

## 一种应用粒子滤波器实现混沌通信的方法

王世元<sup>①</sup> 冯久超<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(西南大学电子信息工程学院 重庆 400715)

<sup>②</sup>(华南理工大学电子与信息学院 广州 510641)

**摘要:** 该文研究应用粒子滤波器实现混沌通信的问题。组合信号建模技术,提出了一种基于粒子滤波器的实现方法。在发送端,采用加性混沌掩盖或乘性混沌掩盖将信息符号调制在混沌信号上;在接收端,应用粒子滤波器估计信息符号,进而实现混沌通信。仿真结果表明,当信息符号为二进制编码和  $M$  进制编码时,基于两种混沌掩盖的通信方案,粒子滤波器均能较好地噪声混沌信号中恢复信息的编码值;与无先导卡尔曼滤波器相比,前者具有较低的误码率。此外,对比两种混沌通信方案,基于粒子滤波器的加性混沌掩盖通信系统在较高的  $E_b/N_0$  下的通信性能接近 BPSK,具有较低的误码率。

**关键词:** 混沌; 通信; 粒子滤波器; 混沌掩盖

中图分类号: TN918

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)01-0089-04

## A Method of Chaotic Communication Based on Particle Filter

Wang Shi-yuan<sup>①</sup> Feng Jiu-chao<sup>①②</sup>

<sup>①</sup>(Faculty of Electronic and Information Engineering, Southwest China University, Chongqing 400715, China)

<sup>②</sup>(School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

**Abstract:** This paper addresses the issue of chaotic communication with Particle Filter (PF). Combining with the modeling technique for signal, a filtering method based on the particle filter is proposed. Communication is accomplished by using additive chaos masking scheme or multiplicative chaos masking scheme in the transmitter, and message symbols are estimated in the receiver. Simulation results demonstrate that when message symbols are binary codes and  $M$ -ary codes, two kinds of chaos masking schemes based on the particle filtering method can perform effectively communication with chaos for retrieving the message signals from the noisy contaminated chaotic signals. In comparison with the UKF-based method, PF-based method has a lower Bit Error Rate (BER). In addition, compared with multiplicative chaos masking scheme, the additive chaos masking scheme based on the particle filtering has a lower bit error rate performance, which is close to ideal BPSK.

**Key words:** Chaos; Communication; Particle Filter (PF); Chaos masking

### 1 引言

混沌信号的似噪声和宽频带特性使其适合于扩频通信。与扩频通信中的伪随机信号相比,混沌信号因其复杂的动力系统使混沌通信的保密性更好<sup>[1]</sup>。在对发送端的非线性系统未知时,未授权用户很难破解用户信息。同时,混沌信号对初始值敏感的特性使其能够产生大量的不相关的混沌信号集,这使得混沌信号适合于多址通信系统。在数字通信中已经提出了许多基于混沌的通信方案<sup>[2]</sup>。在混沌通信系统中,非相关解调的实现仅依靠接收信号的某些统计特性,而相关解调技术需要发送端的全部信息才能实现同步,进而恢复原

始的信息符号。尽管相关解调技术对系统的参数,信道噪声等因素较敏感,但是这使得被侦听的概率大大降低,适合保密通信。

目前,一些基于混沌通信系统的同步方法已经提出,其中一种比较普遍的方法是基于状态空间模型的自适应滤波方法。Cuomo 等<sup>[3]</sup>利用扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter, EKF)估计洛伦兹系统的状态实现了该系统的同步。同时, Sobiski 和 Thorp<sup>[4]</sup>利用 EKF 同时估计 Duffing 系统的状态和参数实现了该系统的同步。Azou 和 Burel<sup>[5]</sup>在混沌扩频系统中,利用无先导卡尔曼滤波器(Unscented Kalman Filter, UKF)实现了系统的同步。EKF 的精度仅能达到一阶泰勒展式,UKF 的精度最高可达到三阶泰勒展式,且在滤波过程中不需要计算雅可比(Jacobi)矩阵,因此实现较为简单。然而,UKF 仅仅适用于高斯过程。近来,一种基于序贯蒙特卡罗原理的状态估计方法引入到信号处理中来,称之

