

## 基于非单点模糊支持向量机的判决反馈均衡器

宋 恒 王 晨 马时平 左继章  
(空军工程大学工程学院 西安 710038)

**摘 要:** 该文提出了一种具有较强抗突发干扰能力的非单点模糊支持向量机判决反馈均衡器。该方法以支持向量机为框架,采用具有前置滤波特性的非单点模糊高斯核函数,利用梯度下降法调整核函数中的可调参数。通过仿真实验,并与支持向量机判决反馈均衡器和传统判决反馈均衡器进行比较,结果证明该方法具有优良的非线性均衡能力和抗突发干扰能力。

**关键词:** 非单点; 模糊系统; 支持向量机; 均衡器; 判决反馈

**中图分类号:** TN911.5

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2008)01-0117-04

## A Decision Feedback Equalizer Based on Non-singleton Fuzzy Support Vector Machine

Song Heng Wang Chen Ma Shi-ping Zuo Ji-zhang

(School of Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** A non-singleton fuzzy support vector machine-based decision feedback equalizer (NSFSVM DFE) is proposed in this paper for severely nonlinear distorted channels with burst jamming. The method adopted non-singleton fuzzy Gauss kernel function with preceding filtering capability of which the tunable parameter is adjusted by gradient-descent algorithm. Simulation is carried out to compare it with other nonlinear channel equalizers. The result shows the method has much better performance on nonlinear equalization and anti-burst jamming.

**Key words:** Non-singleton; Fuzzy system; Support Vector Machine (SVM); Equalizer; Decision feedback

### 1 引言

在无线移动通信系统,特别是在军事无线高速数字传输系统中,常常会面临严重信道畸变并伴有突发干扰发生的情况,要求具有较强深度衰落均衡能力和抗突发干扰能力的自适应非线性均衡器。非线性均衡器主要有最大似然序列估计均衡器(MLSE)和判决反馈均衡器(DFE)。MLSE 由于运算量和存储量巨大,且存在维数灾难问题,因此尚不能满足工程应用要求;DFE 结构简单,易于工程实现,是广泛采用的非线性均衡器结构,但有误差传递的缺点,在突发干扰条件下性能严重下降。

根据Messerchmitt提出的ISI空间几何理论<sup>[1]</sup>,信道的均衡问题可以描述成一个非线性分类问题<sup>[2]</sup>,所以利用具有良好的非线性分类能力的神经网络来设计新型的自适应均衡器是近年来十分活跃的研究领域<sup>[3-6]</sup>。Chen, Zhang和Yee等人在基于神经网络的非线性均衡问题上作了很深入的研究,大量实验证明其效果能够逼近于MLSE。实际应用中,要求均衡器在几百甚至几十个符号内达到收敛,神经网络均衡器面临的是一种小样本学习问题。神经网络是一种基于经验风险最小化原则的分类器,在小样本条件下难以解决过学

习和欠学习问题,这在很大程度上限制了神经网络均衡器的发展。支持向量机(SVM)是一种基于结构风险最小化原则的分类器,是目前解决小样本学习问题的最好方法<sup>[7]</sup>。SVM被Sebal, Albu和Chen等人率先引入非线性均衡问题,他们的研究表明SVM判决反馈均衡器(SVM DFE)性能明显优于SVM均衡器,逼近最小误码率判决反馈均衡器(MBER DFE)<sup>[8-11]</sup>。采用判决反馈结构带来了抗突发干扰能力差的问题,但他们的研究尚未考虑SVM DFE的抗突发干扰能力。

基于此,本文提出了一种新的基于非单点模糊支持向量机的判决反馈均衡器(NSFSVM DFE)。该方法核心是:利用支持向量机和模糊系统的相似性,将非单点模糊化技术引入支持向量机核函数的构造过程,得到具有抗噪声能力的非单点模糊高斯核函数,从而设计出具有抗突发干扰能力的NSFSVM DFE。在非最小相位信道下,本文采用NSFSVM DFE、SVM DFE、传统判决反馈均衡器(DFE)分别进行了仿真实验,结果证明NSFSVM DFE具有很强的非线性均衡能力和抗突发干扰能力。

### 2 基于非单点模糊支持向量机的均衡器设计

信道均衡基带模型可以用图1简单描述,其中 $s(n)$ 表示发送信号, $x(n)$ 表示畸变信号, $z(n)$ 表示均衡器的判决输出信号, $r(n)$ 表示附加噪声。信道的含义包括了发送端滤波器、

