

利用直接矩阵求逆和临界采样子带自适应滤波器的快速系统辨识

鲍成浩 水鹏朗

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要:在许多应用中,子带自适应滤波器结构已经显示了其在计算和性能上的优点。基于最近提出的一个采用临界采样滤波器组的子带自适应结构,该文引入了子带直接矩阵求逆(DMI)算法。在保持了该算法快速收敛优点的同时,利用相关矩阵块三对角的特殊结构,降低了该算法的计算复杂度。理论分析及计算机实验显示,子带直接矩阵求逆算法只需经过较少的更新次数——自适应子滤波器自由度的两倍,就能够收敛到高于最小均方误差的3dB附近。

关键词:系统辨识;子带自适应滤波器;块三对角;直接矩阵求逆

中图分类号:TN911.72

文献标识码:A

文章编号:1009-5896(2008)01-0139-05

Fast System Identification Using Direct Matrix Inversion and a Critically Sampled Subband Adaptive Filter

Bao Cheng-hao Shui Peng-lang

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: In many applications subband adaptive filter structures have been shown to be superior computationally and performance wise. This paper presents a subband Direct Matrix Inversion (DMI) algorithm suitable for use within a recently proposed adaptive filter structure employing critically sampled filter banks. This new method reduces the computational complexity by using the block tridiagonal structure of the input sample correlation matrix, and at the same time keeps the advantage of fast convergence. Experimental results show that the output residue power of the subband DMI algorithm is around 3dB upon the optimum value after only $2K$ updating of the adaptive subfilters, where K is the dimension of the adaptive subfilters.

Key words: System identification; Subband adaptive filters; Block tridiagonal; Direct Matrix Inversion (DMI)

1 引言

一般地,已知输入信号和期望信号,建立一个对某未知系统的估计称为系统辨识。在控制系统、数字通信和信号处理等领域中,系统辨识具有广泛的应用,而且可供采用的自适应滤波算法也很多^[1]。在这类问题中,由于其简单性,人们往往采用传统的随机梯度算法,例如最小均方(LMS)算法。然而,这类算法在实际应用中具有一些不可忽视的缺点,即当输入信号为语音等有色信号时,算法的收敛速度很慢;同时,在回声相消等具有长脉冲响应的环境中,计算复杂度也会相对地提高^[2]。

为了克服这些缺点,利用临界采样或过采样滤波器组的子带自适应算法已经运用到了系统辨识问题中^[3,4],相比较于传统的基于LMS算法的自适应滤波器,这些子带结构能够有效地降低计算复杂度并提高系统的收敛速度。然而,在实际应用中,随着子带数目增加而增加的收敛速率却最终受限于不理想的滤波器组和有限字长效应。在诸多自适应算法中,

直接矩阵求逆(DMI)算法具有引人注目的收敛速度。然而,矩阵求逆巨大的计算复杂度限制了该算法的广泛应用。观察子带自适应结构^[3]的相关矩阵,我们发现它可以具有特殊的块三对角结构,利用此特殊结构,随着子带数目的增加,能够有效地减小矩阵求逆的运算量,从而使其具有与简单的LMS算法相当的复杂度,同时保持其快速收敛的优点。

本文基于一个临界采样的子带自适应滤波器结构,利用相关矩阵块三对角的特殊形式,给出一个低计算复杂度的直接矩阵求逆算法,并给出仿真试验结果以证明其收敛性能。本文第2节回顾了文献[3]中的临界采样子带自适应结构;第3节描述了基于此子带自适应结构的子带直接矩阵求逆算法;第4节给出了算法的仿真结果;最后是结束语。

2 子带自适应滤波器结构

文献[3]中子带自适应滤波器的 M 带结构如图1所示。 $x(n)$ 和 $x_{i,j}(m)$ 分别是初始输入和第 i, j 子带的输入信号, n 和 m 分别代表原始及下采样后的时间下标。类似地, $d(n)$ 为参考信号, $d_i(m)$ 为第 i 个子带的参考信号,同时令 $X(z)$, $X_{i,j}(z)$, $D(z)$ 和 $D_i(z)$ 分别代表这些信号的Z-变换。 $H_i(z)$ 和 $F_i(z)$ 分别是一个 M 带完全重构滤波器组第 i 通道的分析和