2006-06-14 收到, 2006-11-23 改回

西南师范大学科技基金(SWNUQ2005004), 国家自然科学基金(60572025), 教育部基金(“新世纪优秀人才”基金: NECT-04-0813, 重点项目: 105137)和广东省自然科学基金(个人项目: 05006506, 团队项目: 04205783)资助课题

为粒子滤波器<sup>[6]</sup>(Particle Filter, PF)。它能够处理任意非线性模型以及任意概率分布问题。

本文基于两种混沌掩盖(chaos masking)的调制方法实现信息符号的调制,组合信号建模技术,应用粒子滤波实现系统同步,进而恢复信息符号实现混沌通信。

## 2 通信方案

在发送端,假定传递的信息符号为  $S_n$ , 考虑混沌映射如下所示:

$$x_n = f(x_{n-1}, \lambda) \quad (1)$$

其中  $\lambda$  为系统参数,用来控制系统的混沌区域。利用混沌信号  $x_n$  对信息符号  $S_n$  进行调制,当信息信号叠加到混沌信号上,即

$$z_n = x_n + s_n \quad (2)$$

称为加性混沌键控<sup>[1]</sup>(Additive Chaos Masking, ACM);当信息信号与混沌信号相乘<sup>[7]</sup>,即

$$z_n = x_n s_n \quad (3)$$

称为乘性混沌键控(Multiplicative Chaos Masking, MCM)。其中  $z_n$  为发送信号,如图1中的发送端所示。因为信息符号  $S_n$  为时变信号,利用自回归模型<sup>[7]</sup>(Auto-Regressive, AR)对其建模为

$$s_n = \sum_{i=1}^p a_i s_{n-i} + w_n \quad (4)$$

其中  $p$  是 AR 模型的阶数,  $w_n$  为加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)。考虑用一阶 AR 模型对  $S_n$  建模,则式(1)等效为

$$\begin{bmatrix} x_n \\ s_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_{n-1}, \lambda) \\ s_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ w_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

考虑信道中的加性高斯白噪声影响(如图1中的信道部分),在接收端,接收信号为

$$y_n = z_n + v_n \quad (6)$$

基于式(5)和式(6)构成了本文的状态空间模型,如下所示:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_n = F(\mathbf{x}_{n-1}) + \mathbf{w}_n \\ y_n = H(\mathbf{x}_n) + v_n \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{x}_n$  为混合状态,由式(5)可知  $\mathbf{x}_n = [x_n \ s_n]^T$ ;  $\mathbf{w}_n$  是均值为零,协方差矩阵为  $\mathbf{Q}_n$  的高斯白噪声;  $v_n$  是均值为零,方差为  $R_n$  的高斯白噪声;  $H(\mathbf{x}_n)$  为观测矩阵,当调制方法采用 ACM 时,  $H(\mathbf{x}_n)$  如式(2)所示;当调制方法采用 MCM 时,  $H(\mathbf{x}_n)$  如式(3)所示。

在接收端,应用粒子滤波器估计混合状态,同时恢复混沌信号和信息符号,实现系统同步和通信,如图1中的接收机所示。

## 3 粒子滤波器与混沌同步

基于状态空间模型式(7),状态估计的问题等效为利用接收信号  $y_{1:n}$  计算  $n$  时刻的状态  $\mathbf{x}_n$  的估计值,因此需要构建滤波

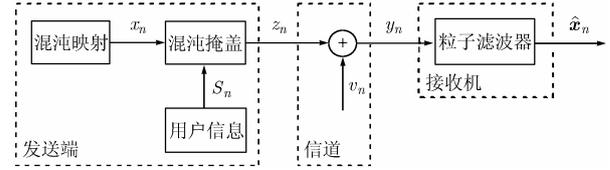


图1 基于混沌的通信系统框图

波概率密度函数  $p(\mathbf{x}_n | y_{1:n})$ 。假定从该密度函数中独立地抽取  $N$  个样本点  $\{\mathbf{x}_n^i\}_{i=1}^N$ , 则滤波概率密度可由如下的经验概率分布得出:

$$\hat{p}(\mathbf{x}_n | y_{1:n}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n^i) \quad (8)$$