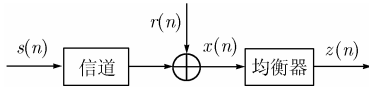


图1 信道均衡模型图

传输介质(媒体)、接受端滤波器及其它元件。均衡器的作用就是要使其判决输出信号  $z(n)$  同发送信号  $s(n)$  相比, 误码率达到最小。

2.1 支持向量机

根据ISI空间几何理论, 均衡可以通过一个分类函数  $f$  来实现, 要求该分类函数  $f$  的判决输出信号  $z(n)$  同发送信号  $s(n)$  相比, 错误概率达到最小(即误码率达到最小)。可以证明, 一个  $M$ -PAM通信系统可以等效为  $\log_2(M)$  路二进制多路通信系统的复用<sup>[12]</sup>。因此, 本文只需对二进制基带PAM通信系统进行研究和讨论。

模式识别支持向量机(SVM)的基本思想为: 通过非线性变换将输入空间变换到一个高维的特征空间, 然后在这个特征空间中求取最优线性分类面, 使分类边界, 即分类平面与最近点(支持向量)之间的距离最大, 并且这种非线性变换是通过定义合适的核函数来实现; 然后将SVM问题转化为一个二次规划问题, 从而求解。判决反馈是工程中常用于抗深度衰落的一种非线性均衡器结构, 采用前向单元均衡信道的前导失真, 反馈单元抵消后尾失真, 具有抽头数少, 受定时相位变化影响小, 对舍入误差不敏感的优点, 且利于数字实现。在判决反馈结构框架下, 采用SVM方法构造分类函数  $f$ , 本文设计的均衡器(NSFSVM DFE)结构如图2所示。

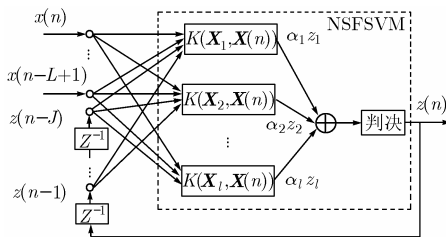


图2 NSFSVM DFE 结构图

由图2可见, NSFSVM DFE 的输入为

$$\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}(n)^T, \mathbf{z}(n)^T]^T = [x(n), \dots, x(n-L+1), z(n-J), \dots, z(n-1)]^T \quad (1)$$

其中  $\mathbf{x}(n) = [x(n), \dots, x(n-L+1)]^T$ , 表示畸变信号  $x(n)$  的  $L$  个延迟;  $\mathbf{z}(n) = [z(n-J), \dots, z(n-1)]^T$ , 表示判决反馈信号  $z(n)$  的  $J$  个延迟。  $z(n)$  在引导阶段由期望信号  $d(n)$  给出。

采用 SVM 方法构造分类函数  $f$ , 将  $L+J$  维的输入空间变换到另一个高维特征空间, 并在该特征空间中求取最优线性分类面, 使分类边界距离最大。该最优问题可如下描述:

$$\text{最小化} \quad \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \left( \sum_{i=1}^N \xi_i \right)^p \quad (2)$$

$$\text{约束} \quad z(i)(\mathbf{w} \cdot \mathbf{X}(i) + b) \geq 1 - \xi_i \quad (3)$$

$$\xi_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (4)$$

其中  $C > 0$  是惩罚因子, 其取值越大对经验误差的惩罚也越大;  $b$  表示判决阈值;  $N$  表示训练样本数量。很明显, 规划式(2)–式(4)对任意的正整数  $p$  取 1 或 2 时, 都是凸的, 且为二次规划问题, 现选择  $p = 1$ 。用Lagrange乘子方法求解此优化问题, 并用满足Mercer条件的核函数  $K(\bullet)$  取代变换空间中的内积运算<sup>[8]</sup>, 得到对偶问题:

$$\text{最大化} \quad L_D = \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \alpha_i \alpha_j z(i)z(j)K(\mathbf{X}(i), \mathbf{X}(j)) \quad (5)$$

$$\text{约束} \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i z(i) = 0 \quad (6)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C, \quad i = 1, \dots, N \quad (7)$$