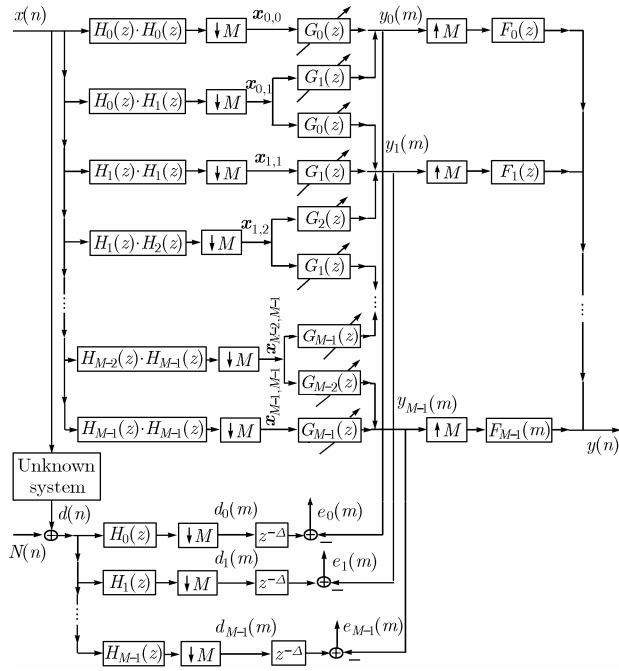


图1 M带的临界采样率自适应结构

综合滤波器，它们的长度分别为 N_h 和 N_f 。另外， $\mathbf{g}_i(m)$ 是第 i 带自适应子滤波器的系数向量，大小为 $K \times 1$ ，这里 $K = (N_p + N_f)/M + 1$ ，其中 N_p 是未知系统的长度， $G_i(z)$ 是对应的 Z-变换。在所有情况下须满足 $0 \leq i, j \leq M-1$ 。 $x_{i,j}(m)$ 是相邻分析滤波器组合的输出经下 M 采样得到的。在这个结构里要求分析滤波器具有足够的阻带衰减，从而不相邻子带之间的混叠可以被忽略。参考信号 $d(n)$ 叠加了噪声 $N(n)$ 后经第 i 通道的分析滤波器滤波，并进行下 M 采样形成了第 i 个子带的参考信号 $d_i(m)$ 。

每个子带中参考信号的估计 $y_i(m)$ 及对应的误差信号 $e_i(m)$ 由相邻子带的输入信号共同形成，其关系如下面两式表示：

$$e_i(m) = d_i(m - \Delta) - y_i(m) \quad (1)$$

$$y_i(m) = \mathbf{x}_{i-1,i}^T(m) \mathbf{g}_{i-1}(m) + \mathbf{x}_{i,i}^T(m) \mathbf{g}_i(m) + \mathbf{x}_{i,i+1}^T(m) \mathbf{g}_{i+1}(m) \quad (2)$$

这里 $\mathbf{x}_{i,j}(m) = [x_{i,j}(m) \cdots x_{i,j}(m - K + 1)]^T$ 是第 i 个子带在时刻 m 的输入信号向量， $\Delta = (N_h + N_f)/2M$ 是为了补偿滤波器组引入的延迟。

3 子带直接矩阵求逆算法

3.1 算法的推导

本文基于图1的系统辨识框图推导出多带结构的系数更新算法。记各子带均方误差的和为

$$J(m) = \sum_{i=0}^{M-1} e_i^2(m) \quad (3)$$

这是用于本文算法推导的代价函数。令 $g_{i,k}(m)$ 是自适应滤波器系数向量 $\mathbf{g}_i(m)$ 的第 k 个系数， $k = 0, 1, \dots, K-1$ ， K 为自适应子滤波器系数向量的长度。根据代价函数式(3)，得到