其中  $\delta(\cdot)$  表示 Dirac 函数。因此,  $F(\mathbf{x}_n)$  的期望估计值为

$$E(F(\mathbf{x}_n)) = \int F(\mathbf{x}_n) \hat{p}(\mathbf{x}_n | y_{1:n}) d\mathbf{x}_n \quad (9)$$

该式可用下式逼近:

$$\overline{E(F(\mathbf{x}_n))} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F(\mathbf{x}_n^i) \quad (10)$$

根据大数定理,  $\overline{E(F(\mathbf{x}_n))}$  几乎处处收敛到  $E(F(\mathbf{x}_n))$ ; 同时, 当  $F(\mathbf{x}_n)$  的后验方差有界 ( $\text{Var}_{p(\mathbf{x}_n | y_{1:n})}(F(\mathbf{x}_n)) < \infty$ ) 时, 中心极限定理成立:

$$\begin{aligned} & \sqrt{N} \left( \overline{E(F(\mathbf{x}_n))} - E(F(\mathbf{x}_n)) \right) \\ & \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{p} N \left( 0, \text{Var}_{p(\mathbf{x}_n | y_{1:n})}(F(\mathbf{x}_n)) \right) \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\xrightarrow[N \rightarrow \infty]{p}$  表示依分布收敛。

根据大数定理可知,随着抽样点的增加,期望的估计值能够通过求和得到,如式(10)所示。然而,在实际应用中,很难直接从滤波概率密度函数抽取样本点,因此,一般采取对一已知的易抽样的重要性密度函数  $q(\mathbf{x}_n | y_{1:n})$  进行带权抽样,即

$$q(\mathbf{x}_n | y_{1:n}) \approx \sum_{i=1}^N w_n^i \delta(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n^i) \quad (12)$$

由式(9),式(10)和式(12)可得

$$\overline{E(F(\mathbf{x}_n))} = \sum_{i=1}^N F(\mathbf{x}_n^i) \tilde{w}_n^i \quad (13)$$

其中  $\tilde{w}_n^i$  为归一化重要性权值。一般情况,选取状态转移密度函数  $p(\mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1})$  为重要性密度函数<sup>[6]</sup>,则

$$w_n^i = w_{n-1}^i p(y_n | \mathbf{x}_n) \quad (14)$$

经归一化后,可得

$$\tilde{w}_n^i = \frac{w_n^i}{\sum_{j=1}^N w_n^j} \quad (15)$$

通常,这样获得的权重的方差会随着时间增大,造成从重要性密度函数抽样的样本与直接从滤波概率密度抽样的样本偏差增大。因此,必须根据每个归一化重要性权重值,对样本进行重抽样,保留那些权重较大的样本点,而丢弃权重较小的样本点,从而使权重的方差值达到极小<sup>[7]</sup>。

基于状态空间模型式(7),下面简要概括这种实际的粒子滤波器算法:

**步骤 1 序贯重要性抽样** 根据式(12),抽取  $N$  个样本粒子集  $\{\hat{\mathbf{x}}_n^i, i = 1, 2, \dots, N\}$ , 并由式(14)求出每个粒子对应的重要性权重  $\hat{w}_n^i$ , 然后由式(15)得到归一化重要性权重  $\tilde{w}_n^i$ 。即加权样本集  $\{\hat{\mathbf{x}}_n^i, \tilde{w}_n^i\}, i = 1, 2, \dots, N$ 。

**步骤 2 重要性权重样本的重抽样**<sup>[6,7]</sup> 根据样本点的归一化权重  $\tilde{w}_n^i$  对样本集  $\{\hat{\mathbf{x}}_n^i, i = 1, 2, \dots, N\}$  重抽样, 保留重要性权重较大的样本, 忽略重要性权重较小的样本, 并将余下的样本集映射为等权重的样本集  $\{\hat{\mathbf{x}}_n^i, N^{-1}\}$ 。