求解上述二次规划式(5)–式(7), 得到最优的 Lagrange 乘子  $\alpha_i$ , 那些对应于 Lagrange 乘子大于零的训练样本  $\mathbf{X}(i)$  被称为支持向量, 记作  $\mathbf{X}_i$ 。由此得到相应的分类函数  $f$ , 即 NSFSVM DFE 的判决输出为

$$z(n) = f(\mathbf{X}(n)) = \text{sgn} \left[ \sum_{i=1}^l \alpha_i z_i K(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}(n)) + b \right] \quad (8)$$

其中  $l$  表示支持向量数量。采用支持向量机设计的均衡器, 其核函数  $K(\bullet)$  在很大程度上决定了均衡器的性能。

2.2 非单点模糊高斯核函数

支持向量机的核函数形式主要有 3 类: 多项式、高斯型函数和 S 型函数, 其中高斯型核函数因其在实际应用中取得的良好性能得到广泛重视。高斯型核函数可如下描述:

$$K(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}(n)) = \exp \left[ -\frac{|\mathbf{X}(n) - \mathbf{X}_i|^2}{2\sigma^2} \right] \quad (9)$$

其中  $\sigma$  表示支持向量  $\mathbf{X}_i$  的方差。高斯核SVM是一种径向基函数分类器, 它与传统径向基网络(RBF)非常相似, 区别仅在于其每一个基函数的中心对应于一个支持向量, 它们以及输出权值都是由算法自动确定的<sup>[13]</sup>。同时, 根据RBF与模糊系统之间的关系, 高斯核SVM也非常类似于采用高斯隶属度函数的单点模糊系统<sup>[14]</sup>。采用判决反馈结构的均衡问题可用模糊规则表述如下:

$$\begin{aligned} R^i : & \text{If } x(n) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x(n-L+1) \text{ is } F_L^i \\ & \text{and } z(n-J) \text{ is } F_{L+1}^i \text{ and } \dots \text{ and } z(n-1) \text{ is } F_{L+J}^i \\ \text{Then } z(n) & \text{ is } G^i \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $F_k^i$  和  $G^i$  分别为  $U_k \subset R$  和  $V \subset R$  上的模糊集合,  $i = 1, 2, \dots, l$  为模糊规则数。

从模糊系统的角度来看, 支持向量  $\mathbf{X}_i$  表示模糊中心, 式(9)描述了  $\mathbf{X}(n)$  隶属于模糊中心  $\mathbf{X}_i$  的程度, 且对  $\mathbf{X}(n)$  采用的是单点模糊化。模糊化是指将确定的输入  $\mathbf{X}(n)$  映射为输入空间  $U$  上的一个模糊集合  $A'$ 。单点模糊化是指  $A'$  取为模糊单值, 则对  $\mathbf{X}(n) = \mathbf{X}(n')$ , 有  $u_{A'}(\mathbf{X}(n)) = 1$ , 而对其余  $\mathbf{X}(n) \neq \mathbf{X}(n')$ , 有  $u_{A'}(\mathbf{X}(n)) = 0$ 。采用单点模糊化的系统, 本质上将系统输入  $\mathbf{X}(n)$  视为完全确定的 ( $\sigma_{\mathbf{X}(n)} = 0$ ),

不含随机噪声,这在正常通信状态下是合理的(信噪比在20dB左右)。但是,无线信道不可避免地会面临突发干扰。当发生突发干扰时,信噪比下降到10dB以下(甚至0dB左右)<sup>[15]</sup>,这时对 $\mathbf{X}(n)$ 必须考虑随机噪声,即 $\sigma_{\mathbf{X}(n)} \neq 0$ 。而采用式(9)作为核函数的SVM均衡器仍然将 $\sigma_{\mathbf{X}(n)}$ 视为零处理,这同实际信道是不匹配的。因此,高斯核SVM均衡器没有考虑信道发生突发干扰的情况,不具有很好的抗突发干扰能力。

非单点模糊化的概念是由Zadeh在20世纪70年代提出的,采用非单点模糊化技术建立的模糊系统具有较强的抗噪声能力<sup>[16]</sup>。对于非单点模糊化, $u_{A'}(\mathbf{X}(n')) = 1$ ;随着 $\mathbf{X}(n)$ 偏离 $\mathbf{X}(n')$ , $u_{A'}(\mathbf{X}(n))$ 逐渐减少,被映射成模糊数,模糊隶属函数与 $\mathbf{X}(n)$ 相关,则有

$$u_{A'}(\mathbf{X}(n)) = u_{\mathbf{X}(n)_1}(\mathbf{X}(n)_1) * \dots * u_{\mathbf{X}(n)_{L+J}}(\mathbf{X}(n)_{L+J}) \quad (11)$$

