表时刻 n 信号为 0 和为 1 的先验概率, y_n 是时刻 n 信道的输出, σ^2 是噪声方差。

不准确的噪声功率估计对迭代译码的性能有很大影响, 直接影响到迭代译码的收敛速度和收敛位置, 而这两者决定了译码过程的延时和精度。文献[7]中将译码输出幅度的均值与译码器初始化状态的关系表示如式(5):

$$m_o^{(l)} = m_i + d_v m_u^{(l)} \quad (5)$$

其中 m_i 为初始化状态的均值, 其值由接收信号以及噪声功

率的估计值决定, 并与信道的信噪比成正比关系, m_o 为输出软值绝对值的均值, d_v 为规则 LDPC 变量节点的维度, m_u 为校验阶段传给变量节点的消息均值, l 为迭代次数。可看到, m_i 的准确程度, 直接影响了用于判决的软值精度。图 1 为不同的噪声功率估计下, 信噪比对 LDPC 译码性能曲线, 其中 $\sigma_{2\sim}$ 为噪声功率, $\sigma_{2\sim}$ 为噪声功率的估计值, 可见在一定信噪比条件下, 对噪声功率估计的偏差越大, 信息节点的初始状态越不利于译码过程的进行, 迭代结束时系统的误码率性能越差。图 2 给出了 SNR=2dB 时不同噪声功率估计值对 LDPC 译码性能的影响, 可以看到噪声功率估计的偏差会对 LDPC 译码性能产生明显的恶化。

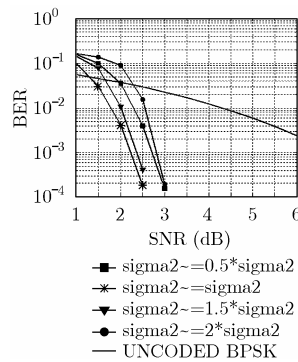


图 1 不同噪声功率估计值对 LDPC 译码性能的影响

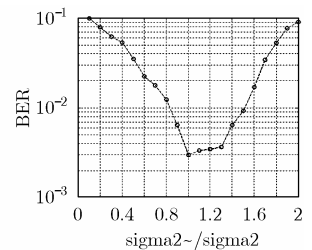


图 2 SNR=2dB, 噪声功率估计值对误码率的影响

4 符号同步误差对译码算法性能的影响

在第 2 节的分析中已经得到, 符号同步误差的存在等效于实际信噪比的降低, 而信噪比与式(5)中的 m_i 成正比, 可见, 信噪比对译码器的消息处理过程有着明显的影响, 符号同步误差不仅影响迭代过程的收敛速度, 更影响 LDPC 的译码性能, 图 3 为同步误差分别为 $\varepsilon = -0.2$, $\varepsilon = 0$, $\varepsilon = 0.2$ 时, 信噪比对 LDPC 译码性能的关系曲线, 可以看到, 在误码率为 10^{-3} 时, $0.2T$ 的符号误差, 对迭代译码性能约损失 1.3dB。图 4 为 SNR=2dB 时同步误差对 LDPC 译码性能的影响, 可见符号误差的存在对迭代译码性能有明显的恶化, 而文献[6,7]以及本文正是利用 LDPC 的译码过程对符号同步误差的敏感特性, 从译码过程中提取同步误差信息。

