

瑞利衰落信道下 MMRT 的性能分析

肖 啸 朱光喜 刘 干 李 黎
(华中科技大学电子与信息工程系 武汉 430074)

摘要: 为了提高系统性能减少系统功耗和硬件复杂度等, 该文提出一种在基站采用最少选择最大比发射的发送分集技术, 即 MMRT。利用随机矩阵和排序统计的理论知识, 该文对 MMRT 技术进行了详细的性能分析。并得到其在瑞利衰落信道下的中断概率、误码率等的确切表达式。最后通过仿真试验验证了理论分析的正确性。

关键词: 天线选择; 最大比发射; 发送分集; 性能分析

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)01-0048-04

Performance Analysis of MMRT in Rayleigh Fading Channels

Xiao Xiao Zhu Guang-xi Liu Gan Li Li
(Department of Electronics and Information Engineering, Huazhong University of
Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to improve the system performance and reduce hardware complexity further, a new transmit diversity scheme, Minimum-selection Maximum Ratio Transmit (MMRT) scheme is proposed. Based on the theory on random matrix and order statistics, an exact analysis for MMRT is carried out. The closed-form outage probability and the Bit Error Rate (BER) of the MMRT system, for Rayleigh fading scenario, are presented. The analytical results are verified by simulation.

Key words: Antenna selection; Maximal ratio transmit; Transmit diversity; Performance analysis

1 引言

传统的空间分集方法主要以接收分集为主^[1,2]。但对于蜂窝系统的下行通信而言, 如果要实现接收分集则需要在移动终端上布置多副接收天线, 由于受到移动台体积、功率消耗和硬件成本价格等诸多因素的制约, 实现起来非常困难。为了改善移动台接收信号的质量, 近来发送分集技术得到人们的广泛关注^[3-7]。发送分集实现方式简单, 基站中新增的天线成本可为小区中的众多用户分担, 具有很好的应用前景。研究表明, 当发送端已知信道状态信息后, 利用最佳波束成形技术对发送天线实施加权后进行发射, 系统可以获得最大信号干扰噪声比, 此即“最大比发射”(MRT)技术^[5-7]。与其他发送分集方案相比, MRT 还有个优点就是它不改变移动台的复杂度。不过由于传统的多天线系统都要求射频电路数须和天线数相等, 这使得多天线的 MRT 技术将面临硬件复杂度、成本价格和功率消耗等因素显著升高的挑战。因此本文针对 MRT 发送分集技术, 提出一种新的改进方案。在该方案中, 基站将激活最少数量的射频电路(即发射分集路径)来进行 MRT 发送, 即 MMRT。从而在保证系统性能的同时极大地降低了系统的硬件复杂度、功耗以及成本等。

2 系统模型

设一典型的 MRT 系统^[8], 其中基站配置 L 根发射天线, 移动台配置一根接收天线。假设移动台可以正确地根据训练信号估计信道, 并且将需要的信道信息无错误、无时延地反馈给基站。 \mathbf{H} 表示从发射天线到接收天线的 $1 \times L$ 维信道增益矩阵。其中的每个元素 h_i 表示第 i 根发射天线到接收天线间的信道增益, 是均值为 0, 方差为 1 的独立同分布的复高斯随机变量。假定噪声是均值为 0, 方差为 σ^2 的白噪声。另外, 本文主要考虑准静态衰落。则系统的输出信噪比(SNR)可以表示为^[8]

$$\text{SNR}_{\text{out}} = \frac{P}{\sigma^2} \|\mathbf{H}\|^2 \cdot E[|s|^2] \quad (1)$$

归一化总的发射功率 P 及符号能量 $E[|s|^2]$, 则上式可以简化为

$$\text{SNR}_{\text{out}} = \frac{1}{\sigma^2} \|\mathbf{H}\|^2 = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^L |h_i|^2 = \sum_{i=1}^L \gamma_i \quad (2)$$