采用 $\sup$ -\*( $*$ 取代数积算子)合成运算,则有

$$\begin{aligned} & \sup \left[ \prod_{k=1}^{L+J} u_{\mathbf{X}(n)_k}(\mathbf{X}(n)_k) u_{F_k'}(\mathbf{X}(n)_k) \right] \\ &= \sup \left[ \prod_{k=1}^{L+J} u_{Q_k}(\mathbf{X}(n)_k) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

取隶属度函数为高斯函数,求解 $\sup[\cdot]$ 得

$$\mathbf{X}(n)_{k,\max}^i = \left( \sigma_{\mathbf{X}(n)}^2 m_{F_k'}^i + \sigma_{F_k'}^2 m_{\mathbf{X}(n)_k}^i \right) / \left( \sigma_{\mathbf{X}(n)}^2 + \sigma_{F_k'}^2 \right) \quad (13)$$

将式(13)代入式(12),并用支持向量 $\mathbf{X}_i$ 表示模糊中心,即可得到采用非单点模糊化技术的高斯型核函数(本文称为非单点模糊高斯核函数):

$$K(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}(n)) = \exp \left( - \frac{|\mathbf{X}(n) - \mathbf{X}_i|^2}{2\sigma^2 + 2\sigma_{\mathbf{X}(n)}^2} \right) \quad (14)$$

其中 $\sigma$ 是固定参数, $\sigma_{\mathbf{X}(n)}$ 是自适应可调参数。容易看出,式(14)定义的核函数是满足Mercer条件的。

### 2.3 学习算法

在均衡器的训练阶段,一般信噪比较高,所以设 $\sigma_{\mathbf{X}(n)}$ 的初始值为零。采用Ma等人提出的SVM精确在线训练算法解二次规划问题,得到支持向量(具体参见文献[17])。当发生突发干扰时,根据误差最小准则,采用梯度下降方法自适应调整 $\sigma_{\mathbf{X}(n)}$ ,减小噪声影响。具体如下(推导过程省略):

$$\begin{aligned} \psi(e(n)) &= \frac{\partial \phi(e(n))}{\partial e(n)} \approx e(n) = d(n) \\ & - \left( \sum_{i=1}^l w_i z_i \exp \left( - \frac{|\mathbf{X}(n) - \mathbf{X}_i|^2}{2\sigma^2 + 2\sigma_{\mathbf{X}(n)}^2} \right) + b \right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\mathbf{X}(n)}(q+1) &= \sigma_{\mathbf{X}(n)}(q) + \eta \sigma_{\mathbf{X}(n)}(q) \psi(e(n)) \\ & \cdot \frac{|\mathbf{X}(n) - \mathbf{X}_i|^2}{(\sigma^2 + \sigma_{\mathbf{X}(n)}(q)^2)^2} \\ & \cdot \left[ \sum_{i=1}^l w_i z_i \exp \left( - \frac{|\mathbf{X}(n) - \mathbf{X}_i|^2}{2\sigma^2 + 2\sigma_{\mathbf{X}(n)}(q)^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\eta$ 表示步长,本文简单取定步长。

### 3 仿真实验

根据图1所示的信道均衡模型,本文仿真实验的信道模

型取下式:

$$x(n) = \sum_{i=0}^{k-1} a_i s(n-i) + r(n) \quad (17)$$

其中发送信号 $s(n)$ 取2-PAM信号,附加噪声 $r(n)$ 取高斯白噪声。式(16)中当 $\bar{a} = [a_0, a_1]^T = [0.5, 1.0]^T$ 时记为信道1,当 $\bar{a} = [a_0, a_1, a_2, a_3]^T = [0.35, 0.80, 1.00, 0.80]^T$ 时记为信道2。这是两种非最小相位信道,其逆系统不存在,所造成信号畸变无法通过线性均衡器恢复。下面用NSFSVM DFE, SVM DFE, DFE 3种算法分别对信道进行均衡实验。实验中前馈单元抽头数 $L$ 取3,反馈单元抽头数 $J$ 取2,输出信号无延迟;训练序列长度取100个码长,传输过程用 $10^6$ 个数据进行测试,独立运行10次后取平均结果。