**步骤 3 基于式(10)进行混合状态估计** 如图 1 所示, 在接收端, 当同步误差<sup>[4]</sup>满足

$$e(n) = |s(n) - \hat{s}(n)| < \varepsilon, \quad \varepsilon \ll 1 \quad (16)$$

该混沌通信系统同步。其中  $\hat{s}(n)$  为信息符号的估计值。

#### 4 仿真结果与性能比较

在计算机仿真实验中, 基于上述两种混沌掩盖调制方式, 应用粒子滤波器实现混沌通信和系统同步。并同时对比粒子滤波器在两种混沌掩盖调制方式下的性能进行比较。考虑最常见的一维 Logistic 映射作为混沌信号的发生器, 该映射表示为

$$x(n+1) = \lambda x(n)(1-x(n)) \quad (17)$$

其中当  $\lambda \in [3.57, 4]$  时, 该映射是混沌的。在下面的仿真实验中, 选取  $\lambda = 4.0$ 。信息符号  $S_n$  的建模均采用一阶 AR 模型式(5)。整个混沌通信系统的框图如图 1 所示, 表示为状态空间模型如式(7)所示。

##### 4.1 混沌通信和混沌同步

考虑信息符号为二进制编码序列, 分别采用第 2 节所述的 ACM 和 MCM 对其进行混沌掩盖。假定整个通信系统为离散的, 且开始于  $n = 0$ 。定义扩频因子(spreading factor)为每个二进制符号所占用的离散时间, 即迭代时间步。扩频因子的选取影响到整个通信系统的实现, 扩频因子应该在系统收敛时间与系统发散时间之间, 这样接收端的粒子滤波器才能较好地估计信息符号<sup>[8]</sup>。然而由于混沌动力系统的非线性, 信道噪声等因素的影响, 一般较难确定一个关于扩频因子的精确范围。因此在下面的仿真中, 选取一个适中的扩频因子 50。

粒子滤波器按如下进行设置:  $\mathbf{Q}_n = [0 \ 0.1]^T$ ,  $N = 50$ 。其中方差  $R_n$  的值由信噪比(SNR)决定。当信息符号采用 ACM 调制时, 图 2 显示了信噪比为 30dB 利用粒子滤波器实现混沌通信的实验结果。从图 2(a)中可以看出, PF 能够较好地恢复信息符号  $S_n$ , 完成混沌通信。从图 2(b)中可以看出, 当信息符号每次突变时, 同步误差最大; PF 的收敛速度较快, 收敛时间大约为 10 迭代步, 满足式(16), 同步结果较好。同样, 当信息符号采用 MCM 调制时, 图 3 显示了信噪比为 30dB 利用粒子滤波器

实现混沌通信的实验结果。从图 3 中可以看出, 基于 MCM 调制, PF 能够实现混沌通信和混沌同步。比较 PF 应用在两种混沌掩盖调制方式下的实验结果, 可以看出, PF 在基于 ACM 调制下的符号估计结果和同步结果均好于 PF 在基于 MCM 调制下的实验结果, 这是因为乘法运算对误差的影响高于加法运算。在基于 MCM 调制下的同步误差在同步后出现了局部振动, 这可能导致式(16)不满足, 从而失去同步, 因此在图 3(a)中的符号估计值曲线也出现了局部振动。