即 MRT 系统的输出 SNR 等价于各个发射天线单独发射时输出 SNR, 即 γ_i 之和^[8]。而 γ_i 是服从指数分布的, 其概率密度函数(PDF)和累积分布函数(CDF)分别如下^[1]:

$$f_{\gamma}(x) = \frac{1}{\gamma} \exp\left\{-\frac{x}{\gamma}\right\} \quad (3)$$

2006-06-19 收到, 2006-12-25 改回

国家自然科学基金(60496315, 60672059)和高技术发展研究基金(2006AA1Z233) 资助课题

$$F_{\gamma}(x) = 1 - \exp\left[-\frac{x}{\bar{\gamma}}\right] \quad (4)$$

其中 $\bar{\gamma}$ 表示每条发射支路上的平均 SNR。

3 最少选择最大比发射算法流程

由于硬件限制的原因, 假设基站最多只能提供一个 L_c ($L_c \leq L$) 路分集路径的 MRT 发射器(即射频电路数为 L_c)。设输出 SNR 的门限值为 γ_T , 则本文提出的 MMRT 的算法流程可以描述如下:

(1) 开始 $\gamma_c = 0$; $l = 0$;

(2) 估计每根发射天线对应的接收 SNR, 为 $\gamma_i, i = 1, \dots, L$,

并排序: $\gamma_{(1)} > \gamma_{(2)} > \dots > \gamma_{(L)}$;

(3) $l = l + 1$;

(4) 更新系统的输出 SNR: $\gamma_c = \gamma_c + \gamma_{(l)}$;

(5) 判断($\gamma_c > \gamma_T$)是否成立: (a) 如果成立, 则转至步骤

(6); (b) 如果不成立, 则判断($l < L_c$)是否成立: 如果也不成立, 则转至步骤(6); 否则转至步骤(3), 更新 l 值, 继续循环。

(6) 结束。

4 MMRT 输出信噪比的统计特性

4.1 输出信噪比的累积分布函数(CDF)

由上面描述的 MMRT 处理过程, 可以发现其输出 SNR, $\gamma_c = \sum_{j=1}^i \gamma_{(j)}$, 其中 $\gamma_{(j)}$ 按从大到小排序。根据排序统计理论^[9], 可得 γ_c 的 CDF, $F_{\gamma_c}(x)$ 如下:

$$\begin{aligned} F_{\gamma_c}(x) &= \Pr\{\gamma_c < x\} \\ &= \sum_{i=1}^{L_c} \Pr\left\{\gamma_c = \sum_{j=1}^i \gamma_{(j)} \ \& \ \gamma_c < x\right\} \end{aligned} \quad (5)$$

应用 MMRT 处理后, 式(5)可以改写为

$$\begin{aligned} F_{\gamma_c}(x) &= \Pr\left\{\gamma_{(1)} \geq \gamma_T \ \& \ \gamma_c = \gamma_{(1)} < x\right\} \\ &+ \sum_{i=2}^{L_c-1} \Pr\left\{\sum_{j=1}^{i-1} \gamma_{(j)} < \gamma_T \ \& \ \gamma_c = \sum_{j=1}^i \gamma_{(j)} \geq \gamma_T \ \& \ \gamma_c < x\right\} \\ &+ \Pr\left\{\sum_{j=1}^{L_c-1} \gamma_{(j)} < \gamma_T \ \& \ \sum_{j=1}^{L_c} \gamma_{(j)} = \gamma_c < x\right\} \end{aligned} \quad (6)$$

显然 $\gamma_c = \sum_{j=1}^{L_c} \gamma_{(j)}$ 可能小于预先设定的输出门限值 γ_T , 故式

(6)可以改写为

$$F_{\gamma_c}(x) = \begin{cases} \left[F_{\Gamma_i}(x) - F_{\Gamma_i}(\gamma_T)\right] + \sum_{i=2}^{L_c} P_{\gamma_c}^{(i)}(x) + F_{\Gamma_{L_c}}(\gamma_T), & x \geq \gamma_T \\ F_{\Gamma_{L_c}}(x), & 0 \leq x < \gamma_T \end{cases} \quad (7)$$