对系数 $g_{i,k}(m)$ 的偏导为

$$\frac{\partial J}{\partial g_{i,k}} = 2E \left[e_{i-1}(m) \frac{\partial e_{i-1}(m)}{\partial g_{i,k}} + e_i(m) \frac{\partial e_i(m)}{\partial g_{i,k}} + e_{i+1}(m) \frac{\partial e_{i+1}(m)}{\partial g_{i,k}} \right] \quad (4)$$

由式(1)，式(2)知， $e_i(m)$ 关于 $g_{i,k}(m)$ 的偏导如下：

$$\frac{\partial e_i(m)}{\partial g_{i,k}(m)} = -x_{i,i}(m - k) \quad (5)$$

$$\frac{\partial e_i(m)}{\partial g_{i-1,k}(m)} = -x_{i-1,i}(m - k) \quad (6)$$

$$\frac{\partial e_i(m)}{\partial g_{i+1,k}(m)} = -x_{i,i+1}(m - k) \quad (7)$$

将式(5)–式(7)代入式(4)得

$$\frac{\partial J}{\partial g_{i,k}} = -2E[e_{i-1}(m)x_{i-1,i}(m - k) + e_i(m)x_{i,i}(m - k) + e_{i+1}(m)x_{i,i+1}(m - k)] \quad (8)$$

将上式写为向量形式：

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{g}_i} = -2E[e_{i-1}(m)\mathbf{x}_{i-1,i}(m) + e_i(m)\mathbf{x}_{i,i}(m) + e_{i+1}(m)\mathbf{x}_{i,i+1}(m)] \quad (9)$$

当 $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{g}_i} = 0$ 时，得到最佳滤波器 $\mathbf{g}_{i, \text{opt}}$ ，此时将式(1)，式(2)

代入式(9)得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{B}_0 & \mathbf{C}_0 \\ \mathbf{B}_0^T & \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 & \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_0^T & \mathbf{B}_1^T & \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{C}_2 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & \mathbf{C}_{M-3}^T & \mathbf{B}_{M-2}^T & \mathbf{A}_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{0, \text{opt}} \\ \mathbf{g}_{1, \text{opt}} \\ \mathbf{g}_{2, \text{opt}} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{(M-1), \text{opt}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{M-1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_i &= E[\mathbf{x}_{i,i}\mathbf{x}_{i,i}^T + \mathbf{x}_{i-1,i}\mathbf{x}_{i-1,i}^T + \mathbf{x}_{i,i+1}\mathbf{x}_{i,i+1}^T] \\ \mathbf{B}_i &= E[\mathbf{x}_{i,i}\mathbf{x}_{i,i+1}^T + \mathbf{x}_{i,i+1}\mathbf{x}_{i,i+1}^T] \\ \mathbf{C}_i &= E[\mathbf{x}_{i,i+1}\mathbf{x}_{i,i+2}^T] \\ \mathbf{P}_i &= E[\mathbf{x}_{i,i}d_i(m - \Delta) + \mathbf{x}_{i-1,i}d_{i-1}(m - \Delta) + \mathbf{x}_{i,i+1}d_{i+1}(m - \Delta)] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式(11)中的矩阵可以由滤波器 $H_i(z)$ 的系数和输入信号的自相关表示如下：

$$E[\mathbf{x}_{i,j}(m)\mathbf{x}_{i,l}^T(m)] = \mathbf{H}_{i,j}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{H}_{i,l}^T \quad (12)$$

这里的 \mathbf{R}_{xx} 是大小为 $(MK - M + L) \times (MK - M + L)$ 的输入信号 $x(n)$ 的相关矩阵， $\mathbf{H}_{i,j}$ 是 $H_i(z)H_j(z)$ 的系数在每一行向右循环移位 M 个位置形成的 $K \times (MK - M + L)$ 的矩阵， L 是 $H_i(z)H_j(z)$ 的长度。当输入为有色噪声时， \mathbf{B}_i 和 \mathbf{C}_i 不等于零但是相比于 \mathbf{A}_i 很小，可以认为近似等于零^[3]。在本文的子带DMI算法中将 \mathbf{C}_i 省略，这样在减小计算复杂度的同时不至于造成比较大的误差。同时，可以认为 $\mathbf{A}_i \approx E[\mathbf{x}_{i,i}\mathbf{x}_{i,i}^T]$ ， $\mathbf{P}_i \approx E[\mathbf{x}_{i,i}d_i(m - \Delta)]$ ，这些近似将在收敛性能分析中用到。