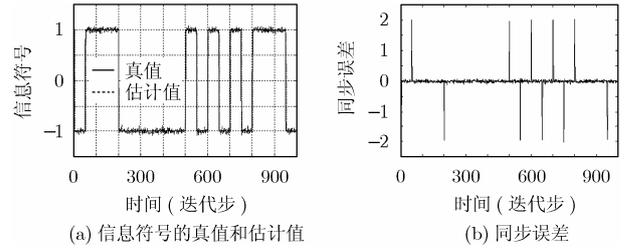


图 2 信息符号为二进制编码时, 粒子滤波器实现基于加性混沌掩盖的混沌通信结果

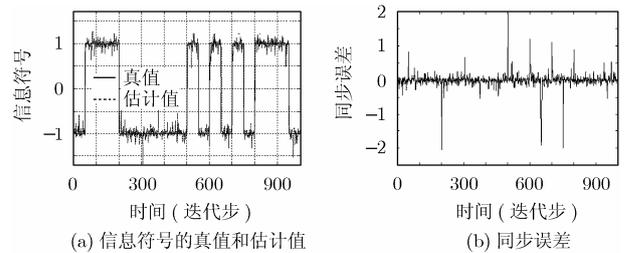


图 3 信息符号为二进制编码时, 粒子滤波器实现基于乘性混沌掩盖的混沌通信结果

考虑信息符号为  $M$  进制编码序列。粒子滤波器配置如下:  $\mathbf{Q}_n = [0 \ 0.1]^T$ ,  $N = 100$ 。当信噪比为 30dB 时, 图 4 和图 5 分别显示了, 信息符号采用 ACM 调制和 MCM 调制时, 粒子滤波器的实验结果。从两图中可以看出, 在基于两种混沌掩盖调制方式下, PF 应用在  $M$  进制编码序列与 PF 应用在二进制编码序列中有相同的结果。与基于 MCM 的 PF 相比, 基于 ACM 的 PF 对噪声具有较好的鲁棒性(robustness), 能够较好地估计信息符号。

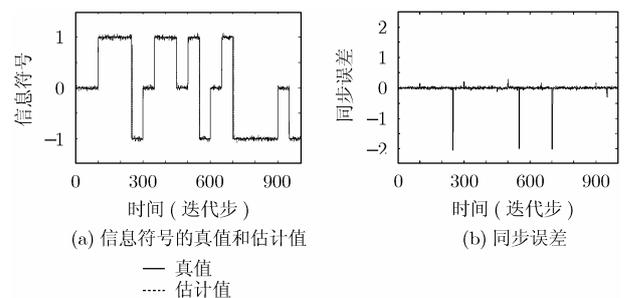


图 4 信息符号为  $M$  进制编码时, 粒子滤波器实现基于加性混沌掩盖的混沌通信结果

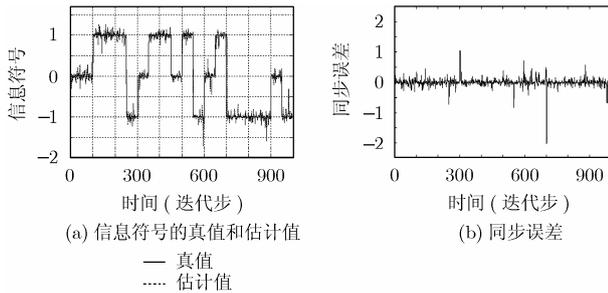


图5 信息符号为  $M$  进制编码时, 粒子滤波器实现基于乘性混沌掩盖的混沌通信结果

## 4.2 性能比较

基于信息符号为二进制编码, 当信噪比为  $-5\text{dB}$  时, 计算不同的扩频因子所对应的误码率(Bit Error Rate, BER)。图6显示了基于MCM的UKF和基于MCM的PF的误码率与扩频因子的关系图, 其中粒子滤波器的配置如下:  $\mathbf{Q}_n = [0 \ 0.1]^T$ ,  $N = 60$ 。从图中可以看出, 当扩频因子大于60后, 误码率的变化较平稳。因此在性能比较中, 我们选择扩频因子为63。基于信息符号为二进制编码, 计算PF应用于上述两种混沌掩盖调制方式下的BER, 粒子滤波器的配置与图6相同。图7显示了PF和其他滤波方法应用于混沌通信的BER曲线。从图7中可以看出, 基于ACM的PF的BER在相同的  $E_b/N_0$  下均低于基于MCM的PF的BER, 说明PF应用于ACM上有较好的通信性能, 这与上节的实验结果相符。与基于MCM的UKF<sup>[4]</sup>相比, 基于MCM的PF的BER在相同的  $E_b/N_0$  有较低的BER。这是因为PF的滤波性能随着粒子数的增加而高于UKF。此外, 基于ACM的PF的BER曲线, 随着  $E_b/N_0$  的增大, 将接近传统BPSK的BER曲线; 当  $E_b/N_0$  为  $10\text{dB}$  时, 两者的BER基本相等, 这说明基于粒子滤波器的加性混沌掩盖通信系统具有与传统BPSK通信系统类似的通信性能。