其中 Γ_i 表示前 i 个排序统计量的和, $F_{\Gamma_i}(x)$ 表示前 i 个排序统计量之和的 CDF, $P_{\gamma_c}^{(i)}(x)$ 表示概率:

$$\Pr\left\{\sum_{j=1}^{i-1} \gamma_{(j)} < \gamma_T \ \& \ \gamma_T \leq \sum_{j=1}^i \gamma_{(j)} < x\right\}$$

$P_{\gamma_c}^{(i)}(x)$ 可以进一步改写为

$$\Pr\left\{\Gamma_{i-1} < \gamma_T \ \& \ \gamma_T < (\gamma_{(i)} + \Gamma_{i-1}) < x\right\}$$

显然如果定义了联合 PDF, $f_{\gamma_{(i)}, \Gamma_{i-1}}(x, y)$, 就可以求解

$P_{\gamma_c}^{(i)}(x)$ 如下:

$$P_{\gamma_c}^{(i)}(z) = \begin{cases} \int_{\frac{i-1}{i}\gamma_T}^{\frac{i-1}{i}z} \int_{\gamma_T-y}^{\frac{i-1}{i}z-y} f_{\gamma_{(i)}, \Gamma_{i-1}}(x, y) dx dy \\ + \int_{\frac{i-1}{i}z}^{\gamma_T} \int_{\gamma_T-y}^{\frac{i-1}{i}z-y} f_{\gamma_{(i)}, \Gamma_{i-1}}(x, y) dx dy, & \gamma_T \leq z \leq \frac{i}{i-1}\gamma_T \\ F_{\Gamma_{i-1}}(\gamma_T) - F_{\Gamma_i}(\gamma_T), & \frac{i}{i-1}\gamma_T \leq z \end{cases} \quad (8)$$

由文献^[10]中附录 3 的证明, 可得联合 PDF, $f_{\gamma_{(i)}, \Gamma_{i-1}}(x, y)$:

$$\begin{aligned} f_{\gamma_{(i)}, \Gamma_{i-1}}(x, y) &= \sum_{j=0}^{L-i} \left[\frac{(-1)^j L!}{(L-i-j)!(i-1)!(i-2)!j!(\bar{\gamma})^i} \right] \\ &\times [y - (i-1)x]^{(x-2)} e^{-\frac{y+(j+1)x}{\bar{\gamma}}}, \\ &y \geq (i-1)x, x \geq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

而对于独立同分布的瑞利衰落信道而言, 前 i 个排序统计变量和 Γ_i 的 PDF^[11], $f_{\Gamma_i}(x)$ 有

$$\begin{aligned} f_{\Gamma_i}(x) &= \frac{L!}{(L-i)!i!} \exp\left[-\frac{x}{\bar{\gamma}}\right] \times \left\{ \frac{x^{i-1}}{(\bar{\gamma})^i (i-1)!} \right. \\ &+ \frac{1}{\bar{\gamma}} \sum_{l=1}^{L-i} (-1)^{i+l-1} \frac{(L-i)!}{(L-i-l)!l!} \left(\frac{i}{l}\right)^{i-1} \\ &\times \left. \left[\exp\left[-\frac{lx}{i\bar{\gamma}}\right] - \sum_{n=0}^{i-2} \frac{1}{n!} \left(-\frac{lx}{i\bar{\gamma}}\right)^n \right] \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

将式(8), 式(9), 式(10)代入式(7), 就可以得到瑞利衰落信道下 MMRT 系统的输出信噪比 CDF, $F_{\gamma_c}(x)$ 的确切表达式。

4.2 输出信噪比的概率密度函数(PDF)