#### 3.1 比特误码率(BER)曲线分析

为了全面考察NSFSVM DFE的性能,本文分别在两个信道中,在不同的信噪比下,测出NSFSVM DFE, SVM DFE, DFE的比特误码率曲线,如图3所示。

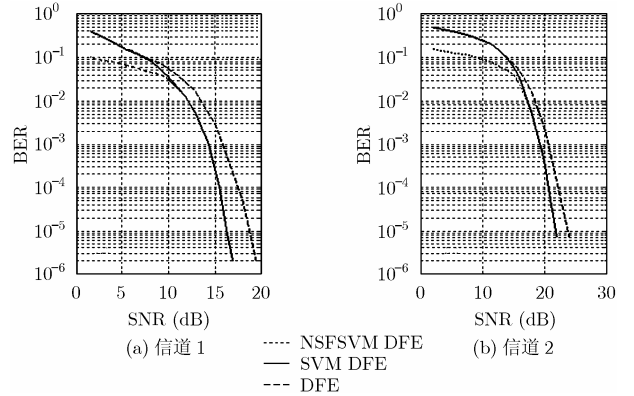


图3 不同方法的均衡效果比较图

从图3中可以看到,在信噪比较高时(信道1中 $\text{SNR} > 12\text{dB}$ ,信道2中 $\text{SNR} > 17\text{dB}$ ),NSFSVM DFE同SVM DFE的BER曲线是近似相同的;当信噪比较低时(信道1中 $\text{SNR} < 12\text{dB}$ ,信道2中 $\text{SNR} < 17\text{dB}$ ),NSFSVM DFE比SVM DFE和DFE的BER大约要低1个数量级。Chen S在文献[8]中已经指出,SVM DFE的BER曲线是逼近最小误码率判决反馈均衡器(MBER DFE)的。这说明NSFSVM DFE不仅在高信噪比条件下工作时,性能接近MBER DFE,具有优良的非线性均衡能力;而且由于引入非单点模糊化技术所具有的抗噪声能力(将 $\sigma_{\mathbf{X}(n)}$ 作为可调参数引入到模型中,相当于在均衡器内部对输入数据 $\mathbf{X}(n)$ 进行了前置滤波),在信噪比严重下降时(发生突发干扰),抗突发干扰能力比SVM DFE和DFE将有很大提高。为了进一步证明NSFSVM DFE优越的抗突发干扰能力,下面进行抗突发干扰实验。

#### 3.2 抗突发干扰能力分析

在两个信道中,设信噪比 $\text{SNR} = 24\text{dB}$ ,但在数传过程中

从第  $n_a = 300$  个码元开始, 信道受到突发干扰, 信噪比突然下降到 5dB, 在第  $n_b$  个码元后信道恢复, 以后一直保持信噪比 SNR=24dB。测出在不同的突发干扰持续时间(发生突发干扰的码元长度  $N_{ba} = n_b - n_a$ )下, NSFSVM DFE, SVM DFE, DFE 的比特误码率(BER)曲线, 如图 4 所示。

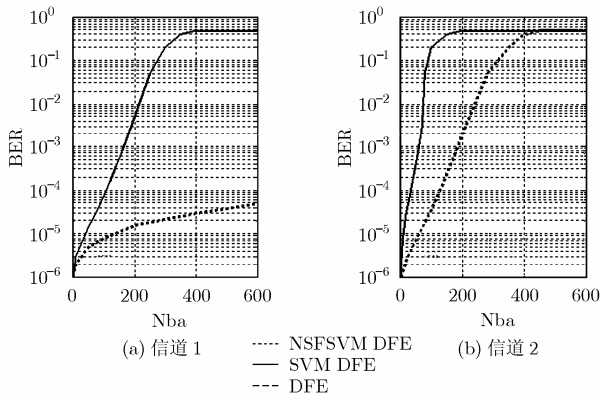


图 4 不同方法的抗突发干扰能力比较图

由图 4 可见(SVM DFE 和 DFE 的  $N_{ba}$ -BER 曲线是基本重合的), 在信道 1 中, SVM DFE 和 DFE 在突发干扰码元长度  $N_{ba} > 200$  后性能便迅速恶化, 而 NSFSVM DFE 在  $N_{ba}$  达到 600 个码元长度时仍然保持  $BER < 10^{-4}$ ; 在信道 2 中, SVM DFE 和 DFE 仅仅能够在几十个码元长度的突发干扰下正常工作 ( $BER < 10^{-3}$ ), 而 NSFSVM DFE 在  $N_{ba} < 200$  内都能够正常工作。这充分说明, NSFSVM DFE 具有优越的抗突发干扰能力。