综上, 自适应滤波器的系数可以通过下式求出:

$$\begin{bmatrix} \hat{g}_0 \\ \hat{g}_1 \\ \hat{g}_2 \\ \vdots \\ \hat{g}_{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_0 & \hat{B}_0 & & & \\ \hat{B}_0^T & \hat{A}_1 & \hat{B}_1 & & \\ & \hat{B}_1^T & \hat{A}_2 & \hat{B}_2 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & \hat{B}_{M-2}^T & \hat{A}_{M-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{P}_0 \\ \hat{P}_1 \\ \hat{P}_2 \\ \vdots \\ \hat{P}_{M-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中 \hat{A}_i 、 \hat{B}_i 和 \hat{P}_i 需通过估计得到, 对于平稳随机信号:

$$\begin{aligned} \hat{A}_i &= \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m [\mathbf{x}_{i,i}(k) \mathbf{x}_{i,i}^T(k) + \mathbf{x}_{i-1,i}(k) \mathbf{x}_{i-1,i}^T(k) \\ &\quad + \mathbf{x}_{i,i+1}(k) \mathbf{x}_{i,i+1}^T(k)] \\ \hat{B}_i &= \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m [\mathbf{x}_{i,i}(k) \mathbf{x}_{i,i+1}^T(k) + \mathbf{x}_{i,i+1}(k) \mathbf{x}_{i,i}^T(k)] \\ \hat{P}_i &= \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m [\mathbf{x}_{i,i}(k) d_i(k-\Delta) + \mathbf{x}_{i-1,i}(k) d_{i-1}(k-\Delta) \\ &\quad + \mathbf{x}_{i,i+1}(k) d_{i+1}(k-\Delta)] \end{aligned} \quad (14)$$

这就是应用在临界采样子带自适应滤波器中的子带直接矩阵求逆(DMI)算法, 求逆的相关矩阵具有块三对角的特殊结构。在上式中, $\hat{A}_i \gg \hat{B}_i$, 同时 \hat{A}_i 是随机信号的自相关估计, 那么相关矩阵是主对角占优的, 当采样点数足够多时, 相关矩阵的逆存在。

3.2 算法的实现

将子带DMI算法等价写为下式:

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_0 & \hat{B}_0 & & & \\ \hat{B}_0^T & \hat{A}_1 & \hat{B}_1 & & \\ & \hat{B}_1^T & \hat{A}_2 & \hat{B}_2 & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & \hat{B}_{M-2}^T & \hat{A}_{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{g}_0 \\ \hat{g}_1 \\ \hat{g}_2 \\ \vdots \\ \hat{g}_{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{P}_0 \\ \hat{P}_1 \\ \hat{P}_2 \\ \vdots \\ \hat{P}_{M-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

将式中的每个分块矩阵和向量都看作一个“元素”, 由于具有块三对角的特殊形式, 利用“追赶法”的形式解式(15)可实现直接矩阵求逆算法^[5]。这样的计算过程可将大小为 $MK \times MK$ 的相关矩阵的求逆转化为对大小为 $K \times K$ 的实对称矩阵 $\mathbf{U}_{i,i}$ 的求逆, 使原本 $O(N_p^3)$ 的计算复杂度降为 $O(N_p^3)/M^3$ 。由于存在实对称矩阵 $\mathbf{U}_{i,i}$ 的求逆, 所以最好在求逆之前对其条件数进行判断, 以免对病态矩阵求逆而导致大的误差。