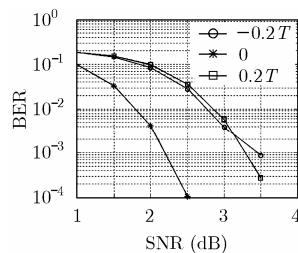


图 3 符号同步误差对 LDPC 译码性能的影响

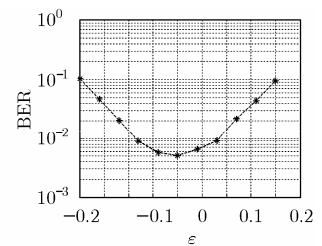


图 4 译码性能随同步误差的变化曲线

符号同步误差的估计大多是根据符号自身的脉冲形状(如余弦滚降), 通过一个符号内的多个采样值估计最佳采样点的位置。但当信噪比很低的时候, 符号自身的脉冲形状已经被噪声破坏, 传统的符号误差估计方法已经不能正确得到最佳采样位置, 而迭代译码辅助的符号同步方法, 从本质上讲, 就是利用 LDPC/Turbo 码等香农极限码的编码增益, 还原出一个可以用于符号误差估计的包络, 本文利用一个符号中不同相位的采样值, 经过迭代译码后输出的幅度均值来形成这个包络。图 5 给出了在不同信噪比条件下, 不同符号相位采样点的译码输出幅度均值曲线, 形成一组用于误差估计的包络, 需要注意的是信噪比过低时, 包络形状已经不是十分明显。

此外, 除了利用迭代译码输出幅度的均值, 还可以用其他迭代过程中的参数用于形成符号误差估计包络, 如 Dong-U Lee 在文献[8]中利用约束满意度(satisfied constraints)来生成类似图 5 的包络, 也得到了良好的误差估计性能。

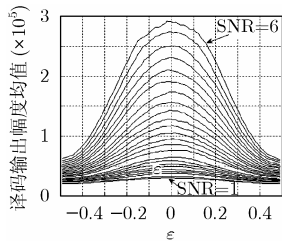


图 5 符号同步误差与译码器输出幅度均值关系曲线

5 符号同步联合信噪比估计算法

图 5 中给出的是一簇曲线, 而符号同步误差的估计要选择其中的一根, 也就是说要正确地进行符号同步误差的估计, 首先需要知道接收信号的信噪比, 通过信噪比来确定使用曲线簇中哪根包络曲线。Summer 和 Reed 针对 Turbo 编码分别给出了两种信噪比估计方法^[9, 10], 但两种方法的运算复杂度都相对偏大, 且均建立在符号同步的基础之上。本文基于文献[6,7]的符号同步算法, 提出了一种基于 LDPC 编码系统的符号同步联合信噪比估计算法, 通过若干次迭代可较为准确地估计出接收信号的信噪比, 以及符号同步误差, 结合文献[4]中的迭代译码算法, 得到了优异整体性能, 此外, 本文中给出了一种实用的基于二维查找表格的实现方案, 方便在工程实践中应用。

图 6 中给出了本文提出的算法框图, 其实质是通过两个紧密相关的环路, 即信噪比估计环(图 6 中实线框)和符号同

步误差估计环(图 6 中虚线框), 将符号同步, 信噪比估计以及迭代译码三者整合在一起, 其基本工作原理描述如下:

(1)首先 4 倍过采样值 d_{sn} 送入缓冲器, 进行缓冲。

(2)由分组对齐模块, 从缓冲器中提取一个码分组的所有采样值, 共 $4 \times N$ 个样点, N 为码长。将样点按符号同步误差分为 4 组并行送入迭代译码器 1 中, 迭代译码器 1 用于辅助定时和信噪比的估计, 为减小运算复杂度, 其最大迭代次数较小, 通常设置为 3 即可。

(3)迭代译码器 1 的 4 路软值输出送入到数据选择器中, 数据选择器从 4 组输出中选择出同步误差范围 $\epsilon \in (-0.25, 0.25)$ 内的两组靠近最佳采样点的信号, 送交二维查找模块。此外, 如果存在分组未对齐的情况, 将出现比特错位, 那么译码器将收敛很慢, 甚至无法译码, 此时需要由数据选择模块去调整分组对齐模块。数据选择模块的工作原理见文献[7]。

(4)对靠近最佳采样点的两组信号软值, 分别求其多个编码分组的幅度均值 ML, MR(通常采用 5~10 分组进行平均, 本文中选用 10 个编码分组的均值。如不平均, 符号同步误差的估计值抖动较大, 性能会有恶化, 在本文仿真条件下, 误码率为 10^{-3} , 约损失 0.3dB), 在图 5 的曲线簇中查找一条曲线, 上面存在间隔 $\epsilon = 0.25$ 的两个点 PL 和 PR, 幅度均值最为接近 ML 和 MR, 根据选择曲线对应的信噪比作为接收信号信噪比的估计值 \hat{SNR} 送入 SNRTO σ^2 模块, 根据 PL 和 PR 的位置, 即可以得到符号同步误差的估计值 $\hat{\epsilon}$, 将其送入内插器。