#### 4 结束语

针对采用判决反馈结构的 SVM 均衡器抗突发干扰能力差的问题, 本文提出了一种新的非单点模糊支持向量机判决反馈均衡器(NSFSVM DFE)。利用支持向量机和模糊系统的相似性, 分析了高斯核 SVM 抗突发干扰能力差的原因, 设计了具有前置滤波特性的非单点模糊高斯核函数, 并设计了引入的新参数  $\sigma_{X(n)}$  的学习算法。通过仿真实验, 并与 SVM DFE, DFE 进行比较, 结果证明该方法具有很强的抗突发干扰能力, 适合于复杂环境下的军事无线通信系统。本文没有讨论计算复杂度的问题, 实际上采用 SVM 设计的均衡器在训练阶段计算复杂度较大, 这也是 SVM 尚待解决的问题。我们正在研究如何降低训练算法复杂度, 以最终实现 SVM 均衡器的实用化。

#### 参考文献

- [1] Messerchmitt D G. A geometric theory of intersymbol interference. Part I: zero-forcing and decision feedback equalization. Part II: performance of the maximum likelihood detector [J]. *Bell Syst. Tech.*, 1973, 52(9): 1483-1539.
- [2] Gibson G J, Siu S, and Cowan C F N. The application of nonlinear structures to the reconstruction of binary signals [J]. *IEEE Trans. on SP*, 1991, 39(8): 1877-1885.
- [3] Chen S, Gibson G J, and Cowan C F N, et al. Adaptive equalization of finite non-linear channels using multilayer perceptrons [J]. *Signal Processing*, 1990, 20(2): 107-119.
- [4] Chen S, McLaughlin S, and Mulgrew B. Complex valued radial basis function networks: application to digital communications channel equalization (Part II) [J]. *Signal Processing*, 1994, 36(2): 175-188.
- [5] Mulgrew B. Applying radial basis functions[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(2): 50-65.
- [6] Yee M S, Yeap B L, and Hanzo L. Radial basis function-assisted turbo equalization[J]. *IEEE Trans. on Commu.*, 2003, 4(51): 664-675.
- [7] Vapnik V N. The Nature of Statistical Learning Theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1995.(中文版: 张学工译. 统计学习理论的本质[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.)
- [8] Chen S, Gunn S, and Harris C J. Decision feedback equalizer design using support vector machines [J]. *Proc. Inst. Elect. Eng. Vision, Image, Signal Processing*, 2000, 147(3): 213-219.
- [9] Sebald D J and Bucklew J A. Support vector machine techniques for nonlinear equalization [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(10): 3217-3226.
- [10] Albu F and Martinez D. The application of support vector machines with Gaussian kernels for overcoming cochannel interference[C]. Proc. 9th IEEE Int. Workshop Neural Networks Signal Processing, Madison, WI, Aug. 23-25, 1999: 49-57.
- [11] Chen S, Samangan A K, and Hanzo L. Support vector machine multiuser receiver for DS-CDMA signals in multipath channels[J]. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 2001, 12(5): 604-611.
- [12] 莫玮. 神经网络在自适应均衡中的应用研究[D]. [博士学位文], 西安电子科技大学, 2000.
- [13] 边肇祺, 张学工. 模式识别(第二版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 300-303.
- [14] 王士同. 模糊系统、模糊神经网络及应用程序设计[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1998: 20-24.
- [15] 何平, 徐炳祥, 张辉等. 时变衰落信道下的自适应均衡技术[J]. 电子学报, 1993, 21(4): 85-89.
- [16] Zadeh L A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes [J]. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 1973, 3(1): 28-44.
- [17] Ma Jun-shui, Theiler J, and Perkins S. Accurate on-line support vector regression [J]. *Neural Computation*, 2003, 15(11): 2683-2704.

- 宋恒: 男, 1979年生, 博士生, 研究领域为智能信息处理、通信侦察与抗干扰技术。
- 王晨: 女, 1977年生, 硕士, 讲师, 研究领域为通信侦察与抗干扰技术。
- 马时平: 男, 1976年生, 博士, 讲师, 研究领域为通信信号处理。
- 左继章: 男, 1937年生, 教授, 博士生导师, 空军首席专家, 研究领域为智能信息处理、通信侦察与抗干扰技术。