3.3 收敛性能分析

由式(3)知, 当各子带都收敛时, 系统也收敛, 系统的收敛性能由各子带决定。为了简化收敛性能的分析, 令 $\hat{B}_i \approx 0$, $\hat{P}_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \mathbf{x}_{i,i}(k) d_i(k-\Delta)$ 以及 $\hat{A}_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \mathbf{x}_{i,i}(k) \mathbf{x}_{i,i}^T(k)$, 同时也忽略加在期望信号上的小的噪声。下面首先对第 i 带的收敛性能作分析。

$e_i^2(m)$ 是第 m 次更新第 i 带的均方误差, 记 $e_{i,\min}^2$ 是第 i 带能达到的最小均方误差, 将第 i 带自适应子滤波器的失调

定义为

$$r_i^2 = \frac{e_i^2(m) - e_{i,\min}^2}{e_{i,\min}^2} \quad (16)$$

其中 r_i 是一个随机变量。

令未知系统也是线性的, 则 $\mathbf{x}_{i,i}(m)$ 和 $d_i(m-\Delta)$ 是零均值高斯分布的随机信号 $x(n)$ 通过线性系统再经下采样得到的输出, 它们是联合高斯分布的, 则它们组成的向量 $\mathbf{x}'_{i,i} = [\mathbf{x}_{i,i}^T \ d_i(m-\Delta)]^T$ 也是高斯分布的, 即自适应滤波器 \hat{g}_i 的输入信号 $\mathbf{x}_{i,i}(m)$ 和期望信号 $d_i(m)$ 构成了一个零均值高斯分布的随机向量。那么通过对相关矩阵 $\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \mathbf{x}'_{i,i}(k) \mathbf{x}'_{i,i}(k)^T$ 作一定变换^[6,7], 可以得到 r_i 的概率密度函数:

$$p(r_i) = \frac{2m!}{(K-1)!(m-K)!} \frac{r_i^{2K-1}}{(1+r_i^2)^{m+1}}, \quad 0 < r_i < +\infty \quad (17)$$

式中应满足 $m > K$ 。由此可以得到第 i 带的失调 r_i^2 的均值和方差为

$$E[r_i^2] = \frac{K}{m-K} \quad (18)$$

$$\text{var}[r_i^2] = \frac{mK}{(m-K)^2(m-K-1)} \quad (19)$$

式(18)表明, 采用子带DMI算法的自适应暂态性能仅与采样次数 m 和自适应滤波器的长度 K 有关, 随 m 的增加而减小并趋于最小值。当 $m = 2K$ 时, 输出均方误差的均值为最小均方误差值的两倍(即高出3dB)。式(19)表明, 该算法的超量均方误差也仅与 m 和 K 有关, 并随 m 的增加而迅速减小, 最终趋于零。对于本文所采用的子带自适应结构, 每个自适应子滤波器的长度均为 K , 那么每个自适应子滤波器拥有相同的收敛性能。

观察图1, 自适应子滤波器每输入一个子带信号 $x_{i,j}(m)$ 对应于 M 个系统的原始输入 $x(n)$, 那么当 $n = 2(N_p + N_f + M)$ 时, 输出均方误差的均值高于最小均方误差3dB。对于长脉冲响应的子带系统辨识, $N_p \gg N_f$, 那么 $n \approx 2N_p$ 。可以看出, 子带DMI算法仍然保持了该算法原有的快速收敛的优点。

3.4 计算复杂度

对于 DMI 算法而言, 子带自适应结构的一个显著的优点就是能够形成块三对角形式的相关矩阵, 随着子带数目的增加, 这种形式的矩阵能够极大地减少矩阵求逆的运算量。

在这里, 对于每个输入采样点 $x(n)$, 计算完成子带 DMI 算法所需要的乘法数目。计算分为以下 3 个部分:

(1) 形成子带输入信号和子带期望信号:

$$(5M-2)N_h - 2M + 1 \quad (20)$$

(2) 估计相关矩阵和互相关向量:

$$\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{M}\right)K^2 + \left(\frac{11}{2} - \frac{1}{M}\right)K + 3 - \frac{1}{M} \quad (21)$$

(3) “追赶法”的形式求自适应滤波器系数的运算量:

$$\left(\frac{5}{2} - \frac{2}{M}\right)K^3 + \left(4 - \frac{2}{M}\right)K^2 \quad (22)$$