(5)靠近最佳采样点的两组信号对应的译码前的数据也被送入内插器中, 依据采样定理, 对于升余弦脉冲信号可以选取两组采样信号恢复原始接收信号波形, 内插器根据送入的两组数据, 以及同步误差估计值 $\hat{\epsilon}$, 恢复出最佳采样点样值 \hat{d}_n , 并将其送入迭代译码器 2, 迭代译码器 2 用于真正的信息译码, 最大迭代次数设置为 20~50(本文仿真均设置为 20)。

(6)SNRTO σ^2 模块根据二维查找模块提供的信噪比估计值 \hat{SNR} , 以及内插器提供的最佳采样点信号值 \hat{d}_n , 估算噪声功率 $\hat{\sigma}^2$ 送交两个迭代译码模块, 迭代译码模块根据此值调整自己在译码初始化时的先验概率。其中 SNRTO σ^2 模块工作原理如式(6)所示。

$$\sigma^2 = \frac{\text{Fix}(\text{snr})}{l} \sum_{m=1}^l \left(\left| y_m - \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l y_k \right| \right)^2 \quad (6)$$

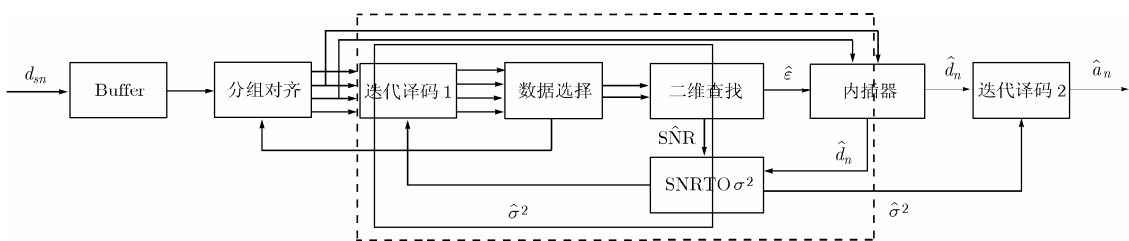


图 6 本文提出的符号同步联合信噪比估计算法框图

其中 y_k 为接收信号的采样值, l 为码长, $\text{Fix}(\text{snr})$ 为一修正函数, 用来消除有偏估计的影响, 其随 SNR 的变化如图 7 所示。

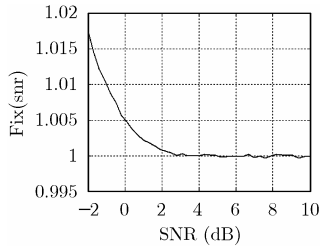


图7 Fix(snr)修正函数

在本文提出的联合估计算法中, 需要根据图 5 进行信噪比以及符号同步误差的估计, 然而给出图 5 中的曲线簇严格的数学表达式是非常困难且复杂的, 在实际应用中可以通过多项式拟合或者查表的方式进行, 但由于本文算法需要进行双向的函数映射, 多项式拟合法还要求解拟合曲线的反函数, 其间还涉及到根的选择问题, 且算法复杂度随拟合精度迅速增加, 因此本文中采用了一种二维查找的方法来实现步骤 4 中的算法, 具体实现方式如下:

(1) 用一个较大的信噪比去初始化迭代译码的先验概率。

(2) 根据图 5 中的曲线簇, 选择一定的精度, 生成二维查找表 $\text{TB}[\text{SNR}, \epsilon]$ (代表信噪比为 SNR, 符号同步误差为 ϵ 时的译码输出幅度均值, 亦即图 5 中每根曲线所对应的信噪比最为表格的第一维索引, 相应曲线的横坐标为第二维索引, 纵坐标为两维索引所对应的元素值), 表中每个元素的精度为 N_{bits} 比特, $\text{SNR} \in \{\text{SNR}_0 + \Delta\text{SNR} \cdot n \mid 1 \leq n \leq N_{\text{SNR}}\}$, SNR_0 为信噪比低限, ΔSNR 为查找表中信噪比的估计精度, N_{SNR} 为表中信噪比的个数, n 为整数, $\epsilon \in \{\Delta\epsilon \cdot m \mid -(N_\epsilon - 1)/2 \leq m \leq (N_\epsilon - 1)/2\}$, $\Delta\epsilon$ 为查找表中符号同步误差的估计精度, N_ϵ 为表中符号同步误差的个数(奇数), m 为整数。

(3) 在查找表 TB 中, 对每个 SNR (即每行), 在 $\epsilon \in \{\Delta\epsilon \cdot m \mid -(N_\epsilon - 1)/2 \leq m \leq 0\}$ 范围内选取一个值最为接近 ML 的点, 且该点的值与 ML 的差小于一个门限值, 这样就可以得到一个点集 \mathbf{V} , 对应查找表中的值分别为: $\text{TB}[\text{SNR}_i, \epsilon_i]$, $i \in \mathbf{V}$ 。

(4) 对 \mathbf{V} 中每个点, 计算式(7)的值, 选择其中值最小的点 J 。

$$(\text{TB}[\text{SNR}_i, \epsilon_i] - \text{ML})^2 + (\text{TB}[\text{SNR}_i, \epsilon_i + 0.25] - \text{MR})^2, i \in \mathbf{V} \quad (7)$$

(5) SNR_J 和 ϵ_J 分别为信噪比和符号同步误差的当前估计, 分别用两者来修正迭代译码器的初始状态以及内插器最佳采样点的位置。

(6) 经过若干次从步骤(2)到步骤(5)的迭代计算, 信噪比和符号同步误差的估计值趋向收敛。

6 算法数值仿真

为了验证本文中提出的符号同步联合信噪比估计算法, 本文采用参数向量为(1200, 3, 4)的规则 LDPC 编码, 进行了算法的数值仿真。二维查找表参数如下: SNR_0 为 1dB, ΔSNR 为 0.2dB, N_{SNR} 为 26, $\Delta\epsilon$ 为 0.01, N_ϵ 为 99, 表中元素精度为双精度实数。

图 8 为各个信噪比条件下, 符号同步误差 ϵ 估计值的偏差均值 ($\text{mean}(|\epsilon - \hat{\epsilon}|)$), 从图中可以看出本文提出的算法在各个信噪比条件下符号同步误差的估计值偏差的均值均在 $0.02T$ (即五十分之一符号) 之内, 且估计值的准确性随着信噪比的增大而成逐渐增大的趋势。

图 9 中展示了本文算法对信噪比的估计过程, 因为译码伊始, 接收信号的信噪比未知, 可以任意在图 5 中选择一根包络明显的曲线, 用其所对应的信噪比初始化估计器, 通常选择一较大的信噪比即可, 本节仿真中选择初始信噪比为 4dB, 经过 10 次修正以后, 信噪比的估计值已经比较贴近真实值(误差通常在 0.3dB 以内)。

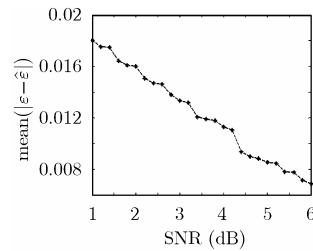


图8 本文提出的算法在不同信噪比下对 ϵ 的估计偏差均值

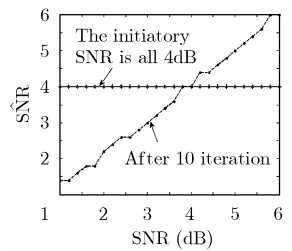


图9 本文提出的算法对信噪比的迭代估计结果

图 10 是本文提出的联合估计算法系统误码率性能曲线, 图中同时给出了信噪比已知且符号精确同步系统的误码率性能曲线, 通过对比可以看到, 在信噪比和符号定时未知的情况下, 采用本文提出的方法, 能使系统误码率性能相比信噪比已知且符号精确同步系统性能恶化在 0.1dB 之内。此外, 有一个问题值得注意, 图 5 中可以看到在低信噪比时, 如 1dB, 算法的分辨率和精度比较低, 但观察图 10, 在本文的码长码率条件下, 信噪比为 1dB 时, 误码率高达 0.1, 也就