显然由 γ_c 的 CDF 式(7)微分即可得到相应的输出 SNR, γ_c 的 PDF, $f_{\gamma_c}(x)$ 的一般表达式:

$$f_{\gamma_c}(x) = \begin{cases} f_{\Gamma_1}(x) + \sum_{i=2}^{L_c} \left[\int_{\frac{i-1}{i}x}^{\gamma_T} f_{\gamma_{(i)}, \Gamma_{i-1}}(x-y, y) dy \right] \\ \times \left[\varepsilon(x - \gamma_T) - \varepsilon\left(x - \frac{i}{i-1}\gamma_T\right) \right], & x \geq \gamma_T \\ f_{\Gamma_{L_c}}(x), & 0 \leq x \leq \gamma_T \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\varepsilon(\cdot)$ 是单位阶跃函数。

将式(10)代入式(11), 就可以得到瑞利衰落信道下 MMRT 系统输出 SNR 的 PDF 如下:

$$f_{\gamma_c}(x) = \begin{cases} \frac{N \cdot L}{\bar{\gamma}} \left[1 - \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}}\right) \right]^{L-1} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}}\right) \\ \times \left[\int_{-\infty}^x \frac{L}{\bar{\gamma}} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\bar{\gamma}}\right) \right]^{L-1} \exp\left(-\frac{t}{\bar{\gamma}}\right) dt \right]^{N-1} \\ + \sum_{i=2}^{L_c} \left\{ \int_{\frac{i-1}{x}}^{\gamma_T} f_{\gamma_{(i)}, r_{i-1}}(x-y, y) dy \right\} \\ \times \left[\varepsilon(x - \gamma_T) - \varepsilon\left(x - \frac{i}{i-1} \gamma_T\right) \right], & x \geq \gamma_T \\ \frac{NL! x^{L_c-1}}{(L-L_c)! L_c! (L_c-1)! (\bar{\gamma})^{L_c}} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}}\right) \\ + \frac{N \cdot L!}{(L-L_c)! L_c!} \exp\left(-\frac{x}{\bar{\gamma}}\right) \\ \times \left[\frac{1}{\bar{\gamma}} \sum_{l=1}^{L-L_c} (-1)^{L_c+l-1} \frac{(L-L_c)!}{(L-L_c-l)! l!} \left(\frac{L_c}{l}\right)^{L_c-1} \right. \\ \left. \times \left(\exp\left(-\frac{lx}{L_c \bar{\gamma}}\right) - \sum_{n=0}^{L_c-2} \frac{1}{n!} \left(-\frac{lx}{L_c \bar{\gamma}}\right)^n \right) \right], & 0 \leq x \leq \gamma_T \end{cases} \quad (12)$$

将式(9)代入式(12)即可得到 $f_{\gamma_c}(x)$ 的确切表达式。

5 MMRT 系统性能分析

5.1 中断概率

对于无线通信系统而言,中断概率 P_{out} 是一个很重要的性能指标。它可以定义为系统的输出 SNR 小于某个门限值 γ_{th} 的概率。显然对于本文所讨论的 MMRT 系统而言,其中断概率就等价于输出 SNR 为 γ_{th} 时的 CDF,即 $P_{\text{out}} = F_{\gamma_c}(\gamma_{\text{th}})$ 。由式(7)可得:

$$F_{\gamma_c}(\gamma_{\text{th}}) = \begin{cases} \left[F_{\gamma_1}(\gamma_{\text{th}}) - F_{\gamma_1}(\gamma_T) \right] + \sum_{i=2}^{L_c} P_{\gamma_c^{(i)}}(\gamma_{\text{th}}) + F_{\gamma_{L_c}}(\gamma_T), & \gamma_{\text{th}} \geq \gamma_T \\ F_{\gamma_{L_c}}(\gamma_{\text{th}}), & 0 \leq \gamma_{\text{th}} < \gamma_T \end{cases} \quad (13)$$

其中 $P_{\gamma_c^{(i)}}(\cdot)$ 在式(6)中给出。显然对于瑞利衰落信道而言,将式(8),式(9),式(10)代入式(13)即可得到相应中断概率的确切表达式。