因此,对于每个输入 $x(n)$,完成子带DMI算法总的计算复杂度为

$$\left(\frac{5}{2}-\frac{2}{M}\right)K^3+\left(\frac{13}{2}-\frac{3}{M}\right)K^2+\left(\frac{11}{2}-\frac{1}{M}\right)K+(5M-2)N_h-2M+4-\frac{1}{M} \quad (23)$$

对于多带的高阶自适应滤波器, $N_p \gg N_f, N_h, M \gg 1$, 则上式的主项为 $C_{DMI} = 5N_p^3/2M^3$ 。可见,当 M^3 相当于 N_p^2 时,子带结构中的DMI算法与传统的LMS算法的复杂度 ($2N_p$) 在一个数量级上,而同时DMI算法的收敛性能却是LMS算法无法达到的。

4 实验和仿真结果

为了证实子带DMI算法的快速收敛性能,在下面将给出计算机仿真结果。考虑了系统辨识问题,在8带滤波器组结构下,分别对长度为512和1024的线性FIR系统进行精确模拟,并与LMS算法和子带NLMS算法的结果做出比较。仿真中采用的输入信号为一个有色噪声序列,该序列由白噪声通过极点 $z=0.9$ 的一阶IIR滤波器产生。对于需要迭代的LMS和NLMS算法,为了获得最快的收敛速度,其步长均通过反复试验得到。在以下各仿真实验中,期望信号上叠加了方差为 10^{-5} 的高斯白噪声,而且各收敛曲线均经过十次运行后取平均得到。采用原始输入采样点数 n 作为收敛曲线的自变量。

已知 $M=8, N_f=159$, 当 $N_p=512$ 时, $2(N_p+N_f+M)=1358$, 经试验取LMS算法的迭代步长为 8×10^{-4} , 子带NLMS算法的步长为0.3。 $N_p=1024$ 时, $2(N_p+N_f+M)=2382$, LMS算法的步长为 4×10^{-4} , 子带NLMS算法的步长为0.3。自适应滤波器系数的初始值均取为零。仿真中,子带DMI算法对矩阵 $U_{i,i}$ 作了条件数判断,若太大,则暂停自适应滤波器系数的更新,同时继续积累采样点以估计相关矩阵和互相关向量。各算法对应于不同 N_p 的收敛结果如下。

从图2可以看出,当采样点数 n 稍大于 $2(N_p+N_f+M)$ 时,子带DMI算法收敛到-50dB——这是本仿真实验中的最小均方误差^[8],充分体现了前面对本算法收敛性能的分析。相比之下LMS算法和子带NLMS算法不仅收敛慢,而且收敛后均方误差的均值均比最小均方误差高2-3dB。同时后两种算法的超量均方误差也比子带DMI算法大。

虽然子带DMI算法单次更新权向量的计算复杂度较全带LMS高,但是考虑到其极快的收敛速度,若子带数目足够多,到算法收敛时其总的计算量可以小于简单的LMS算法。表1给出了子带数 M 取不同值时,子带DMI算法总计算量与传统LMS算法的比较。