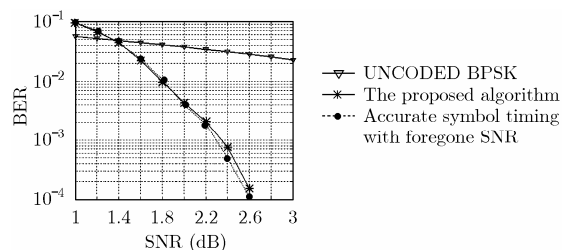


图10 本文提出的迭代译码辅助的联合估计算法的误码率性能

是说通常这个系统并不能工作在这个信噪比下，如果要求误码率低于 10^{-3} ，信噪比则要高于 2.3dB，在这个信噪比条件下，本文算法的精度已经比较高。另外，从最后图 10 的仿真结果可以看到，本文算法的性能曲线在信噪比从 1dB 到 3dB 整个仿真范围内均接近理想同步条件下的性能曲线，这就说明在信噪比很低条件下，系统的误码性能本身很差，本文算法虽然分辨率偏低，但已经不会对系统性能进一步恶化。如果要寻求更好的系统性能，必须通过其他手段(比如更改码长和码率)。

7 结束语

本文首先分析和仿真了信噪比估计和符号同步误差对 LDPC 编码系统的性能影响，在此基础上提出了一种由迭代译码软信息辅助的符号同步联合信噪比估计算法。仿真结果表明，在信噪比很低的情况下，本算法通过若干次迭代可较为准确地估计出接收信号中的信噪比，以及符号同步误差。此外，本文还给出了一种实用的基于二维表格的实现方案，方便在工程实践中应用。

参考文献

- [1] Gallager R G. Low density parity check codes[J]. *IRE Trans. on IT*, 1962, 8 (3): 208–220.
- [2] Berrou C, Blavieux A, and Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes [A]. In Proc. of 1993 IEEE International Conference on Communications[C]. Geneva, Switzerland : ICC, 1993: 1064–1070.
- [3] MacKay D J C and Neal R M. Near Shannon limit performance of low-density parity check codes[J]. *Elect. Lett.*, 1996, 32(18): 1645–1646.
- [4] MacKay D J C. Good error correcting codes based on very sparse matrices[J]. *IEEE Trans on IT*, 1999, 45(2): 399–431.
- [5] Richardson T and Urbanke R. The capacity of low-density parity-check codes under message-passing decoding[J]. *IEEE Trans. on IT*, 2001, 47(2): 478–496.
- [6] Mielczarek B and Svensson A. Timing error recovery in turbo-coded systems on AWGN channels[J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2002, 50(10): 1584–1592.
- [7] Xue Y J, Wu X F, and Xiang H G. Timing error recovery for LDPC-coded systems. *Journal on Communication*, 2005, 26(3): 130–135.
- [8] Dong-U Lee, Esteban L Vall'es, Villasenor J D, and Jones C R. Joint LDPC decoding and timing recovery using code constraint feedback. *IEEE Communications Letters*, 2006, 10(3): 189–191.
- [9] Summer T A and Wilson S G. SNR mismatch and online estimation in turbo decoding. *IEEE Trans. on Commun.*, 1998, 46(4): 421–423.
- [10] Reed M and Asentorfer J. A novel variance estimation for turbo decoding. Proc. ICT'97. Melbourne, Australia. April 1997: 173–178.

潘小飞：男，1979 年生，博士生，研究方向为低信噪比条件下信号的接收。

刘爱军：男，1970 年生，教授，硕士生导师，研究方向为卫星通信、通信信号处理、计算机网络等。

张邦宁：男，1963 年生，教授，博士生导师，研究方向为卫星通信、通信抗干扰技术，数字通信、通信信号处理等。