5.2 误码率

显然对于无线通信系统而言,只要将其在高斯信道下关于接收 SNR, γ 的误码率 P_b 对 γ 的 PDF 积分即可得到相应的系统平均误码率 \bar{P}_b [1], 即

$$\bar{P}_b = \int_0^{\infty} P_b(x) f_{\gamma}(x) dx \quad (14)$$

如在高斯白噪声下的二进制非相干 DPSK 调制信号,其瞬时误比特率 P_b 为 $e^{-\gamma}/2$ 。应用 MMRT 后,其输出 SNR, γ_c 的 PDF 的一般表达式即为式(11),代入式(14)就可得非相干 DPSK 调制下 MMRT 系统的平均误码率:

$$\begin{aligned} \bar{P}_b &= \int_0^{\infty} \frac{1}{2} e^{-x} f_{\gamma_c}(x) dx \\ &= \int_0^{\gamma_T} \frac{1}{2} e^{-x} f_{\gamma_{L_c}}(x) dx + \int_{\gamma_T}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-x} f_{\gamma_1}(x) dx \\ &\quad + \sum_{i=2}^{L_c} \int_{\gamma_T}^{\frac{i}{i-1} \gamma_T} \left[\int_{\frac{i-1}{x}}^{\gamma_T} f_{\gamma_{(i)}, r_{i-1}}(x-y, y) dy \right] \left[\frac{1}{2} e^{-x} \right] dx \end{aligned} \quad (15)$$

将式(9),式(10),代入式(15)就得到瑞利衰落信道下 MMRT 系统平均误码率的确切表达式。

6 仿真结果及讨论

如图 1 所示,设 $\bar{\gamma} = 3\text{dB}$, $\gamma_T = 6\text{dB}$, $L = 8$, 图中横坐标表示输出门限 SNR。由式(13)得到平坦瑞利衰落信道下 MMRT 系统的中断概率曲线。作为比较,本文仿真了传统的 1×8 阶的 MRT 系统的中断概率 [7]。可以发现,随着基站可激活的 MRT 分集路径数(即基站射频电路数) L_c 的增大,MMRT 系统的中断概率性能越好,特别是在平均 SNR, γ_i 比较小的区域。可以发现,当 $\gamma_{\text{th}} < \gamma_T$ 时, $L_c=8$ 的 MMRT 系统与 1×8 阶的 MRT 系统的中断概率性能相同。显然因为,如果 1×8 阶的 MRT 系统的输出 SNR 小于 γ_T , 则相应的 MMRT 系统的输出 SNR 也必然小于 γ_T , 即此时 MMRT 系统的基站实际上就是按照 MRT 来发射信号的。为了验证前文的性能分析,在 $L_c=3$ 时,由 40000 次独立信道实现的蒙特卡罗仿真,得到平坦瑞利衰落信道下 MMRT 系统的中断概率的仿真曲线,如图 1 所示。发现其仿真曲线与相应的分析曲线匹配得很好,这表明前文的数学推导是正确的。

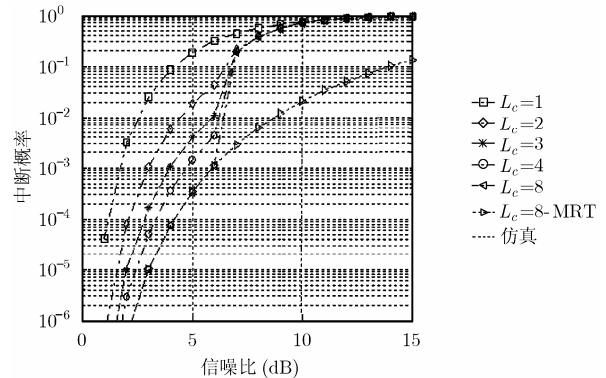


图1 瑞利衰落信道下 MMRT 系统的中断概率

如图 2 所示,当 $\gamma_T = 10\text{dB}$, $L=6$ 时,图中横坐标表示对应每根发射天线的平均接收 SNR。由式(15)得到平坦瑞利衰落信道下 MMRT 系统的平均误码率曲线。可以发现,基站发射天线数或可激活 MRT 分集路径数 L_c 越大,MMRT 系统的平均误码率性能越好,特别是在平均 SNR 比较小的区域。另外可以发现在中高 SNR 区域,随着平均 SNR 值的增大, L_c 值较小的 MMRT 系统的误码率性能向 L_c 值大的 MMRT 系统趋近。这是由于当平均 SNR 较大时,基站不需要激活全部的 MRT 分集路径数就可使得系统的输出 SNR 达