表1中LMS算法的总计算量有其特殊性,对于不同的输入信号及未知系统,该算法的收敛速度也不同。尽管如此,表1仍然在一定程度上反映了两个算法在总计算量方面的对比。

值得注意的是,子带DMI算法中权向量只由相关矩阵和互相关向量决定,不存在权向量间的迭代,这样在知道了算

法的收敛性能后,在已知的收敛点处,只需要完成一次算法的计算即可得到满意的自适应滤波器系数。

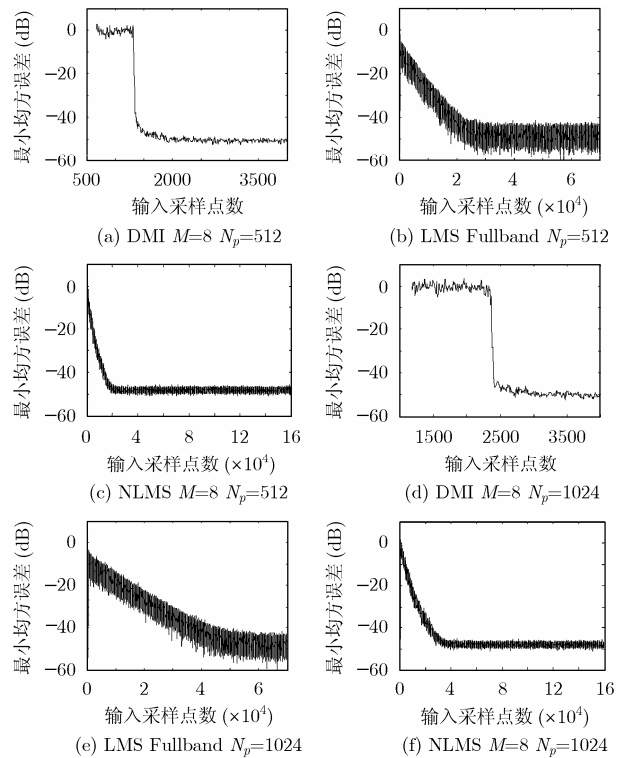


图2 $M=8, N_p$ 分别为512和1024时3个算法收敛曲线的对比

表1 子带DMI算法与LMS算法总计算量的比较

M	N_f	DMI		LMS	
		$N_p=512$	$N_p=1024$	$N_p=512$	$N_p=1024$
4	64	$5.93 \times 10^6 N_p$	$4.47 \times 10^7 N_p$		
8	159	$8.69 \times 10^5 N_p$	$6.10 \times 10^6 N_p$	$6 \times 10^4 N_p$	$1.2 \times 10^5 N_p$
16	192	$1.15 \times 10^5 N_p$	$7.88 \times 10^5 N_p$		
32	256	$1.60 \times 10^4 N_p$	$1.05 \times 10^5 N_p$		
64	320	$2240 N_p$	$1.41 \times 10^4 N_p$		

5 结束语

本文将直接矩阵求逆算法引入到一个临界采样子带自适应滤波器中。在保持了该算法收敛速度快的优点的同时,根据采样相关矩阵的块三对角的特殊形式,充分降低了该算法的计算复杂度。计算复杂度的降低为这个具有优异收敛性能的算法的广泛应用提供了可能性。

参考文献

[1] Theodoridis S. Adaptive filtering algorithms. In Proc. IEEE IMTC, Budapest, Hungary, May 2001, vol. 3: 1497-1501.
 [2] Morgan D R. Slow asymptotic convergence of LMS acoustic

- echo cancellers. *IEEE Trans. on Speech Audio Processing*, 1995, 3(2): 126-136.
- [3] Petraglia M R, Alves R G, and Diniz P S R. New structures for adaptive filtering in subbands with critical sampling. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48 (12): 3316-3327.
- [4] Kellermann W. Analysis and design of multirate systems for cancellation of acoustical echoes. in Proc. IEEE Int. Conf. Acoust, Speech, Signal Process, New York, Apr. 1988: 2570-2573.
- [5] 张池平, 施云慧编. 计算方法. 北京: 科学出版社, 2001年: 46-48.
- [6] Monzingo R A and Miller T W. Introduction to Adaptive Arrays. New York: John Wiley and Sons, Inc. 1980, Chapter 6.
- [7] Baggeroer A B. Confidence intervals for regression (MEM) spectral estimates. *IEEE Trans. on Inf. Theory*, 1976, 22 (5): 534-545.
- [8] Haykin S. Adaptive Filter Theory, Beijing: 4th ed. Prentice-Hall and Publishing House of Electronics Industry, 2002, Chapter 2.
- 鲍成浩: 男, 1983 年生, 硕士生, 专业方向为子带自适应滤波.
- 水鹏朗: 男, 1967 年生, 博士生导师, 教授, 专业方向为子波理论及应用、多媒体信号处理、时频分析和多速率信号处理、图像处理、数据压缩和信道编码.