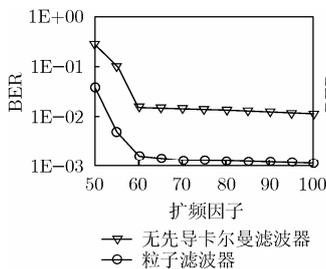


图6 BER与扩频因子的关系图(SNR =  $-5\text{dB}$ )

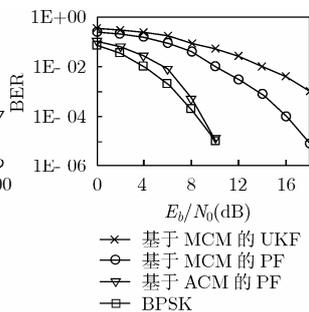


图7 扩频因子为63时, 二进制编码的BER曲线

## 5 结束语

本文提出了一种应用粒子滤波器实现混沌通信的方法。信息符号在发送端通过加性混沌掩盖或乘性混沌掩盖调制在混沌信号上, 在接收端基于建模后的状态空间模型应用粒

子滤波器从噪声污染的混沌调制信号中恢复信号符号, 从而实现混沌通信与同步。仿真结果表明, 粒子滤波器适合于从噪声信号中估计状态, 完成混沌通信和系统同步。基于两种混沌掩盖调制方式, 粒子滤波均能有效地实现混沌通信。与基于乘性混沌掩盖的混沌通信系统相比, 基于加性混沌掩盖的通信系统因在调制中仅需加法运算而具有较低计算复杂度和较好的硬件实现。同时, 与基于乘性混沌掩盖的无先导卡尔曼滤波器和粒子滤波器相比, 基于加性混沌掩盖的粒子滤波器对噪声具有较好的鲁棒性, 因此具有较好的通信性能, 其误比特率随着  $E_b/N_0$  的增加而接近传统的BPSK系统。

## 参考文献

- [1] Yang T. A survey of chaotic secure communication systems [J]. *International Journal of Computational Cognition*, 2004, 2(2): 81-130.
- [2] Feng J C and Tse C K. On-line adaptive chaotic demodulator based on radial-basis-function neural networks [J]. *Phys. Rev. E*, 2001, 63(026202): 1-10.
- [3] Cuomo K M, Oppenheim A V, and Strogatz S H. Synchronization of Lorenz-based chaotic circuits with application to communication [J]. *IEEE Trans. on Circ. Systems-II*, 1993, 40(10): 626-633.
- [4] Sobiski D J and Thorp J S. PDMA-1: Chaotic communication via the extended Kalman filter [J] *IEEE Trans. on Circ. Systems-I*, 1998, 45(2): 194-197.
- [5] Azou S and Burel G. Design of a chaos-based spread-spectrum communication system using dual Unscented Kalman filters [A]. *IEEE Communications Conf.* [C] Bucharest, Romania, Dec. 2002: 123-128.
- [6] Arulampalam M S, Maskell S, and Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(2): 174-188.
- [7] 王世元, 冯久超. 应用粒子滤波器实现混沌通信系统的盲信道均衡[J]. *电路与系统学报*, 2005, 10(1): 98-102.  
Wang S Y and Feng J C. Blind channel equalization's performance of chaos-based communication systems with particle filter [J]. *Journal of Circuits and Systems*, 2005, 10(1): 98-102.
- [8] Sobiski D J and Thorp J S. PDMA-2: The feedback Kalman filter and simultaneous multiple access of a single channel [J]. *IEEE Trans. on Circ. and Systems-I*, 1998, 45(2): 142-149.

王世元: 男, 1980年生, 硕士, 讲师, 研究方向为数字信号处理、混沌理论与应用、FPGA应用技术。

冯久超: 男, 1964年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究领域涉及数字信号处理、数字通信、非线性动力学及混沌理论与应用。