到输出门限值 γ_T 。而当平均 SNR 特别高时, 基站仅选择一根最好的 MRT 分集路径来发射信号的可能性将变大, 即 MMRT 系统的实际工作状态将趋向于传统的 SC 发射系统^[4]。相应地我们也仿真了 1×6 阶的 MRT 系统以作比较, 如图 2 所示。

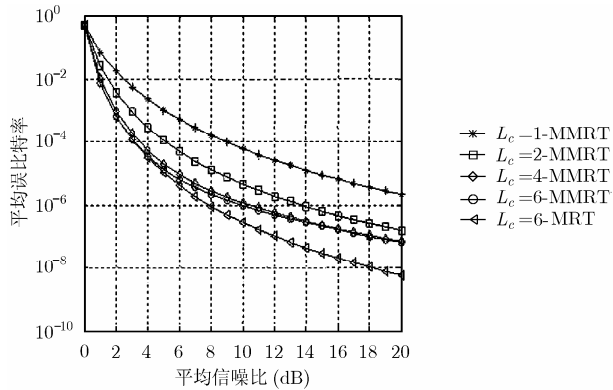


图 2 瑞利衰落信道下 MMRT 系统的误码率

7 结束语

本文提出一种新的发送分集方案, 即 MMRT。在该方案中, 基站将激活最少数量的射频电路(即发射分集路径)来进行 MRT 发送。文章从理论分析和仿真试验两个方面分析和证明了 MMRT 技术可以在极大提高系统性能的同时减少基站的硬件复杂度, 进一步提高基站的功率效率。另外, 本文还给出其在瑞利衰落信道下的中断概率、误码率等性能的确切表达式, 并通过仿真试验验证它们的正确性, 从而为 MMRT 技术的实际应用提供理论指导。

参考文献

- [1] Proakis J G. Digital Communications. 3rd ed., New York: McGraw-Hill, 1995: 543-554.
- [2] Gibson T and Jerry D. The Mobile Communications

Handbook. Piscataway: IEEE Press, 1999: 230-246.

- [3] Alamouti S M. A simple transmit diversity technique for wireless communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1998, 16(8): 1451-1458.
- [4] Winters J H. Switched diversity with feedback for DPSK mobile radio systems. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 1983, 32(4): 134-150.
- [5] Lo T K Y. Maximum ratio transmission. *IEEE Trans. on Commun.*, 1999, 47(1): 1458-1461.
- [6] Vanganuru K and Annamalai A. Analysis of transmit diversity schemes: impact of fade distribution spatial correlation and channel estimation errors. *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 2003, 3(2): 1023-1034.
- [7] Cavers J K. Single-user and multiuser adaptive maximal ratio transmission for Rrayleigh channels. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2000, 49(6): 2043-2050.
- [8] Paulraj A, Nabar R, and Gore D. Introduction to Space-Time Wireless Communications. New York: Cambridge University Press, 2003: 345-436.
- [9] David H A. Order Statistics. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc., 1981: 786-802.
- [10] 肖啸. 新一代无线通信系统中的传输方案及资源分配研究. [博士论文], 华中科技大学, 2006.
- [11] Simon M K and Alouini M S. Digital Communications over Generalized Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis. New York, NY: John Wiley & Sons, 2000: 342-375.

肖 啸: 男, 博士后, 研究方向为 MIMO、OFDM 系统中的资源分配技术。

朱光喜: 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为宽带多媒体通信等。

刘 干: 男, 副教授, 研究方向为宽带无线通信与多媒体系统、异构无线网络。

李 黎: 男, 博士后, 研究方向为 MIMO、OFDM 技术。